

Examen de Mécanique des fluides (corrigé)

Questions de cours: (06pts)

1) Dans le cas d'un écoulement quelconque de fluide isovolume, de masse volumique ρ et de vitesse \vec{V} , l'équation de continuité est donnée par : $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0$.

a) le débit volume est le volume de fluide qui traverse une surface S dans l'unité de temps. (1)

b) Pour un écoulement permanent et incompressible l'équation de continuité devient :

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (1)$$

c) L'équation de continuité traduit la conservation de masse au cours de l'écoulement. Pour un écoulement permanent suivant une seule direction de fluide isovolume, elle s'écrit : $\rho \cdot V \cdot S = C^{st}$ (1)

2) Dans la cinématique des fluides, on ne prend pas en compte les forces qui agissent contrairement à la dynamique des fluides. (1)

3) Théorème de Bernoulli sous la forme générale pour un fluide réel :

$$\frac{1}{2} \rho \cdot (V_2^2 - V_1^2) + (P_2 - P_1) + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = \rho \cdot J_{12} + \frac{P_n}{q_v} \quad \text{en [Pa]} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{g} + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho \cdot g} + (z_2 - z_1) = \frac{J_{12}}{g} + \frac{P_n}{q_m \cdot g} \quad \text{en [m]} \quad (1)$$

Exercice N°1 : (6pts)

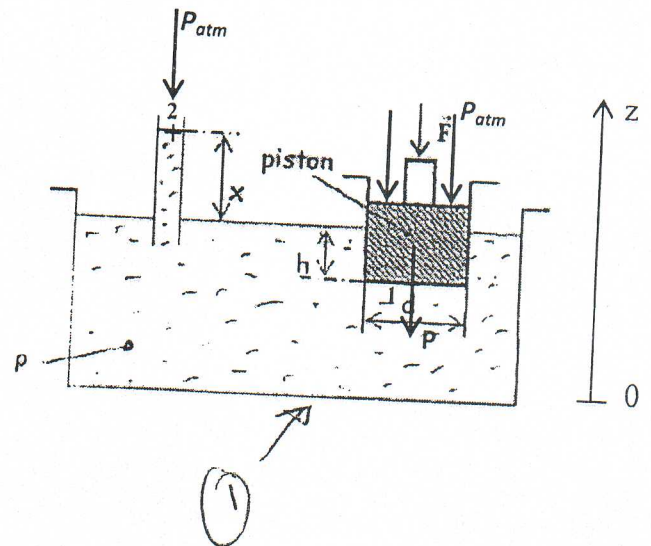
L'RFH appliquée aux points (1) et (2) donne :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow P_1 - P_2 = \rho \cdot g (z_2 - z_1) \dots \dots \dots (a) \quad (1)$$

$$\text{Or : } P_2 = P_{atm}, \quad (z_2 - z_1) = x + h \quad (1)$$

$$\text{Et } P_1 = \frac{F + P}{S} + P_{atm} = 4 \frac{(F + m \cdot g)}{\pi \cdot d^2} + P_{atm} \quad (1)$$



En remplaçant dans (a) et après arrangement on trouve :

$$x = 4 \frac{F + m \cdot g}{\rho \cdot g \cdot \pi \cdot d^2} - h \quad (1)$$

$$\text{A.N : } x = 73.14 \text{ cm} \quad (1)$$

Exercice N° 2: (8pts)

1) Vitesse d'écoulement : $V_2 = \frac{4 q_v}{\pi \cdot d^2}$

A.N. $V_2 = \frac{4 \cdot 0,629 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,02^2} = 2 \text{ m/s}$

2) Nombre de Reynolds : $Re = \frac{V \cdot d}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}$

A.N. $Re = \frac{2 \cdot 0,02}{\left(\frac{0,0006}{750}\right)} = 50000$

3) $2000 < Re < 100000$ donc il s'agit d'un écoulement **turbulent lisse**.

4) Formule de Blasius $\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$

A.N. $\lambda = 0,316 \cdot 50000^{-0,25} = 0,0211$

5) Perte de charge linéaire : $J_{12} = -\lambda \cdot \left(\frac{L}{d}\right) \cdot \left(\frac{V^2}{2}\right)$

A.N. $J_{12} = -0,0211 \cdot \left(\frac{3,32}{0,02}\right) \cdot \left(\frac{2^2}{2}\right) = -7 \text{ J/kg}$

6) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) = J_{12} + \frac{\eta \cdot P_a}{q_m}$

Or $V_1 = 0$ et $z_2 - z_1 = H$

Donc $P_a = \frac{\rho \cdot q_v}{\eta} \left(\frac{V_2^2}{2} + g \cdot H - J_{12} \right)$

$P_a = \frac{750 \cdot 0,629 \cdot 10^{-3}}{0,674} \left(\frac{2^2}{2} + 9,81 \cdot 2 + 7 \right) = 20 \text{ W}$