

Epreuve de l'unité : Transfert radiatif

Questions de cours (3pts) :

- 1-Rappeler les lois de rayonnement du corps noir.
- 2-Définir le facteur de forme géométrique entre deux surfaces.
- 3- Exprimer la relation du flux radiatif net échangé entre deux corps noirs.

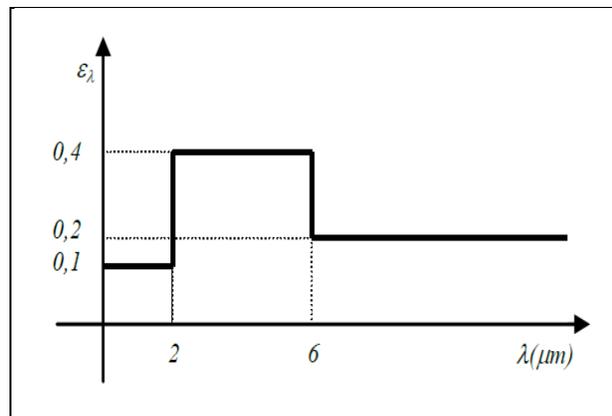
Exercice 1 (3pts):

Une surface de 2 cm^2 rayonne comme un corps noir à la température de 1500°C .
Calculer :

- 1- La puissance totale rayonnée dans l'espace.
- 2- Sa luminance énergétique.
- 3- La longueur d'onde pour laquelle le rayonnement est maximal.

Exercice 2 (7pts) :

On donne la courbe de variation de l'émissivité monochromatique $\epsilon_\lambda(\lambda, T)$ en fonction de la longueur d'onde λ . Calculer l'émissivité totale $\epsilon(T)$ à $T=2000^\circ\text{K}$.



Exercice 3 (7pts) :

Une sphère de diamètre $d=10 \text{ cm}$ a une distribution de température uniforme $T_s=1000^\circ\text{C}$, et est plongée dans l'air ambiant à la température $T_a=20^\circ\text{C}$. La sphère et l'air sont considérés comme des corps noirs.

- 1- Calculer le flux net échangé par la sphère.
- 2-Calculer la longueur d'onde et l'émittance qui correspondent à l'émission maximale.
- 3- Calculer la fraction d'émittance contenue dans le visible. Est ce que le rayonnement de la sphère sera perceptible à l'œil?

La constante de *Stefan-Boltzmann* est : $\sigma=5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$

$$B = 1,287 \cdot 10^{-11} \text{ W/(m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{K}^5)$$

Corrigé de l'examen : Transfert radiatif

Questions de cours (3pts) :

1- Les lois de rayonnement du corps noir

Loi de Planck : L'émission monochromatique du corps noir dépend seulement de la longueur d'onde (λ) et de la température (T)

$$M_{\lambda}^0 = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1} \quad (0.25)$$

$c_1 = 2 \pi h c_0^2$ et $c_2 = hc_0/k$ avec c_0 : vitesse de propagation de la lumière dans le vide.
 h : la constante de PLANCK. k : la constante de BOLTZMANN.

Loi de Wien

1^{ère} loi de Wien : permet d'exprimer ou d'évaluer les longueurs d'ondes correspondantes à l'émission monochromatique maximale en fonction de la température

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T} \quad (0.25)$$

2^{ème} loi de Wien : Cette loi exprime la valeur de l'émission monochromatique maximale

$$M_{\lambda,max}^0 = B \cdot T^5 \quad (0.25)$$

Avec $B = 1,287 \times 10^{-11} \text{ W / (m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{K}^5)$

Loi de Lambert : l'émission est proportionnelle à la luminance

$$M^0 = \pi L^0 \quad (0.25)$$

Loi de Stefan-Boltzmann : Elle donne l'émission totale du corps noir, avec la sommation de toutes les émissions monochromatiques pour toutes les longueurs d'ondes

$$M^0 = \int_0^{\infty} M_{\lambda}^0 d\lambda = \sigma \cdot T^4 \quad (0.25)$$

Loi de Kirchhoff : L'émission monochromatique de tout corps est égale au produit de son pouvoir absorbant monochromatique ($\alpha_{\lambda T}$) par l'émission monochromatique du corps noir à la même température

$$M_{\lambda} = \alpha_{\lambda T} \cdot M_{\lambda T}^0 \quad (0.25)$$

2- Le facteur de forme géométrique entre deux surfaces

Le facteur de forme F_{ij} de S_i vers S_j est un nombre sans dimension représentant la fraction du rayonnement émis par la surface dans toutes les directions interceptées par la surface.

$$F_{ij} = \frac{\Phi_{ij}}{\Phi_i} \quad (01)$$

3- Le flux net échangé entre deux corps noirs

Le flux net échangé entre deux corps 1 et 2 de surface respective S_1 et S_2 et de température respective T_1 et T_2 est :

$$\Phi_{12} = S_1 F_{12} \sigma_s (T_1^4 - T_2^4) \quad (0.5)$$

F_{12} représente le facteur de forme ($F_{12}=1$ dans le cas de deux corps noirs)

Exercice1 (3pts) :

1- La puissance totale rayonnée dans l'espace :

$$P = \phi = M^0 \cdot S = \sigma \cdot T^4 \cdot S \quad \text{AN: } P = 5.67 \times 10^{-8} \times (1773)^4 \times 2 \cdot 10^{-4} = 112.06 \text{ (W)} \quad (01)$$

2- La luminance :

$$M^0 = \pi \cdot L^0 \Rightarrow L^0 = \frac{\sigma \cdot T^4}{\pi} \quad \text{AN: } L^0 = \frac{5.67 \times 10^{-8} \times (1773)^4}{3.14} = 1.78 \cdot 10^5 \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}) \quad (01)$$

3- La longueur d'onde (λ_{max}) :

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T} \quad \text{AN: } \lambda_{max} = \frac{2898}{1773} = 1.634 \text{ (}\mu\text{m)} \quad (01)$$

Exercice 2 (7pts) :

1-L' émittance totale rayonnée par un corps réel de température T et d'émissivité $\epsilon(T)$:

$$M(T) = \epsilon(T) \cdot M^0(T) = \epsilon(T) \cdot \sigma \cdot T^4 \quad \text{D'où : } \epsilon(T) = \frac{M(T)}{M^0(T)} = \frac{1}{\sigma \cdot T^4} \int_0^\infty M_\lambda^0 \cdot \epsilon_\lambda \cdot d\lambda \quad (01)$$

Avec :

$$\lambda_1 = 2(\mu\text{m}) \text{ et } \lambda_2 = 6(\mu\text{m}) ; T=2000\text{K}$$

$$\epsilon_\lambda = \begin{cases} \epsilon_1=0.1 & \text{pour } 0 \leq \lambda < \lambda_1 \\ \epsilon_2=0.4 & \text{pour } \lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \\ \epsilon_3=0.2 & \text{pour } \lambda > \lambda_2 \end{cases} \quad (1.5)$$

D'où :

$$\epsilon(T) = \epsilon_1 \left[\frac{1}{\sigma \cdot T^4} \int_0^{\lambda_1} M_\lambda^0 \cdot d\lambda \right] + \epsilon_2 \left[\frac{1}{\sigma \cdot T^4} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_\lambda^0 \cdot d\lambda \right] + \epsilon_3 \left[\frac{1}{\sigma \cdot T^4} \int_{\lambda_2}^\infty M_\lambda^0 \cdot d\lambda \right]$$

$$\epsilon(T) = \epsilon_1 F_{0 \rightarrow \lambda_1 T} + \epsilon_2 [F_{\lambda_1 T \rightarrow \lambda_2 T} + F_{0 \rightarrow \lambda_1 T} - F_{0 \rightarrow \lambda_2 T}] + \epsilon_3 [F_{0 \rightarrow \infty} - F_{0 \rightarrow \lambda_2 T}] \quad (1.5)$$

$$\epsilon(T) = \epsilon_1 F_{0 \rightarrow \lambda_1 T} + \epsilon_2 [F_{0 \rightarrow \lambda_2 T} - F_{0 \rightarrow \lambda_1 T}] + \epsilon_3 [F_{0 \rightarrow \infty} - F_{0 \rightarrow \lambda_2 T}]$$

$$\lambda_1 T = 2 \times 2000 = 4000(\mu\text{m} \cdot \text{K}) \text{ et } \lambda_2 T = 6 \times 2000 = 12000(\mu\text{m} \cdot \text{K}) \quad (01)$$

Alors les paramètres d'entrée de la table donnant $F_{0 \rightarrow \lambda T}$:

$$F_{0 \rightarrow \lambda_1 T} = 0.4809 ; F_{0 \rightarrow \lambda_2 T} = 0.9450 ; F_{0 \rightarrow \infty} = 1 \quad (01)$$

$$\text{Donc : } \epsilon(T) = 0.245 \quad (01)$$

Exercice 3 (7pts) :

1-Le flux radiatif net échangé entre la sphère et l'air :

$$\Phi_{\text{net},s \rightarrow a} = S_s \cdot F_{sa} \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_a^4) \quad (01)$$

La sphère et l'air sont considérés comme des surfaces noires donc : $\epsilon_s = \epsilon_a = 1$ et $F_{sa} = 1$ (0.5)

D'où : $\Phi_{\text{net},s \rightarrow a} = \pi d^2 \sigma \cdot (T_s^4 - T_a^4)$ AN : $\Phi_{\text{net},s \rightarrow a} = 4662.36 \text{ (W)}$ (0.5)

2- λ_{max} et M^0_{max} sont données par les deux lois de Wien :

$$\left\{ \lambda_{\text{max}} = \frac{2898}{T_s} = 2.276 (\mu\text{m}) \right. \quad (0.5)$$

$$\left\{ M^0_{\text{max}} = B \cdot T_s^5 = 1,287 \times 10^{-11} \times (1273)^5 = 43025 (\text{W}/\mu\text{m} \cdot \text{m}^2) \right. \quad (0.5)$$

3- Fraction de l'émittance contenue dans le visible

$$[0.4, 0.8] \mu\text{m} \quad (0.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 T_s = 0.4 \times 1273 = 509.2 (\mu\text{m} \cdot \text{K}) \Rightarrow F_{0 \rightarrow \lambda_1 T_s} = 0.000 \\ \lambda_2 T_s = 0.8 \times 1273 = 1018 (\mu\text{m} \cdot \text{K}) \Rightarrow F_{0 \rightarrow \lambda_2 T_s} = 0.0004 \end{array} \right. \quad (02)$$

Donc :

$$F_{\lambda_1 T_s \rightarrow \lambda_2 T_s} = F_{0 \rightarrow \lambda_2 T_s} - F_{0 \rightarrow \lambda_1 T_s} = 0.0004 \quad (01)$$

-Environ 0.04% de l'énergie émise par la sphère est rayonnée dans le domaine visible. Ce rayonnement est donc faiblement perceptible à l'œil (0.5)