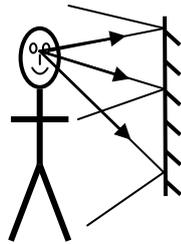


OG1 – Lois de la Réflexion

Exercice 1 : Observer son propre reflet

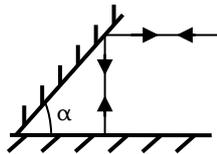
Un homme est debout devant un miroir plan rectangulaire, fixé sur un mur vertical. Son œil est à $l = 1,70$ m du sol. La base du miroir est à une hauteur h au dessus du sol.

- Déterminer la hauteur h maximale pour que l'homme voie ses pieds.
- Comment varie cette hauteur en fonction de la distance d de l'œil au miroir ?
- Quelle est la hauteur minimale du miroir nécessaire pour que l'homme puisse se voir entièrement, de la tête (1,80m) au pied ?



Exercice 2 : Réflexion sur deux miroirs

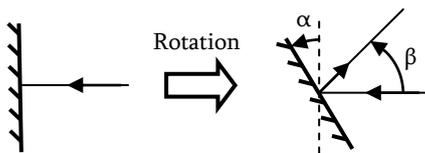
Un système optique est constitué de deux miroirs plans, formant entre eux un angle α , tel qu'un rayon lumineux incident parallèle à l'un des deux miroirs repart en sens inverse (même support) après avoir subi trois réflexions.



- Que vaut l'angle d'incidence sur le 1^{er} miroir ?
- En déduire la valeur de l'angle α .

Exercice 3 : Rotation d'un miroir plan

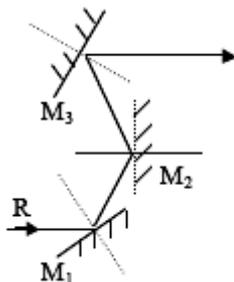
Un rayon lumineux issu d'une source fixe frappe un miroir plan sous incidence normale. On tourne le miroir d'un angle α et on observe une déviation angulaire β du rayon réfléchi.



- Que vaut l'angle d'incidence i final ?
- En déduire β en fonction de α .

Exercice 4 : Ensemble de 3 miroirs plan

Un rayon lumineux R se propage dans l'air en se réfléchissant successivement sur 3 miroirs plans M_1 , M_2 , M_3 , perpendiculaires à un plan choisi comme plan de la figure. Les angles d'incidence en I_1 sur M_1 et en I_2 sur M_2 valent tous deux 60° et le rayon I_1I_2 est dans le plan de la figure.

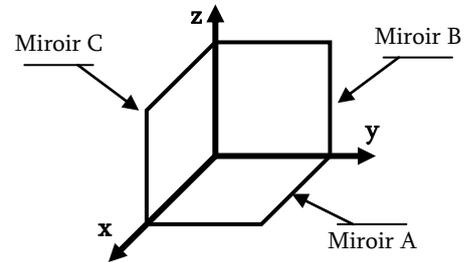


- Que valent les 2 premières déviations angulaires du rayon ?
- Quelle doit être l'orientation de M_3 pour que, après les 3 réflexions, le rayon réfléchi définitif ait la même direction et le même sens que le rayon incident R ?

Exercice 5 : Mesure de la distance Terre – Lune

Pour mesurer avec précision la distance de la Terre à la Lune, on émet une impulsion laser depuis la surface de la Terre en direction d'un réflecteur catadioptrique (miroirs) posé sur la Lune, qui renvoie vers la Terre la lumière qu'il reçoit. La mesure du temps écoulé entre l'émission et la réception du signal permet de déterminer la distance Terre – Lune.

- Le réflecteur posé sur la Lune est un coin de cube, ensemble de trois miroirs plan identiques A, B et C formant les trois faces d'un trièdre rectangle. (I_x, I_y, I_z). Montrer qu'un rayon lumineux émis de la Terre et arrivant sur le coin de cube est renvoyé après trois réflexions respectivement sur les miroirs A, B et C dans la direction exactement opposée, quelle que soit l'orientation du trièdre.



- Les différents rayons lumineux issus de l'émetteur sont émis uniformément dans un cône de demi-angle au sommet $\alpha = 2,0 \cdot 10^{-5}$ rad. D'autre part, le faisceau de retour présente une divergence due à la diffraction qui a lieu lors de la réflexion sur le coin du cube. On peut estimer que le demi-angle au sommet du cône de retour est donné par $\alpha' = \lambda/l'$, où $l' = 1,0$ cm est une longueur caractéristique des miroirs du réflecteur.

Données :

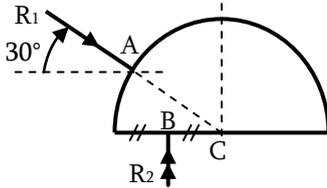
- Surface apparente du coin de cube : $S = 1,0$ cm²,
- Surface du récepteur sur la Terre : $S' = 1,8$ cm²,
- Longueur d'onde du laser utilisé : $\lambda = 0,53$ µm
- Dimension caractéristique des miroirs : $l' = 1,0$ cm
- Distance moyenne Terre – Lune : $d = 3,84 \cdot 10^5$ km

- Si n_0 est le nombre de photons émis lors d'une impulsion laser, quel est le nombre de photons reçus par le catadioptré ?
- Quel est le nombre n' de photons reçus en retour par le récepteur sur Terre ?
- En déduire l'ordre de grandeur de la fraction de la puissance lumineuse émise depuis la Terre qui est recueillie à son retour dans le récepteur (on néglige dans ces calculs les effets liés à l'atmosphère et les pertes à la réflexion).
- L'énergie d'un photon de longueur d'onde λ est $W = hc/\lambda$, où $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s est la constante de Planck et $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ est la vitesse de la lumière. Le laser émet à chaque impulsion une énergie lumineuse $E = 0,3$ J. Quel est le nombre moyen de photons revenant à chaque impulsion sur la Terre ? Conclure.

OG1 – Lois de la Réfraction

Exercice 6 : Hémicylindre

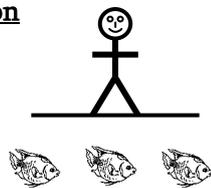
On considère un bloc de verre (indice $n = 1,5$), de centre O et de rayon R, placé dans l'air d'indice considéré égal à celui du vide. Déterminer les trajets des deux rayons indiqués sur la figure ci-dessous jusqu'à leur sortie du bloc.



Rmq : On pourra faire de même en exercice pour n'importe quel rayon arrivant sur le cylindre.

Exercice 7 : Observation d'un poisson

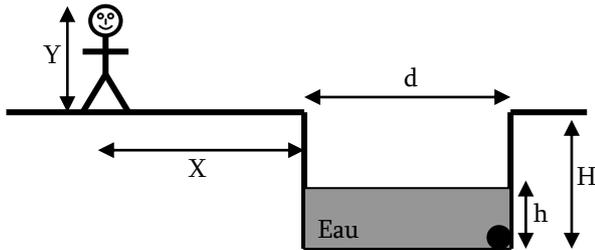
Un pêcheur, dont les yeux sont à 1,60 m au dessus de l'eau, regarde un petit poisson situé à 0,60 m au dessous de l'eau (d'indice $n_2 = 1,33$) ; les rayons arrivant à ses yeux avec un angle de 15° .



1. A quelle distance le pêcheur voit-il le poisson ?
2. A quelle distance le poisson voit-il le pêcheur ?
3. Et si les rayons parvenant à l'œil du pêcheur sont inclinés de 30° ? De 45° ? De 60° ? Et vertical ? Commenter.

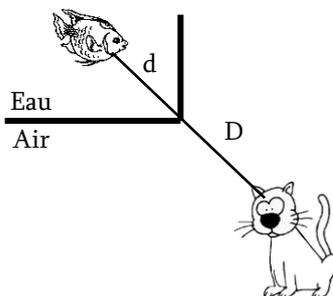
Exercice 8 : Pierre au fond d'une piscine

Un observateur mesurant $Y=1,8\text{m}$ est situé à $X=4\text{m}$ du bord d'une piscine, de profondeur $H=2,5\text{m}$, et de largeur $d=4\text{m}$. Un caillou est placé au fond de la piscine (voir figure ci-dessous). Calculer la hauteur d'eau minimale pour que l'observateur puisse voir le caillou. L'indice de l'eau est $n=1,33$.



Exercice 9 : Le poisson double

Un chat se place au coin d'un aquarium, pour y observer un poisson. On suppose que l'angle entre les deux faces de l'aquarium est un angle droit, et que le chat ainsi que le poisson se trouvent sur la bissectrice de cet angle. Le chat observe alors deux fois le même poisson !!!

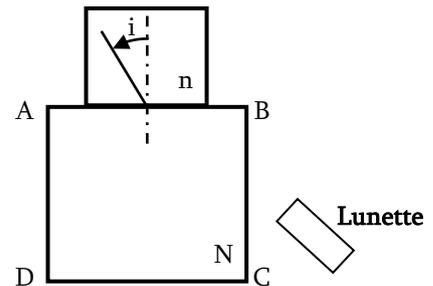


Le chat est à une distance $D=50\text{cm}$ du coin de l'aquarium, et le poisson à une distance d de ce coin. L'indice de l'air est $n_{\text{air}} = 1,00$, et celui de l'eau est $n_{\text{eau}} = 1,33$. Le chat voit les deux images du poisson symétriquement par rapport à la bissectrice, sous un angle $\alpha = 6^\circ$.

1. Représenter le trajet des rayons lumineux issus du poisson qui atteignent l'œil du chat.
2. Déterminer, en fonction de α , l'angle que font les rayons atteignant l'œil du chat avec les normales aux faces de l'aquarium.
3. Déterminer l'angle que font les rayons issus du poisson par rapport à la bissectrice.
4. Calculer la distance d .

Exercice 10 : Réfractomètre à angle limite

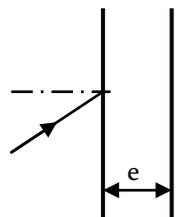
Soit un cube de verre d'indice N , sur lequel on place un échantillon d'indice $n < N$. En un point I de l'interface entre l'échantillon et le cube, on fait arriver un faisceau incident pouvant prendre toutes les directions possibles. Les rayons lumineux pénètrent dans le cube et on considère ceux qui sortent par la face BC, on les observe à l'aide d'une lunette.



1. A quelle condition obtient-on un rayon émergent par la face BC ?
2. Les conditions précédentes étant réalisées, on observe avec la lunette une limite nette entre une plage sombre et une plage éclairée. Donner l'angle α que fait l'axe de la lunette avec l'horizontale lorsque la lunette pointe cette limite.
3. Montrer que la mesure de l'angle α permet de calculer l'indice n lorsque l'indice N est connu. Pour un cube d'indice N donné, quelles sont les valeurs de n que l'on peut mesurer ?

Exercice 11 : Rayon lumineux traversant une vitre

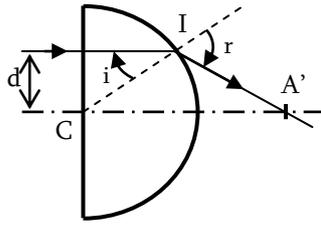
Un rayon lumineux traverse une vitre d'épaisseur e et d'indice n (l'indice de l'air est pris égal à 1,00), avec un angle d'incidence i .



1. Montrer que le rayon ressort de la vitre en conservant la même direction.
2. Pour un angle d'incidence i « petit », exprimer en fonction de n , e et i la déviation latérale d subie par le rayon incident lors de la traversée de la vitre.

Exercice 12 : Etude d'un dioptre semi-cylindrique

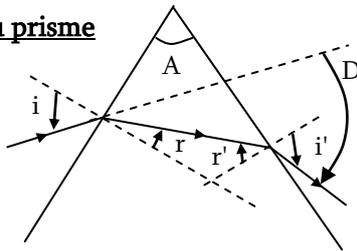
On considère un demi-cylindre en verre de rayon $R=5\text{cm}$ et d'indice $n=1.50$ plongé dans l'air d'indice 1.00. Un rayon lumineux écarté d'une distance d par rapport à l'axe optique arrive sous incidence normale sur la face plane.



1. Exprimer en fonction de i , r et R la distance CA' .
2. En déduire la limite CF' de CA' lorsqu'on se trouve dans les cond. de Gauss ($d \ll R$). que représente le point F' ?
3. Exprimer la valeur max d_0 telle que le rayon émerge du cylindre sans subir de réflexion totale en I. Calculer d_0 .

Exercice 13 : Formules du prisme

Un rayon incident arrivant sur un prisme d'indice n et d'angle A est dévié en sortie, d'un angle D . Tous les angles sont choisis positifs.

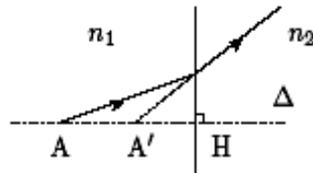


1. Ecrire les lois de la réfraction.
2. Ecrire la relation entre r , r' et A (Attention aux signes)
3. Montrer que $D = |i - r| + |i' - r'| = -(i - r) + (i' - r')$.
4. En déduire l'expression de D en fonction de n et A , dans le cas de petits angles.

Exercice 14 : Dioptre Plan

Un dioptre plan sépare deux MHTI - milieux homogènes (propriétés physiques identiques en tout point), transparents (absence d'absorption), isotropes (propriétés identiques dans toutes les directions de l'espace) - d'indices n_1 et $n_2 < n_1$. Un objet A se trouve dans le milieu d'indice n_1 .

1. Tracer 2 rayons afin de trouver qualitativement la position de l'image A' de A à travers le dioptre (un des rayons sera choisi orthogonal au dioptre).



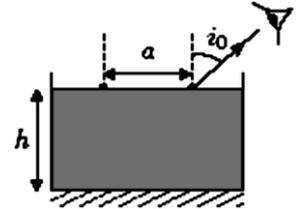
2. On note H le projeté de A sur le dioptre. Montrer que $\overline{HA'} = \overline{HA} \frac{\tan i_1}{\tan i_2}$ (notations habituelles).
3. La position de A' dépend-elle de l'inclinaison i_1 du second rayon incident ? Conclure qu'il n'existe pas de stigmatisme rigoureux dans le cas d'un dioptre plan.
4. Montrer en revanche qu'il y a stigmatisme approché dans les conditions de Gauss puisqu'on a alors la relation de conjugaison (reliant A et A') : $\overline{HA'} = \overline{HA} \frac{n_2}{n_1}$
5. L'objet est maintenant étendu et transversal (parallèle au dioptre), il est noté AB . Montrer que l'image $A'B'$ de AB est de même taille que AB . Que vaut alors le grandissement transversal : $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$?

OG1 – Réflexion et Réfraction

Exercice 15 : Mesure de l'indice d'un liquide

Deux fils parallèles, distants de a , sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice n . Le liquide est placé dans une cuve dont le fond est argenté, sur une hauteur h . On observe l'un des fils sous une incidence i_0 donnée et on règle h de manière à ce que l'image de l'autre fil coïncide avec le fil observé.

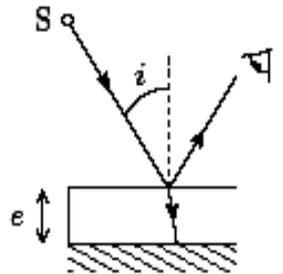
1. Représenter le trajet du rayon lumineux observé issu de l'autre fil.
2. En déduire l'expression de n en fonction de i_0 , a et h .



Exercice 16 : Double Reflet

Une source lumineuse ponctuelle S est située à une distance $x = 1\text{ m}$ de la couche de verre d'indice $n = 1,50$ et d'épaisseur $e = 5\text{ mm}$ protégeant un miroir plan. Un rayon lumineux issu de S arrivant sur la couche de verre avec une incidence i est partiellement réfléchi à la traversée du dioptre air-verre et l'autre partie est réfractée.

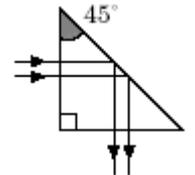
1. Justifier le fait que l'observateur qui regarde dans le miroir sous une incidence i voit 2 images S' et S'' . Placer ces sources S' et S'' sur la figure.
2. Exprimer dans les conditions de Gauss la distance $S'S''$ entre les 2 images, en fonction de e et n . Calculer $S'S''$



OG1 – Réflexion totale

Exercice 17 : Prisme à réflexion totale

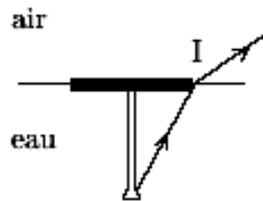
On souhaite que le trajet des rayons lumineux soit le suivant dans un prisme à 45° . Le milieu environnant est l'air d'indice 1,00.



1. Que vaut l'angle d'incidence sur l'hypoténuse ?
2. A quelle condition sur l'indice n du prisme la réflexion totale est-elle possible ?

Exercice 18 : Clou planté dans un bouchon

On dispose sur un plan d'eau une rondelle de liège de rayon R et d'épaisseur négligeable au centre de laquelle on a planté un clou de longueur, perpendiculairement à la rondelle. On note n l'indice de réfraction de l'eau, celui de l'air est pris égal à 1,00.



- Déterminer à partir de quelle longueur limite L_{lim} du clou le rayon issu de la tête du clou et passant par l'extrémité I de la rondelle est totalement réfléchi.
- Que peut-on alors dire des autres rayons qui arrivent sur le dioptré eau-air ? Que voit l'observateur qui regarde depuis l'air au dessous de la rondelle ?

Exercice 19 : Effet de Gouffre lumineux

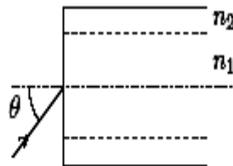
Les plongeurs, lorsqu'ils relèvent la tête vers la surface de l'eau, ont l'impression de voir un « gouffre lumineux », c'est-à-dire un disque lumineux entouré d'obscurité. On donne l'indice de l'air égal à 1,00 et l'indice de l'eau $n = 1,33$.

- Expliquer qualitativement le phénomène grâce à un dessin.
- Exprimer puis calculer le diamètre angulaire apparent α de ce cône de lumière. Dépend-il de la profondeur à laquelle se trouve le plongeur ?

Exercice 20 : Fibre à saut d'indice

On appelle O.N. = $\sin \theta_{max}$ l'ouverture numérique de la fibre, où θ_{max} désigne l'angle d'incidence maximal du rayon lumineux (dans l'air) compatible avec le confinement du rayon lumineux à l'intérieur de la fibre.

- Tracé l'allure du trajet du rayon lumineux, en supposant qu'il reste confiné à l'intérieur du cœur.
- Quelle est l'ouverture numérique de la fibre à saut d'indice représentée ci-contre ?



OG1 – Quelques Phénomènes

Exercice 21 : Les mirages

On s'intéresse au phénomène de mirage. L'indice de réfraction d'un milieu est une fonction décroissante de la température (à une pression donnée). L'été, dans le désert par exemple, le sol est extrêmement chaud, et chauffe ainsi l'air à son contact. (Se produit aussi sur les routes),

- Expliquer le phénomène de mirage inférieur observé.
- Préciser à quelle saison on peut observer en mer des mirages supérieurs.
- Et en quelle saison peut-on voir le plus loin ?

Exercice 22 : Ciel bleu et coucher de soleil rouge

Un objet est visible car il émet ou réfléchit de la lumière qui parvient jusqu'à notre œil. Mais ce phénomène dépend en général de la longueur d'onde de la lumière considérée, d'où les différences de couleur (un objet absorbant toute la lumière nous apparaît noir, alors qu'un objet réfléchissant tout nous apparaît blanc, avec tous les intermédiaires possibles constituant toutes les couleurs visibles).

- La journée, le ciel est bleu. Pourquoi ? On cherchera à expliquer le comportement des molécules de l'air vis-à-vis de la couleur du soleil.
- La nuit, le ciel est noir. Pourquoi ?
- Lorsque le soleil se couche, sa lumière nous apparaît plus rouge que dans la journée. Expliquez.

Exercice 23 : Soleil Vert

Lorsque l'horizon est bien dégagé et les conditions climatiques favorables, on peut apercevoir, au coucher du soleil, une lumière verte intense, observée juste au moment où le soleil passe sous l'horizon (définie par la tangente à la Terre passant par les yeux de l'observateur). On parle de rayon vert.

- Pouvez-vous expliquer ce phénomène ?

Exercice 24 : Effets chromatiques (CCP)

Lors de l'impact de la lumière sur un objet quelconque, on peut considérer globalement qu'une unité de puissance du rayonnement incident se divise en quatre fractions dépendant en général de la longueur d'onde λ :

- $R(\lambda)$ par réflexion spéculaire (comme sur un miroir)
- $D(\lambda)$ par réflexion diffuse (diffusion ds toutes les directions)
- $A(\lambda)$ par absorption dans le matériau
- $T(\lambda)$ par transmission (après réfraction)

De telle sorte que $R(\lambda) + D(\lambda) + A(\lambda) + T(\lambda) = 1$.

La partie absorbée est en général convertie sous une forme d'énergie non visible : thermique, électrique, chimique, biologique (chez les végétaux, elle actionne le processus de photosynthèse).

- Une bonne réflexion spéculaire nécessite un bon poli optique. En estimant que pour réaliser un tel poli, les aspérités superficielles doivent être, pour le moins, inférieures au dixième de la longueur d'onde la plus courte, quelle doit être – pour le visible – la dimension maximale de ces aspérités ?
- Quel est l'aspect visuel d'un objet parfaitement absorbant pour toutes les longueurs d'onde ? Une plante verte utilise-t-elle l'intégralité des radiations vertes dans son développement ?
- Un tissu bleu est examiné à la lumière d'un néon ne contenant pas de radiations bleues. Décrire son apparence visuelle. Justifier la réponse.
- Le modèle de l'électron élastiquement lié, excité par une onde lumineuse plane, progressive, harmonique, appliquée aux particules présentes dans l'atmosphère terrestre, permet de montrer que le flux lumineux diffusé est proportionnel à la puissance 4 de la fréquence de l'onde. Expliquer alors la couleur bleue du ciel et la couleur rouge du soleil couchant.

Exercice 25 : Arc en Ciel (CCP)

Partie A : Questions préliminaires

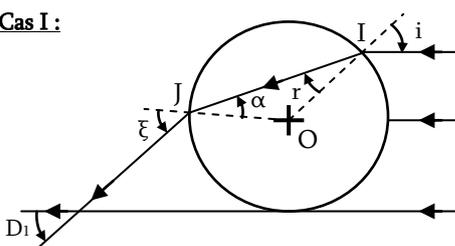
- Rappeler la loi de Snell-Descartes pour la réfraction, lorsqu'un rayon passe de l'air (d'indice unité) à un milieu d'indice n , en notant i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction.
- Exprimer la dérivée $\frac{dr}{di}$ exclusivement en fonction de l'indice n , et du sinus de l'angle d'incidence i ($\sin i$).
- Exprimer, en fonction de i et de r , la valeur de la déviation du rayon lumineux, déviation définie par l'angle entre la direction incidente et la direction émergente, orientées dans le sens de propagation.
- Exprimer aussi, à l'appui d'un schéma, la déviation d'un rayon lumineux dans le cas d'une réflexion.

Partie B : Etude de l'arc-en-ciel

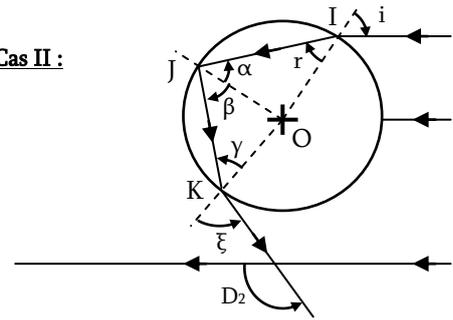
Lorsque le soleil illumine un rideau de pluie, on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère réceptionnant un faisceau de rayons parallèles entre eux. Cela revient à considérer le soleil comme un objet ponctuel à l'infini. Une goutte d'eau quelconque, représentée par une sphère de centre O et de rayon R , est atteinte par la lumière solaire sous des incidences variables, comprises entre 0° et 90° . Son indice, pour une radiation donnée, sera noté n , tandis que celui de l'air sera pris égal à 1.

- On recherche, dans un premier temps, les conditions pour que la lumière émergente, issue d'une goutte d'eau, se présente sous forme d'un faisceau de lumière parallèle. Pour cela, on fait intervenir l'angle de déviation D de la lumière à travers la goutte d'eau, mesuré entre le rayon émergent et le rayon incident. Cet angle de déviation D est une fonction de l'angle d'incidence i . Exprimer la condition de parallélisme des rayons émergents en la traduisant mathématiquement au moyen de la dérivée $\frac{dD}{di}$.
- On considère les trois cas suivants, représentés sur la figure ci-dessous : lumière directement transmise (I), transmise après une réflexion partielle à l'intérieur de la goutte (II), transmise après deux réflexions partielles à l'intérieur de la goutte (III).

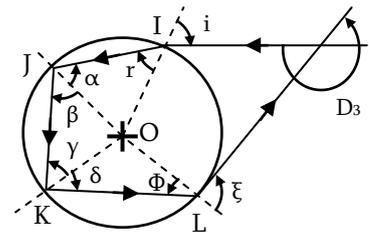
Cas I :



Cas II :



Cas III :

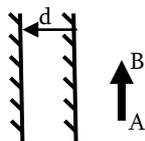


- Donner les expressions, en fonction de i ou de r , des angles α , β , γ , δ , Φ , et ξ .
 - En déduire, en fonction de i et de r , les angles de déviation D_1 , D_2 et D_3 .
 - Rechercher ensuite, si elle existe, une condition d'émergence d'un faisceau parallèle, exprimée par une relation entre le sinus ($\sin i$) et l'indice n de l'eau.
- Le soleil étant supposé très bas sur l'horizon, normal au dos de l'observateur, montrer que celui-ci ne pourra observer la lumière transmise que si la goutte d'eau se trouve sur deux cônes d'axes confondus avec la direction solaire et de demi-angles au sommet $\theta_2 = \pi - D_2$ (justification de l'arc primaire) et $\theta_3 = D_3 - \pi$ (justification de l'arc secondaire).
 - Les angles θ_2 et θ_3 dépendent de l'indice de l'eau, on observe un phénomène d'irisations dû au fait que cet indice évolue en fonction de la longueur d'onde. Calculer ces angles pour le rouge et le violet, sachant que pour le rouge l'indice vaut 1,3317, tandis que pour le violet il est égal à 1,3448. En admettant que l'observateur se trouve face à un rideau de pluie, dessiner la figure qui apparaît dans son plan d'observation en notant la position respective des rouges et des violets.

OG2 – Miroirs et Lentilles

Exercice 26 : Translation d'un miroir plan

Un miroir plan est translaté d'une distance d suivant le dessin ci-contre. De quelle distance l'image d'un objet se déplace-t-elle alors ?

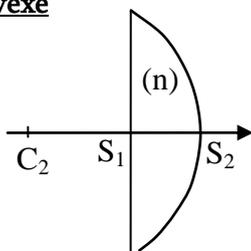


Exercice 27 : Construction des images par une lentille

- Placer une lentille convergente ou divergente
- Placer un objet réel ou virtuel (on le choisira successivement à l'infini, avant le foyer, dessus, après ou virtuel... tous les cas vus dans l'interrogation technique...)
- Construire l'image à l'aide des trois rayons fondamentaux
- Redémontrer les relations de conjugaison au sommet (relation de Descartes) et aux foyers (relation de Newton)

Exercice 28 : Lentille plan-convexe

Trouver l'expression de la vergence d'une lentille plan-convexe en fonction de l'indice n de la lentille et du rayon géométrique R de la surface de sortie.



Exercice 29 : Diamètre apparent d'un astre

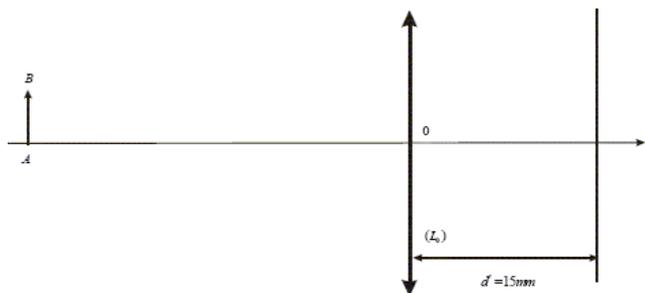
Une étoile est vue d'une lentille convergente de vergence $V = 1 \delta$ sous un diamètre apparent de 1 minute d'angle. Déterminer la taille de son image.

Exercice 30 : Distance Objet réel / Image réelle

Rechercher la distance minimale objet réel - image réelle à l'aide d'une lentille mince convergente.

Exercice 31 : A la recherche des foyers

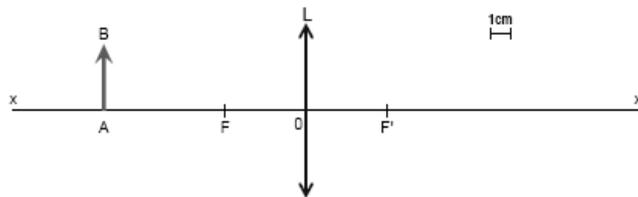
On suppose que l'image de l'objet AB se forme sur l'écran. Déterminer graphiquement, dans le cadre de l'approximation de Gauss, les positions des foyers image, F' et objet de la lentille sur la figure ci-dessous :



- Retrouver le résultat par le calcul (en mesurant la distance OA, en déduire les distances focales de cette lentille...)

Exercice 32 : Loupe

Le système optique à étudier est une lentille mince convergente L de distance focale $f' = \overline{OF'} = 4 \text{ cm}$. Dans un premier temps l'objet est situé à $\overline{OA} = -10 \text{ cm}$ de la lentille.



1. Redessiner le schéma à l'échelle et construire l'image $A'B'$.
2. Utiliser la relation de conjugaison pour retrouver la valeur de $\overline{OA'}$, distance entre l'image $A'B'$ et la lentille.

La lentille va être utilisée pour réaliser une loupe et pour cela, l'objet va être placé à $\overline{OA} = -3 \text{ cm}$ de la lentille.

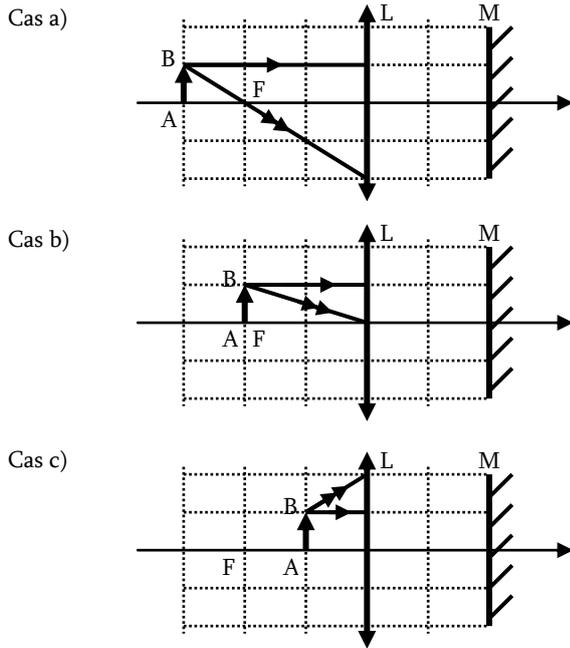
3. Redessiner le schéma à l'échelle et construire l'image $A'B'$. L'image $A'B'$ est-elle réelle ou virtuelle ? La lentille joue-t-elle le rôle de « loupe » ?
4. Utiliser la relation de conjugaison pour retrouver la valeur de $\overline{OA'}$, distance entre l'image $A'B'$ et la lentille.

Exercice 33 : Quelques petits problèmes de Lentilles

1. Est-il possible d'obtenir une image virtuelle en utilisant une lentille convergente ? Représenter la situation.
2. Une chandelle de 10 cm de hauteur, incluant la flamme, est située à 37,5 cm d'une lentille convergente dont la longueur focale est de 26,5 cm. À quelle distance de la lentille se formera l'image ?
3. Un objet de 2 m de hauteur est situé à 2,2 m d'une lentille divergente dont la longueur focale est de 4 m. Quelle sera la hauteur, en centimètres, de l'image formée ?
4. Un objet de 9 cm de hauteur est situé à 22 cm d'une lentille convergente dont la longueur focale est de 5 cm. À quelle distance du foyer principal image, en centimètres, se situera l'image ?
5. Un objet (bougie) situé à 63 cm d'une lentille divergente possède une hauteur de 30 cm. Sachant que l'image formée a une hauteur de 9,1 cm et est située à 19,1 cm de la lentille, à quelle distance, en centimètres, se trouve-t-elle du foyer principal image ?
6. À quelle distance d'une lentille convergente, dont la longueur focale est de 1,5 cm, doit-on placer un objet pour obtenir une image trois fois plus grande ?
7. On place une source lumineuse à mi-chemin entre le foyer principal et le centre d'une lentille divergente dont la longueur focale est de 5 cm. De quel foyer s'agit-il ? À quelle distance de ce foyer principal, en centimètres, se trouve l'image ?
8. La longueur focale d'une lentille convergente est de 93 cm. Sachant que la hauteur de l'image est de 7,4 cm plus grande que celle de l'objet, qui est situé à 39,5 cm de la lentille, quelle est la hauteur de l'objet en centimètres ?

Exercice 34 : Autocollimation d'une lentille convergente

AB est un objet, L une lentille mince convergente et M un miroir plan dont la normale est parallèle à l'axe optique de L. La distance focale de L est égale à deux unités de longueur du quadrillage. Soit B₁ l'image donnée par la lentille L du point B, puis B₂, l'image donnée par le miroir du point B₁ et enfin B' l'image finale que donne L de B₂.

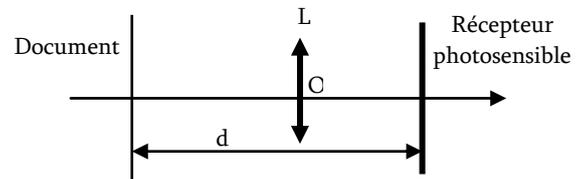


1. Pour chaque cas de la figure ci-dessus, tracer le trajet des deux rayons partant du point B, pour construire ses images successives.
2. Retrouver dans le cas de figure (a), par le calcul, les positions de ces images : on prendra le centre optique de la lentille comme origine : le point B est donc en (-3,1).
3. Donner un argument simple permettant de déterminer le grandissement transversal du système sans faire de calculs dans les trois cas de figure. On donnera la valeur algébrique de ce grandissement.
4. Dans la configuration (b), l'image et l'objet sont dans le même plan. Que se passerait-il si l'on déplaçait le miroir, en conservant son plan perpendiculaire à l'axe optique de la lentille ?
5. Toujours dans la configuration (b), que se passerait-il si l'on inclinait le miroir (c'est-à-dire si l'on écartait sa normale de l'axe optique de la lentille) ?
6. Conclusion : Pourquoi dit-on que l'ensemble des deux éléments (objet AB et lentille L dans la configuration b) constitue un collimateur ?
7. Comment procéder pratiquement pour déterminer la distance focale d'une lentille mince convergente avec cette méthode ?

Exercice 35 : Modélisation d'un photocopieur

Un photocopieur permet la reproduction d'un document original, avec un grandissement réglable. Le système optique, qui comprend plusieurs lentilles dont on peut modifier les positions respectives, forme une image de l'original sur un tambour photosensible. La distance entre le document et ce tambour est fixe, de valeur $d = 384\text{mm}$.

Le système optique est en fait équivalent à une unique lentille mince convergente L, de centre O, dont on peut ainsi régler la position et la distance focale f . On se propose de déterminer, pour un grandissement γ voulu, la position et la distance focale f nécessaires.



L'image d'une portion AB du document sera désignée par A'B'. Le point A est sur l'axe optique.

1. Exprimer les distances AO et f en fonction de d et de γ
2. Effectuer l'application numérique dans les 3 cas suivants :
 - A4 reproduit en A4 (grandeur nature)
 - A4 reproduit au format A3 (surface double)
 - A4 reproduit au format A5 (surface moitié)

Exercice 36 : Focométrie – Quelques méthodes

La focométrie est tout simplement la mesure de distance focale

A. Méthode de Bessel

- A.1. On place un objet réel AB (A sur l'axe optique) devant une lentille convergente de distance focale f , et on cherche à obtenir une image réelle A'B'. En étudiant différentes positions de cet objet, trouver la distance AA' minimale à laquelle l'image peut se trouver ? Quel est le cas limite ?
- A.2. On fixe maintenant l'objet AB par rapport à l'écran à une distance D. Montrer que si $D > 4f$, il existe deux positions O₁ et O₂ de la lentille pour lesquelles on observe une image nette sur l'écran. (On utilisera la relation de conjugaison qui donne une équation du second degré)
- A.3. Montrer qu'on a alors l'expression $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$, ($d = O_1O_2$).
- A.4. Il s'agit en fait d'une méthode pour mesurer la distance focale d'une lentille. On mesure l'écart entre les deux positions où l'image est nette et on en déduit f . AN : D = 40cm et d = 10cm. Calculer f .

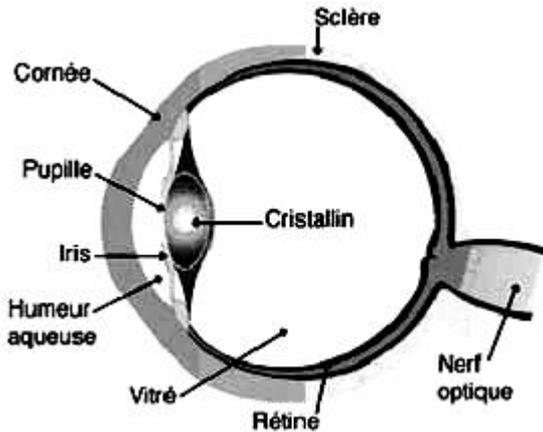
B. Méthode de Silbermann

En agissant simultanément sur les positions de l'écran (D n'est plus invariable) et de la lentille, on peut réaliser une image A'B' égale en grandeur, mais inversée par rapport à l'objet AB.

- B.1. Déterminer dans ce cas f' en fonction de D.
- B.2. Commenter dans les deux cas l'aspect expérimental. A la vue de la question A.1, comment peut-on être sûr que l'on est bien à la position demandée ?

OG2 – Modèles de l'oeil

Exercice 37 : Quelques caractéristiques de l'oeil



L'œil normal :

L'œil normal, ou emmétrope observe sans accommoder des objets situés à l'infini. En accommodant, il peut voir des objets plus proches, jusqu'à son punctum proximum (noté PP).

1. Le pouvoir séparateur angulaire d'un œil normal est de l'ordre de $\Delta\alpha = 5.10^{-4}$ rad. En déduire un ordre de grandeur de la taille caractéristique h d'une cellule rétinienne, en assimilant le cristallin à une lentille convergente de focale $f' = 1,5$ cm.
2. Quelle est la taille maximale d'un objet que l'œil peut distinguer à 1m (on distingue l'objet si son image couvre au moins une cellule rétinienne) ?
3. Soit un objet A situé à une distance $d > PP$ de cet œil. Si R est le rayon de la pupille, qui joue le rôle d'un diaphragme, déterminer le rayon r de la tache image associée à l'objet A si l'œil n'accomode pas.
4. On considère que l'objet A ponctuel est vu de façon nette si $r < h$. Justifier ce critère.
Si $R = 1$ mm, calculer la distance minimale d'un objet qui est vu net en même temps qu'un autre objet à l'infini. Conclure sur la profondeur de netteté de l'œil.
5. Quelle est la distance focale du cristallin correspondant à la valeur communément admise pour le PP : 25cm ? Comparer à la valeur au repos : $f' = 1,5$ cm.
6. On place un objet plus près que le PP. Faire la construction et justifier que l'on voit une image floue (le cristallin étant comprimé au maximum \rightarrow valeur de la question 5).

Myopie :

Un œil myope est un œil dont le cristallin est trop convergent. Son punctum proximum (PP) et son punctum remotum (PR) sont plus proches de l'œil que pour un œil emmétrope.

7. Que voit-il s'il observe un objet placé à l'infini ? Pourquoi n'arrive-t-il pas à accommoder ?

8. En supposant que la rétine se trouve à 1,5cm et que le cristallin myope peut être assimilé à une lentille convergente de focale $f' = 1,48$ cm, calculer le nouveau PR.
9. Si son PP = 12cm, quelle est la distance focale correspondante ? Commenter.
10. On souhaite corriger cet œil afin que ses limites de vision distinctes soient celles d'un œil normal. A l'aide de la relation de conjugaison au sommet, démontrer que deux lentilles minces L_1 et L_2 accolées en O, de même axe optique principal, de distances focales respectives f'_1 et f'_2 , sont équivalentes à une seule lentille mince de centre optique O et de distance focale f'_{eq} telle que :

$$V_{eq} = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \frac{1}{f'_{eq}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$
11. On utilise des verres de contact (des « lentilles »). Déterminer la distance focale image des verres de contact utilisés en supposant que le système verre de contact-cristallin est accolé. Préciser la nature des verres. Commenter la valeur obtenue.

Presbytie :

Avec l'âge, le champ de vision d'un œil emmétrope ou myope est réduit par la presbytie, qui caractérise la diminution de la capacité du cristallin à se déformer pour permettre l'accommodation. On modélise le cristallin par une lentille de focale f'_0 constante pour l'œil presbyte, et la rétine par un écran situé à la distance $d_0 = 15$ mm du cristallin.

12. Un œil normal presbyte voit net un objet situé à l'infini. Quelle est la relation entre f'_0 et d_0 ?
13. Une personne presbyte lit un journal placé à 25cm de ses yeux. Le rayon r_0 de la pupille de l'œil est de 1,0mm. Calculer le diamètre de la tache image, sur la rétine, d'un point du journal. Conclure.
14. Comment corriger la vision de cet œil ? Est-il possible d'avoir une correction pour tout le champ de vision ?
15. Et lorsqu'un œil myope vieillit, que pensez-vous de la tache correspondante au journal à 25cm ? Commenter.

Hypermétropie :

Un œil hypermétrope est un œil dont le cristallin n'est pas assez convergent, ce qui a comme conséquence de repousser son punctum proximum par rapport à un œil normal. Considérons un œil hypermétrope dont le PP est à 50cm. En accommodant, il fait varier sa vergence $\Delta V = 4\delta$.

16. Quelle doit être la vergence d'un verre de contact (supposé accolé au cristallin) pour que le PR de l'ensemble soit à l'infini ?
17. Où est alors situé le PP de l'œil corrigé ?
18. Comment ces résultats sont modifiés si l'on utilise un verre correcteur placé à 1,0 cm du cristallin ?

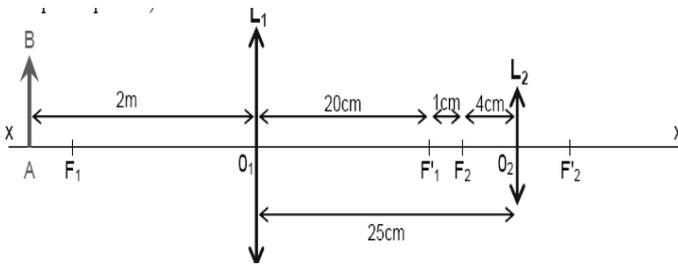
OG2 – Systèmes Optiques

Exercice 38 : Lunette astronomique

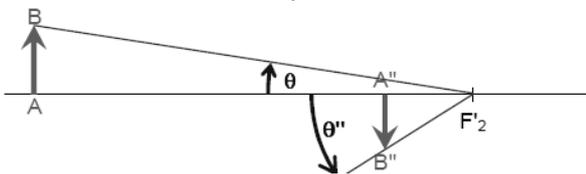
Le système optique à étudier est une lunette astronomique "bas de gamme" constituée de deux lentilles L_1 et L_2 convergentes. Cette lunette va être utilisée pour une observation terrestre. Les caractéristiques du système sont :

- $\overline{O_1F'_1} = 20 \text{ cm}$ (Distance focale lentille L_1)
- $\overline{O_2F'_2} = 4 \text{ cm}$ (Distance focale lentille L_2)
- $\overline{O_1O_2} = 25 \text{ cm}$ (Distance entre les deux lentilles)
- $\overline{O_1A} = -2 \text{ m}$ (Distance entre l'objet observé et la L_1)
- $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ (Taille de l'objet)

Les caractéristiques géométriques sont résumées sur le schéma ci-dessous (les échelles ne sont pas respectées) :



1. Déterminer, par le calcul, la position $\overline{O_1A'}$ et la taille (algébrique) $\overline{A'B'}$ de l'image formée par la lentille L_1 . L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
2. Dessiner $A'B'$ et la lentille L_2 .
3. Déterminer, par le calcul, la position $\overline{O_2A''}$ et la taille (algébrique) $\overline{A''B''}$ de l'image formée par la lentille L_2 à partir de l'objet $A'B'$. L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
4. Placer $A''B''$ sur le schéma.
5. L'œil de l'observateur est placé au point F'_2 . Déterminer alors le grossissement G de la lunette en utilisant les indications ci-dessous : $G = \frac{\theta''}{\theta}$

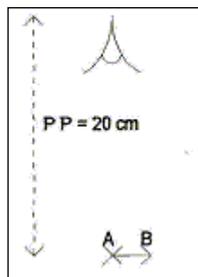


Exercice 39 : Microscope

A- Observation d'un objet AB à l'œil nu :

On place l'œil à 20 cm de l'objet ($AB=10^{-5}m$) soit au punctum remotum (distance minimale permettant la vision nette). Le pouvoir séparateur de l'œil (le plus petit angle que l'on puisse visualiser) est égal à $3 \cdot 10^{-4}$ rad.

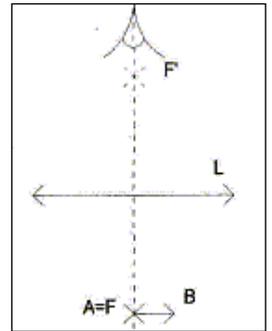
1. Peut-on séparer les deux points A et B à l'œil nu ? Justifier par un calcul.



B- Observation avec une loupe :

Une loupe est une lentille mince convergente de distance focale $f=5 \text{ cm}$. Pour une observation confortable, on place la loupe telle que son foyer objet F soit confondu avec A.

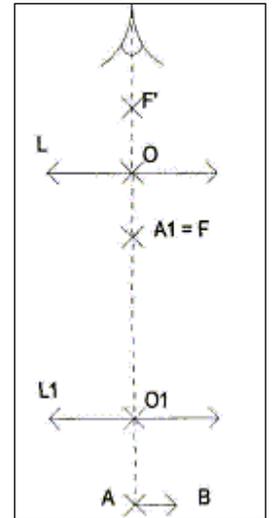
2. Sous quel angle visualise-t-on AB à travers la loupe ? L'utilisation de la loupe permet-elle de séparer A et B ?



C- Observation avec microscope :

L'objet AB est placé devant la première lentille L_1 (objectif) d'un microscope de telle sorte que l'image A_1 de A à travers L_1 , soit confondue avec F , foyer objet de la deuxième lentille (oculaire) du microscope. La distance focale de l'oculaire vaut $f = 3 \text{ cm}$.

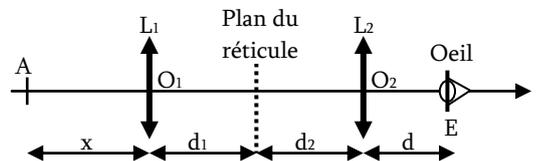
3. Déterminer la grandeur algébrique $\overline{A_1B_1}$ de l'image donnée par la lentille L_1 sachant que $\overline{AO_1} = 1,2 \text{ cm}$ et $\overline{O_1A_1} = 14,4 \text{ cm}$.
4. Sous quel angle visualise-t-on A_1B_1 à travers l'oculaire ? Faire une figure correspondante.
5. L'utilisation du microscope permet-elle de séparer A et B ?



Exercice 40 : Réglage d'un viseur

Le viseur est un instrument intermédiaire entre le microscope, qui sert à examiner des objets très rapprochés, et la lunette, qui sert à observer des objets très éloignés. Il comporte :

- Deux lentilles convergentes L_1 (objectif) et L_2 (oculaire), de centres optiques O_1 et O_2 et de distances focales $f_1' = 3,0 \text{ cm}$ et $f_2' = 2,0 \text{ cm}$.
- Un réticule (ensemble de deux fils très fins disposés en croix de centre O dans un plan perpendiculaire à l'axe optique).



Les distances $O_1O = d_1$ et $OO_2 = d_2$ sont réglables de manière à ce que l'œil placé en E à une distance $d = 2,0 \text{ cm}$ de l'oculaire puisse voir nettes simultanément l'image du réticule et celle d'un objet repéré par la distance $AO = x$ ($x > 0$).

1. Réglage de la distance réticule – oculaire

Un œil normal peut voir nets des objets situés à une distance supérieure à $d_m = 25 \text{ cm}$, appelée distance minimale de vision distincte (punctum proximum).

- 1.a) Quelle est la valeur de d_2 permettant d'obtenir une image nette du réticule à travers l'oculaire dans le cas où l'œil observe à la distance minimale de vision distincte ?
- 1.b) Quelle est la valeur de d_2 dans le cas où l'œil observe à l'infini ? Quel est l'intérêt de cette situation ?

2. Réglage de la distance objectif – réticule

On conserve le réglage précédent où l'œil observe à l'infini. On vise ensuite un objet situé à la distance $x = 4f_1'$ du réticule, c'est-à-dire que l'on règle d_1 de manière à voir nettement à la fois l'image du réticule et celle de l'objet. Vérifier que cette condition de netteté est réalisée si $d_1 = 2f_1'$.

Exercice 41 : Doublet optique de Huygens

On considère un doublet de lentilles minces définissant un doublet optique, caractérisé par la donnée de trois nombres : f_1' , $e = \overline{O_1O_2}$, et f_2' . Un doublet de Huygens est du type $f_1' = 3a$, $e = 2a$, et $f_2' = a$.

On prendra pour les applications numériques $a = 2,0\text{cm}$ et on notera $\Delta = \overline{F_1'F_2'}$

- Placer sur l'axe optique, en effectuant une construction à l'échelle, les foyers de (L_1) et (L_2) et déterminer par construction géométrique les foyers objet et image du doublet, notés respectivement F et F'.
- Vérifier ces résultats en déterminant algébriquement $\overline{F_1'F}$ et $\overline{F_2'F'}$ (Avec la relation de conjugaison au foyer).

Exercice 42 : Grossissement standard d'un microscope

L'objectif L_1 et l'oculaire L_2 ont respectivement pour distances focales f_1' et f_2' . L'intervalle optique, distance entre les foyers image F_1' de L_1 et objet F_2 de L_2 , est noté Δ . Dans tout l'exercice, les angles seront supposés suffisamment petits pour que l'on puisse effectuer les approximations d'usage.

1. Construction des images

- Quelle position l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB doit-elle occuper par rapport à l'oculaire pour que l'image finale $A'B'$ soit rejetée à l'infini ?
- Quel est l'intérêt de cette configuration pour l'œil ?
- Donner le schéma de principe d'un tel microscope en faisant apparaître la construction des images A_1B_1 et $A'B'$ (on ne demande pas de respecter une échelle précise).

2. Grossissement standard du microscope

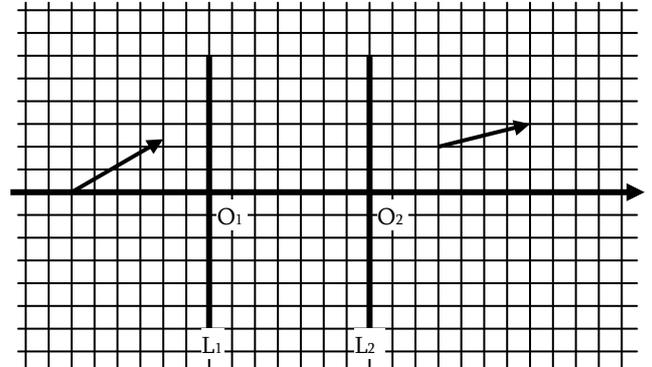
Le grossissement d'un microscope dépend des conditions d'observation. La définition du grossissement standard suppose que l'œil observe une image $A'B'$ rejetée à l'infini.

- Exprimer le grandissement γ_1 de l'objectif en fonction de $\overline{A_1B_1}$ et de \overline{AB} . En déduire la relation : $\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f_1'}$.
- Le grossissement standard de l'oculaire G_2 est le rapport de l'angle α' sous lequel est vue l'image finale $A'B'$ à l'angle α_1 sous lequel serait vue l'image intermédiaire A_1B_1 , à l'œil nu, à la distance minimale de vision distincte $d_m = 25\text{cm}$. Montrer qu'on a la relation : $G_2 = \frac{d_m}{f_2'}$.
- On montre que le grossissement standard du microscope est le produit du grandissement de l'objectif par le grossissement de l'oculaire ($G = |\gamma_1|G_2$ en valeur arithmétique).
Calculer le grossissement de l'appareil étudié.

Données : $f_1' = 2,0\text{mm}$; $f_2' = 2,5\text{cm}$; $\Delta = 18\text{cm}$.

Exercice 43 : Tracé de Rayons

On étudie un doublet comportant deux lentilles L_1 et L_2 , de centres respectifs O_1 et O_2 représenté sur la figure ci-après. Sur la gauche un rayon incident pénètre dans le système et émerge sur la droite, comme indiqué. Un carreau correspond à 1cm.



- Ce système est-il globalement convergent ou divergent ? (Justifier rapidement)
- Compléter le trajet du rayon lumineux.
- En déduire la nature de chacune des deux lentilles (convergente ou divergente ?).
- Soient F_1 et F_1' les foyers objet et image de la lentille L_1 , F_2 et F_2' , les foyers objet et image de la lentille L_2 . Trouver graphiquement la position de ces foyers. Evaluer les valeurs algébriques $\overline{O_1F_1'}$ et $\overline{O_2F_2'}$.
- Qu'appellent-on foyer objet F, foyer image F' d'un système optique ? Trouver graphiquement la position de ces foyers. Préciser les valeurs algébriques $\overline{O_1F}$ et $\overline{O_1F'}$.
- Si $\overline{O_1F_1'} = 4\text{cm}$, $\overline{O_2F_2'} = -2\text{cm}$ et $\overline{O_1O_2} = 7\text{cm}$, déterminer par le calcul les valeurs algébriques $\overline{O_1F}$ et $\overline{O_1F'}$.

SOLUTION des EXERCICES – OG1 / OG2 – Feuille 1/5

OG1 – Lois de la Réflexion

Exercice 1 : Observer son propre reflet

1. $h_{\max} = l/2 = 85\text{cm}$.
2. Cette hauteur ne dépend pas de la distance œil – miroir.
3. Hauteur min du miroir : 85cm en dessous de l'œil, 5cm au dessus $\rightarrow 90\text{cm}$ (la moitié de sa taille complète)

Exercice 2 : Réflexion sur deux miroirs

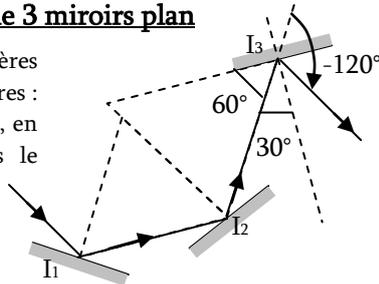
1. Angle d'incidence $i_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha$ (par rapport à la normale)
2. Le rayon doit être normal au 2nd miroir pour repasser par le même point d'incidence, donc l'angle entre $-i_1$ et r_1 (réfléchi sur le 1^{er} miroir) doit être de $\pi/2$:
 $(-i_1, r_1) = 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\pi}{2}$, ce qui donne $\alpha = \frac{\pi}{4}$

Exercice 3 : Rotation d'un miroir plan

1. On a un angle d'incidence $i = -\alpha$
2. Donc $\beta = -2i = 2\alpha \rightarrow$ Pratique pour faire des mesures...

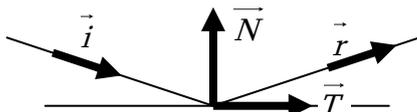
Exercice 4 : Ensemble de 3 miroirs plan

1. Deux premières déviations angulaires : 60° (angle entre i et r , en prenant bien i dans le sens du parcours)
2. Il faut $M_3 \parallel I_1I_2$ (voir figure)



Exercice 5 : Mesure de la distance Terre – Lune

1. On peut utiliser directement la formulation vectorielle de la loi de Descartes pour la réflexion : on définit les vecteurs normal et tangentiel à la surface, \vec{N} et \vec{T} . Ainsi, le vecteur directeur du rayon incident peut s'écrire $\vec{i} = \begin{bmatrix} i_N \\ i_T \end{bmatrix}_{(\vec{N}, \vec{T})} = i_N \cdot \vec{N} + i_T \cdot \vec{T}$, et celui du réfléchi $\vec{r} = \begin{bmatrix} -i_N \\ i_T \end{bmatrix}_{(\vec{N}, \vec{T})}$.
Il y a inversion de la composante suivant la normale :



Il est alors plus simple d'interpréter les réflexions sur les 3 miroirs normaux : $\vec{i}_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \vec{r}_1 = \begin{bmatrix} -x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \vec{r}_2 = \begin{bmatrix} -x \\ -y \\ z \end{bmatrix}$ et $\vec{r}_3 = \begin{bmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{bmatrix}$

\rightarrow Très bon système permettant de s'affranchir des problèmes d'orientation du miroir !!! On a toujours un rayon revenant en direction parfaitement opposée (aux défauts de construction du triplet de miroirs près).

Rmq : L'ordre des réflexions n'intervient pas...

2.a) Rayon du faisceau à la distance d : $r = d \tan \alpha \approx d\alpha$

Surface du faisceau à la distance d : $S_0 \approx \pi(d\alpha)^2$

Si on suppose que les photons se répartissent de manière égale dans ce cône, on fait une règle de trois :

$$n = n_0 \cdot \frac{S}{S_0} = \frac{n_0 \cdot S}{\pi d^2 \alpha^2}$$

2.b) Ces photons sont réémis dans un cône de demi angle α' ,

donc il en arrive : $n' = \frac{n \cdot S'}{\pi d'^2 \alpha'^2} = \frac{S' \cdot I'^2}{\pi \cdot d'^2 \cdot \lambda^2} \times \frac{S}{\pi d^2 \alpha^2} \times n_0$

2.c) La fraction reçue en retour est très faible :

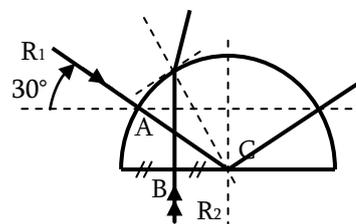
$$\rho = \frac{n'}{n_0} = \frac{S' \cdot I'^2}{\pi \cdot d'^2 \cdot \lambda^2} \times \frac{S}{\pi d^2 \alpha^2} = 7,5 \cdot 10^{-22}$$

2.d) Il y a dans le faisceau initial $n_0 = \frac{E_{\text{totale}}}{E_{\text{photon}}} = \frac{E\lambda}{hc} = 8.10^{17}$

photons émis par le laser, et $n' = \rho n_0 = 6.10^{-4}$ reviennent, ce qui est vraiment faible. En réalité, le panneau déployé sur la Lune (sur la mer de la tranquillité) est constitué d'une centaine de réflecteurs, et on récupère en moyenne un photon tous les cent tirs !!! Le capteur sur Terre doit être d'excellente qualité pour pouvoir analyser le signal.

OG1 – Lois de la Réfraction

Exercice 6 : Hémicylindre



Rayon 1 :

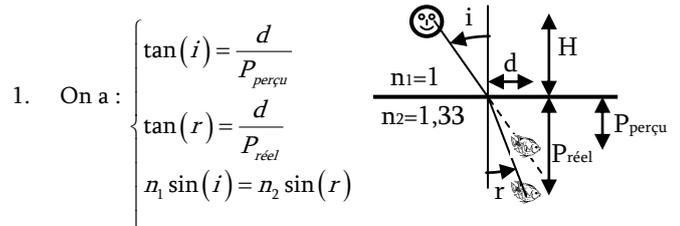
\rightarrow Réflexion totale car angle supérieur à l'angle limite $\text{Arc sin}\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = 41,8^\circ$

Rayon 2 : Arrive sur la sphère avec l'angle i_2 tq $\sin(i_2) = \frac{R/2}{R} = \frac{1}{2}$

ce qui donne $i_2 = 30^\circ < i_{\text{lim}}$, il y a réfraction, le rayon de sortie formant avec la normale l'angle $i_3 = \text{Arc sin}\left(\frac{n_2 \sin(i_2)}{n_1}\right) = 48,6^\circ$

Exercice 7 : Observation d'un poisson

Schéma accentué :



$$1. \text{ On a : } \begin{cases} \tan(i) = \frac{d}{P_{\text{perçu}}} \\ \tan(r) = \frac{d}{P_{\text{réel}}} \\ n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r) \end{cases}$$

$$\text{Donc : } P_{\text{perçu}} = \frac{d}{\tan(i)} = \frac{P_{\text{réel}} \times \tan(r)}{\tan(i)} = \frac{P_{\text{réel}} \times \sin(r) \times \cos(i)}{\sin(i) \times \cos(r)}$$

$$\text{On simplifie : } P_{\text{perçu}} = \frac{P_{\text{réel}} \times n_1 \times \cos(i)}{n_2 \times \sqrt{1 - \sin^2(r)}} = \frac{P_{\text{réel}} \times n_1 \times \cos(i)}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(i)}}$$

Pour $i = 15^\circ$, cela donne $P_{\text{perçu}} = 44,4 \text{ cm}$.

2. Le poisson voit le pêcheur plus loin, on retourne la

formule :
$$H_{\text{perçue}} = \frac{H_{\text{réelle}} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(i)}}{n_1 \times \cos(i)} = 2,16 \text{ m}$$

3. Différentes valeurs en fonction de l'angle :

Angle	0°	15°	30°	45°	60°
P _{réel} (cm)	60	60	60	60	60
P _{perçu} (cm)	45,1	44,4	42,2	37,7	29,7

→ On voit que le dioptre plan-eau n'est pas stigmatique, puisque tous les rayons émergeant de l'eau ne se croisent pas en une unique image, mais en une zone image (intersection dépendant de l'angle d'émergence).

Exercice 8 : Pierre au fond d'une piscine

Un peu de géométrie...

$$h_{\min} = \frac{H - \frac{Yd}{X}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{n^2 - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - i\right)}} = 1,2 \text{ m}$$

Exercice 9 : Le poisson double

1. Trajet des rayons :

2. Dans le Tri COI :

$$\alpha + \left(\frac{\pi}{2} - i\right) + \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \pi,$$

$$\text{donc } i = \alpha + \frac{\pi}{4} = 51^\circ.$$

3. Même relation :

$$\beta = -r + \frac{\pi}{4} = 9^\circ 15'$$

(Avec r donné par la loi de Descartes : $\sin(i) = n \sin(r)$.)

4. Pour calculer la distance d, on introduit le point K. Le triangle KOI est rectangle avec un angle de $\pi/4$, donc il est isocèle : $KO = KI$.

Dans le tri KIP, on a : $\tan(\beta) = \frac{KI}{d - KI} \Rightarrow d = KI \left(\frac{1}{\tan(\beta)} + 1 \right)$,

Dans le tri KIC, on a : $\tan(\alpha) = \frac{KI}{D + KI} \Rightarrow D = KI \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} - 1 \right)$

Ainsi, en simplifiant :

$$d = D \times \frac{\frac{1}{\tan(\beta)} + 1}{\frac{1}{\tan(\alpha)} - 1} = 42 \text{ cm}$$

Exercice 10 : Réfractomètre à angle limite

1. Premier rayon incident noté i : on l'appelle i_1 , qui se réfracte au point I pour donner le rayon d'incidence i_2 tel que $n \cdot \sin(i_1) = N \cdot \sin(i_2)$, puis devient l'angle incident i_3 sur la face latérale du cube : $i_3 = \frac{\pi}{2} - i_2$. Si il sort du cube, l'angle d'incidence est noté i_4 , tel que $N \cdot \sin(i_3) = 1 \cdot \sin(i_4)$.

Le rayon passe forcément dans le milieu N, puisque $N > n$, mais il se peut qu'il ne ressorte pas du cube, puisque $N > 1$. Il

faut donc $\sin(i_3) \leq \sin(i_{3,\text{lim}}) = \frac{1}{N}$, ainsi

$$\sin(i_2) \geq \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_{3,\text{lim}}\right) = \cos(i_{3,\text{lim}}) = \sqrt{1 - \sin^2(i_{3,\text{lim}})} = \sqrt{1 - \frac{1}{N^2}}.$$

$$\text{Et, } n \cdot \sin(i_1) = N \cdot \sin(i_2) \geq N \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{N^2}} = \sqrt{N^2 - 1}.$$

Pour que tous les rayons sortent, puisque $\sin(i_1) \leq 1$, il faut que $n \geq \sqrt{N^2 - 1}$

2. Limite nette entre une plage sombre et une plage éclairée à cause de la réfraction limite au point I, pour $i_1 = \frac{\pi}{2}$, donc

$$i_2 = \text{Arc sin}\left(\frac{N}{n}\right), \text{ donc } \sin(\alpha) = \sin(i_4) = N \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_2\right),$$

$$\text{et } \sin(\alpha) = N \cdot \cos(i_2) = N \sqrt{1 - \sin^2(i_2)} = \sin(\alpha) = \sqrt{N^2 - n^2}$$

On remarque qu'un tel angle existe, car d'après la condition d'émergence du cube $\sqrt{N^2 - n^2} \leq 1$

3. Il est clair que si l'on connaît N, et que l'on peut mesurer α , alors on peut en déduire la valeur de n. Cependant, la valeur de n doit appartenir à une fourchette pour que les conditions de l'exercice soient respectées : $\sqrt{N^2 - 1} \leq n \leq N$.

Exercice 11 : Rayon lumineux traversant une vitre

1. On a sur la face d'entrée : $\sin(i_1) = n \cdot \sin(i_2)$, puis $i_3 = i_2$, et enfin $\sin(i_4) = n \cdot \sin(i_3) = \sin(i_1)$: les angles en entrée et en sortie sont identiques, rayons non déviés.

2. Un peu de géométrie... on simplifie dans le cas où les angles sont faibles, en notant l la longueur du rayon dans la lame, i l'angle incident (égal à l'angle de sortie), et r l'angle réfracté dans la lame (égal des 2 côtés). Cela donne :

$$\begin{cases} \cos(r) = \frac{e}{l} \approx 1 \Rightarrow l \approx e & \text{(Faire le schéma...)} \\ \sin(i - r) = \frac{d}{l} \approx i - r = i \left(1 - \frac{1}{n}\right) \end{cases}$$

$$\text{Ainsi : } d = \frac{e \cdot \sin(i - r)}{\cos(r)} = e \times i \times \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Rmq : De manière rigoureuse, on aurait

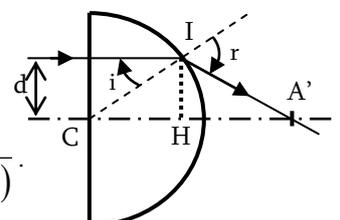
$$\begin{cases} \cos(r) = \frac{e}{l} \Rightarrow l = \frac{e}{\cos(r)} \\ \sin(i - r) = \sin i \cos r - \cos i \sin r = \frac{d}{l} \approx \sin i \left(\cos r - \frac{\cos i}{n} \right) \end{cases}$$

$$\text{Et ainsi : } \Rightarrow d = \dots = e \cdot \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right)$$

Exercice 12 : Etude d'un dioptre semi-cylindrique

1. On a : $\begin{cases} CH = R \cos i \\ d = HI = R \sin i \end{cases}$

$$\text{Donc } \overline{CA'} = R \cos i + \frac{R \cdot \sin i}{\tan(r - i)}$$

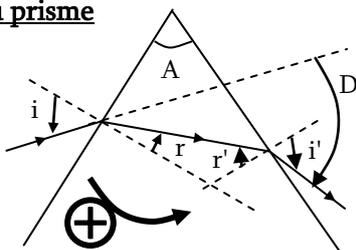


SOLUTION des EXERCICES – OG1 / OG2 – Feuille 2/5

- Conditions de Gauss : Angle faible, on peut simplifier les sin et les cos : $\overline{CA'} \rightarrow \overline{CF'} = R + \frac{R \cdot i}{r-i}$, et avec la loi de Descartes : $\overline{CF'} = R \left(1 + \frac{i}{ni-i} \right) = \frac{nR}{n-1}$. Cette position est indépendante de l'angle $i \rightarrow$ Stigmatisme approché de la lentille, F' est le foyer image.
- A la limite de la réflexion totale, on a $\sin(r) = n \cdot \sin(i) = 1$, or $d = R \sin(i)$, donc $\Rightarrow d = \frac{R}{n} = 3,3 \text{ cm}$

Exercice 13 : Formules du prisme

Attention aux sens des angles dans le prisme, les signes + et - sont facilement inversés !!! On a $i > 0$, $r > 0$, mais r' et i' sont négatifs. On prend aussi A positif.



- Réfraction :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \end{cases}$$

- Dans le tri de sommet A : $A + \left(\frac{\pi}{2} - r \right) + \left(\frac{\pi}{2} + r' \right) = \pi$

Ce qui donne : $A - r + r' = 0$

- On peut décomposer la déviation totale en 2 déviations, d'abord sur le premier puis sur le second dioptre, égale à $|i-r|$, puis à $|i'-r'|$. En intégrant les signes, cela nous donne l'expression voulue : $D = -(i-r) + (i'-r')$.

- Dans le cas de petits angles, on peut simplifier les sinus, donc $D = -i + i' + r - r' = (1-n)(r-r')$ $\Rightarrow D = (1-n) \cdot A$

On remarque que l'angle D est négatif ici, c'est bien ce que l'on a sur la figure. On trouvera souvent l'expression donnée avec tous les angles positifs : $D = (n-1) \cdot A > 0$

Exercice 14 : Dioptre Plan

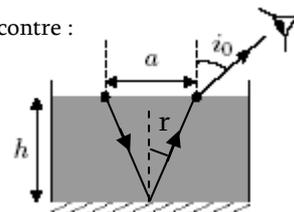
- voir TP e schéma donné dans l'énoncé...
- Un peu de géométrie... comme en TD : $\overline{HA'} = \overline{HA} \frac{\tan i_1}{\tan i_2}$
- OUI, la position de A' dépend de $i_1 \rightarrow$ Pas de stigmatisme rigoureux, puisque l'image ne sera au même emplacement pour tous les rayons émergents du système.
- Par contre, pour des petits angles, on peut simplifier les tan, ce qui donne $\overline{HA'} = \overline{HA} \frac{i_1}{i_2} = \overline{HA} \frac{n_2}{n_1}$, il y a stigmatisme approché, puisque tous les rayons émergents se croisent maintenant au même point.
- Avec un objet AB étendu transversal. Par symétrie plane, A et B jouent le même rôle $\Rightarrow \overline{A'B'} = \overline{AB}$ et $\gamma = 1$, mais on le voit plus proche, donc on a l'impression qu'il est plus gros. On peut faire la construction pour s'en convaincre... Fonctionne bien dans les cond de Gauss.

OG1 – Réflexion et Réfraction

Exercice 15 : Mesure de l'indice d'un liquide

- Trajet du rayon sur le schéma ci-contre :

$$2. n = \sin i_0 \sqrt{1 + 4 \frac{h^2}{a^2}}$$



Exercice 16 : Double Reflet

- 2 images : La 1^{ère} est donnée par réflexion directe sur la face du dessus (intensité plus faible), la 2^{ème} est obtenue après 2 réfractions et une réflexion sur la face du dessous. Faire la construction... Les deux sont un peu décalées
- On appelle H le projeté de S sur le dioptre, on a alors directement $HS = HS' = x$, mais on doit décomposer pour S'' :

$$S \xrightarrow{\text{(dioptre)}} S_1 \xrightarrow{\text{(miroir)}} S_2 \xrightarrow{\text{(dioptre)}} S''$$

On a alors $HS_1 = x \frac{\tan i}{\tan r}$, puis $HS_2 = x \frac{\tan i}{\tan r} + 2e$, et

$$HS'' = HS_2 \frac{\tan r}{\tan i}, \text{ donc } \Rightarrow S'S'' = 2e \frac{\tan r}{\tan i}$$

Dans les conditions de Gauss, $\frac{\tan r}{\tan i} \approx \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n}$

Ainsi : $S'S'' = \frac{2e}{n} = 6,7 \text{ mm}$

OG1 – Réflexion totale

Exercice 17 : Prisme à réflexion totale

- Angle d'incidence : $i = 45^\circ$
- Réflexion totale si $i = 45^\circ > i_{\text{lim}} = \text{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right)$, donc il faut que n respecte la relation $\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{n} \Leftrightarrow n > \sqrt{2} = 1,41$

Exercice 18 : Clou planté dans un bouchon

- Réflexion totale si : $\sin i > \frac{1}{n}$, soit en injectant et simplifiant : $L < R \sqrt{n^2 - 1} = L_{\text{lim}} = 0,877 \cdot R$
- Tous les autres rayons arrivent sur l'eau avec des incidences plus importantes, donc il y a aussi réflexion totale, l'observateur ne voit pas le clou sous la rondelle...

Exercice 19 : Effet de Gouffre lumineux

- Les rayons arrivant à l'œil du plongeur et qui sont très inclinés ont en fait subi une réflexion totale sur la surface (faire le schéma), et ils sont plutôt sombres... La lumière de l'extérieur ne nous parvient que dans un cercle qui est la base du cône de demi-angle au sommet :

$$i_{\text{lim}} = \text{Arc sin} \left(\frac{1}{n} \right) = 48,8^\circ$$

- Diamètre angulaire apparent $\alpha = 2i_{\text{lim}} = 2 \text{Arc sin} \left(\frac{1}{n} \right) = 97,5^\circ$

Il ne dépend pas de la profondeur à laquelle on se trouve.

Exercice 20 : Fibre à saut d'indice

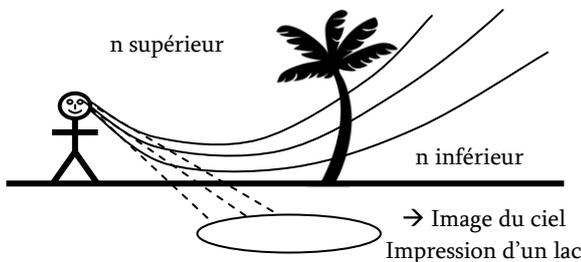
- Tracé et Calculs : Voir DM-Noël...

- Ouverture numérique : $ON = \sin(\theta_{\text{max}}) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

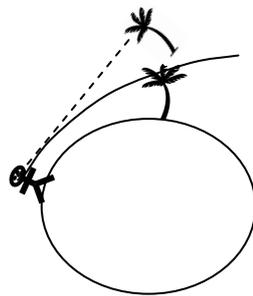
OG1 – Quelques Phénomènes

Exercice 21 : Les mirages

→ Mirage inférieur dans le désert en été : Le sol est plus chaud, il surchauffe l'air à basse hauteur, donc l'indice en bas est inférieur. Mais on sait que les rayons sont déviés, ils s'écartent de la normale en descendant. Si les variations de température sont importantes, on peut donc voir une partie du ciel au niveau du sable (voir le schéma ci-contre), on a alors l'impression de voir un lac (le bleu du ciel) dans le sable... ou plus couramment, on voit le reflet d'une voiture sur le béton (qui n'est pas réfléchissant...)



→ Mirage supérieur : il faut que l'indice des basses couches d'air soit supérieur, donc plus froid. Cela peut être le cas en hiver lorsque le sol est plus froid que l'air, ou encore sur la mer, puisque l'eau met plus de temps à se réchauffer que l'air. On pourra avoir l'impression de voir apparaître un bateau dans le ciel...



→ Par le même principe en hiver, on pourra voir plus loin, les rayons étant déviés vers le bas, comme le montre le schéma ci-dessous :

Exercice 22 : Ciel bleu et coucher de soleil rouge

- Ciel bleu : les molécules de l'air absorbent puis réémettent dans toutes les directions la lumière bleue, on dit qu'elles diffusent la lumière bleue, alors qu'elles laissent passer la lumière rouge. C'est pourquoi le ciel nous apparaît bleu.

→ La nuit, sans lumière extérieure, les molécules de l'air n'ont pas de lumière à diffuser, elles nous apparaissent noires.

→ Lorsque le soleil se couche, il nous apparaît plutôt rouge, car il doit traverser plus d'atmosphère, donc plus de bleu a été diffusé par les molécules de l'air, il reste plus de lumière rouge qui a traversé.

→ Remarque : Si il n'y avait pas d'atmosphère, la lumière du soleil serait complètement blanche, mais elle est un peu « jaunie » par la couche d'atmosphère qu'elle traverse.

Exercice 23 : Soleil Vert

→ Rayon vert : L'indice de l'air pour les différentes longueurs d'onde n'a pas tout à fait la même valeur, donc on pourrait décomposer le soleil en plusieurs images de soleils monochromatiques qui se couchent à des instants un peu décalés (à cause de la déviation des rayons dans l'atmosphère, comme lors des mirages supérieurs). Le dernier à se coucher (et le premier à se lever) est le soleil vert. On parle de rayon vert, qui apparaît pendant quelques secondes à peine, lorsque l'horizon est bien dégagé (devant un océan par exemple).

Exercice 24 : Effets chromatiques (CCP)

- Dimension maximale des aspérités : 40nm.
- Objet absorbant pour toutes les longueurs d'onde : noir. Une plante verte n'utilise pas l'intégralité des radiations vertes puisqu'elle les réémet. Elle utilise en fait le complémentaire qui est le magenta (rouge + bleu-violet).
- Si un tissu est bleu, c'est qu'il absorbe toutes les longueurs d'onde sauf le bleu. Avec le néon, il va donc apparaître noir, car il n'aura plus rien à réémettre.
- Justification ciel bleu / rouge → Voir exos précédents.

Exercice 25 : Arc en Ciel (CCP)

Partie A : Questions préliminaires

- Snell-Descartes pour la réfraction : $\sin(i) = n \cdot \sin(r)$
- On commence par différencier : $\cos(i) \cdot di = n \cdot \cos(r) \cdot dr$

$$\Rightarrow \frac{dr}{di} = \frac{\cos(i)}{n \cdot \cos(r)} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{n \cdot \sqrt{1 - \sin^2(r)}} = \frac{dr}{di} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}}$$

- Déviation du rayon lumineux : Prenons tous les angles positifs pour simplifier les expressions, cela donne $D = i - r$ (faire le dessin pour s'en convaincre). Attention, ds le cas où on respecte l'orientation des angles (signes + ou -), on aurait plutôt $D = r - i$. (toujours le préciser dans la copie)
- Réflexion : Avec tous les angles pris positifs, $D = \pi - 2i$. (Attention à bien travailler avec les directions des rayons, on cherche les angles entre les vecteurs directeurs des rayons)

Partie B : Etude de l'arc-en-ciel

- Parallélisme des rayons émergents si $\frac{dD}{di} = 0$ (l'angle de

déviation ne change pas en fonction de l'incidence...

→ Ces incidences vont correspondre à des maxima d'intensité lumineuse, car pour des incidences voisines, la déviation sera la même, donc la lumière va se concentrer, alors que pour les autres directions, le faisceau sera divergent, donc d'intensité diminuant avec la distance d'observation... On ne verra rien de spécial.

SOLUTION des EXERCICES – OG1 / OG2 – Feuille 3/5

2.a) Angles : $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \beta = \gamma = \delta = \Phi = r \\ \xi = i \end{array} \right.$, car tous ont été pris

positifs pour simplifier, et on voit que tous les triangles de sommet O sont isocèles, donc les angles sur la base sont égaux.

2.b) D'où : $\left\{ \begin{array}{ll} D_1 = 2(i - r) & \rightarrow 2 \text{ réfractions} \\ D_2 = D_1 + \pi - 2r & \rightarrow 2 \text{ réfractions} + 1 \text{ réflexion} \\ D_3 = D_1 + 2(\pi - 2r) & \rightarrow 2 \text{ réfractions} + 2 \text{ réflexions} \end{array} \right.$

2.c) Condition d'émergence d'un rayon parallèle :

On commence par différencier pour obtenir $dD/di = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} dD_1 = 2di - 2dr \Rightarrow \frac{dD_1}{di} = 2 \left(1 - \frac{dr}{di} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{dr}{di} = 1 \quad (1) \\ dD_2 = 2di - 4dr \Rightarrow \frac{dD_2}{di} = 2 \left(1 - 2 \frac{dr}{di} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{dr}{di} = \frac{1}{2} \quad (2) \\ dD_3 = 2di - 6dr \Rightarrow \frac{dD_3}{di} = 2 \left(1 - 3 \frac{dr}{di} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{dr}{di} = \frac{1}{3} \quad (3) \end{array} \right.$$

Ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{ll} (1) \quad \frac{dr}{di} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}} = 1 & \Leftrightarrow n = 1 \\ (2) \quad \frac{dr}{di} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}} = \frac{1}{2} & \Leftrightarrow \sin^2(i_2) = \frac{4 - n^2}{3} \\ (3) \quad \frac{dr}{di} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}} = \frac{1}{3} & \Leftrightarrow \sin^2(i_3) = \frac{9 - n^2}{8} \end{array} \right.$$

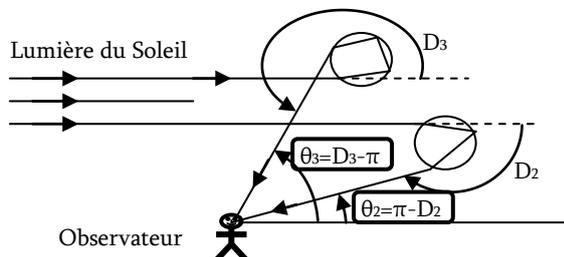
Conclusion :

→ Le premier cas est impossible, il n'y aura pas de faisceau émergent parallèle sans réflexion dans la goutte d'eau.

→ Le second cas nous montre qu'il existe une direction particulière (i_2) pour laquelle le faisceau émergent est parallèle, c'est dans cette direction que l'on va observer un phénomène amplifié : les couleurs de l'arc-en-ciel...

→ Le troisième cas nous dit qu'il y a également une possibilité après 2 réflexions à l'intérieur de la goutte.

3. L'observateur regarde vers l'horizon, dans la direction du rideau de pluie qui provoque le phénomène de déviation de la lumière incidente du soleil. Il observe des maxima d'intensité lumineuse pour les deux configurations calculées à la question précédente. Toutes les gouttes susceptibles de donner l'angle d'observation adéquat sont situées sur un cône de sommet l'œil de l'observateur, d'axe la direction incidente du soleil (il s'agit d'un axe de révolution pour le problème), et d'angle θ_2 ou θ_3 , comme représenté sur la figure ci-dessous : (Attention, on flèche les angles D_2 et D_3 du côté vers lequel les rayons sont vraiment déviés).



4. On a $\left\{ \begin{array}{ll} \sin^2(i_2) = \frac{4 - n^2}{3} & \sin^2(i_3) = \frac{9 - n^2}{8} \\ \sin(i_2) = n \cdot \sin(r_2) & \sin(i_3) = n \cdot \sin(r_3) \\ D_2 = 2i_2 + \pi - 4r_2 & D_3 = 2i_3 + 2\pi - 6r_3 \\ \theta_2 = \pi - D_2 & \theta_3 = D_3 - \pi \end{array} \right.$

On donne tous les résultats dans le tableau suivant :

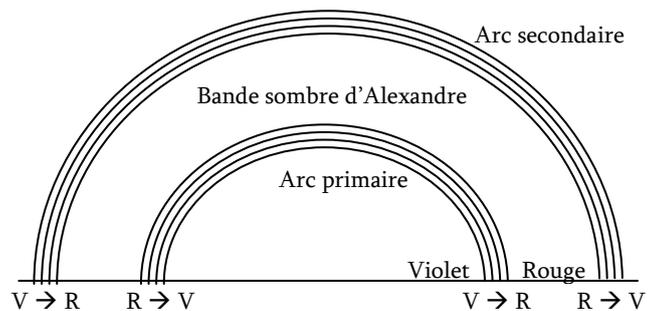
Angles (°)	i_2	r_2	D_2	θ_2	i_3	r_3	D_3	θ_3
Violet	58,7	39,5	139,6	40,4	71,5	44,8	123,9	53,9
Rouge	59,5	40,3	137,7	42,3	71,9	45,5	230,5	50,5

Arc primaire

Arc secondaire

Un observateur situé face au rideau de pluie verra ici 2 arcs-en-ciel, l'arc primaire allant du violet à l'intérieur au rouge à l'extérieur, et l'arc secondaire, plus grand, moins intense (puisque une partie de la lumière a déjà été dispersée dans la formation de l'arc primaire) allant du rouge au violet (ordre inversé !!!),

→ voir figure ci-dessous



OG2 – Miroirs et Lentilles

Exercice 26 : Translation d'un miroir

→ Déplacement de l'image de 2d

Exercice 27 : Construction des images

→ Voir correction des exercices techniques - Série 5 - Optique

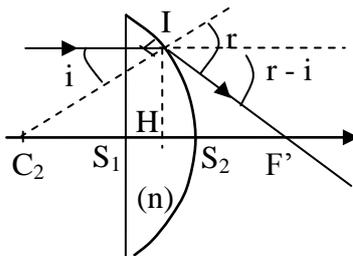
Exercice 28 : Lentille plan-convexe

Dans les conditions de Gauss,

$$\text{On a } n.i = r, \text{ et } \begin{cases} i = \frac{HI}{C_2H} \\ r - i = \frac{HI}{HF'} \end{cases}$$

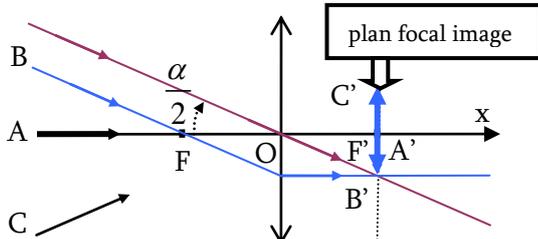
$$\text{Donc } \frac{n}{C_2H} - \frac{1}{C_2H} = \frac{1}{HF'}$$

$$\text{Et ainsi } \Rightarrow V = \frac{1}{f'} = \frac{n-1}{R} > 0$$



Exercice 29 : Diamètre apparent d'un astre

L'image de l'étoile se forme dans le plan focal image de la lentille.



$$\text{On a } \frac{\alpha}{2} \approx \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{F'B'}{OF'} = \frac{F'B'}{f'} \text{ et } F' = A' \text{ (aplanétisme).}$$

$$\text{Taille de l'image : } B'C' = 2 \times A'B' = \alpha f' = \frac{\alpha}{V} = 291 \mu\text{m}.$$

Attention, α à convertir en radians : $\alpha_{(rad)} = \frac{\pi \times \alpha_{(minute_angle)}}{60 \times 180}$ rad
(Il y a 60 minutes d'angles dans 1 degré)

Exercice 30 : Distance Objet réel / Image réelle

D'après la relation de conjugaison au centre optique (formule de Descartes) :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \text{ avec } \begin{cases} p = \overline{OA} \\ p' = \overline{OA'} \end{cases} \Rightarrow p' = \frac{pf'}{p+f'}$$

Etudions le sens de variation de la distance $|p' - p|$:

$$\frac{d|p' - p|}{dp} = \frac{d(p' - p)}{dp} = -p \frac{p+2f'}{(p+f')^2} > 0 \text{ si } p > -2f'$$

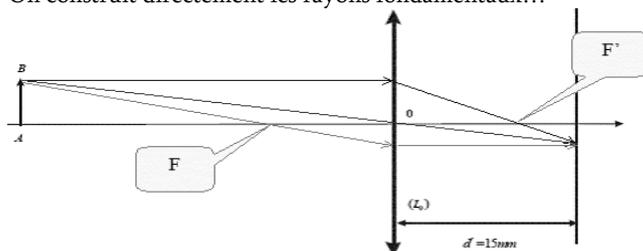
p	-2f'
p' - p	→

La distance entre objet réel et image réelle est minimale lorsque

$$p = \overline{OA} = -2f'. \text{ Alors } p' = 2f' \text{ (méthode de Silbermann)}$$

Exercice 31 : A la recherche des foyers

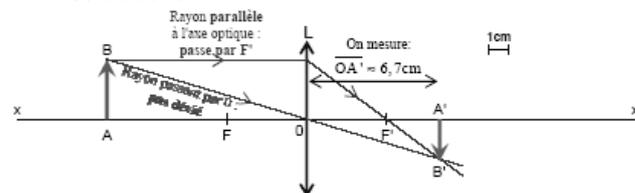
On construit directement les rayons fondamentaux...



→ Et on retrouve le résultat avec la relation de conjugaison...

Exercice 32 : Loupe

1. Construction :

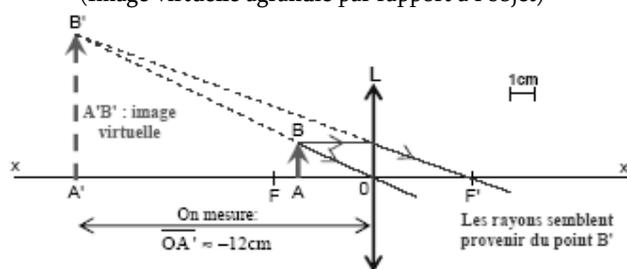


2. D'après la formule de Descartes (conjugaison, origine au centre optique) : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ avec $\begin{cases} p = \overline{OA} \\ p' = \overline{OA'} \end{cases}$

$$\Rightarrow p' = \overline{OA'} = 6,7 \text{ cm}$$

3. Construction → C'est bien le principe de la loupe

(Image virtuelle agrandie par rapport à l'objet)



4. Même formule de Descartes. $\Rightarrow p' = \overline{OA'} = -12 \text{ cm}$

Exercice 33 : Quelques petits problèmes de Lentilles

1. Oui, l'objet doit être réel, placé entre le foyer et la lentille. S'il est virtuel, l'image sera réelle.

2. Conjugaison au sommet : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ avec $\begin{cases} p = \overline{OA} \\ p' = \overline{OA'} \end{cases}$

$$\Rightarrow p' = \overline{OA'} = 90,34 \text{ cm}$$

3. $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{p'}{p} \Rightarrow$ taille : 129 cm

$$4. \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 \Rightarrow \overline{F'A'} = 1,47 \text{ cm}$$

5. $p' = \overline{OA'} = -19,1 \text{ cm}$ car l'img est forcément virtuelle.

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = -27,41 \text{ cm} \Rightarrow \overline{F'A'} = 8,31 \text{ cm}$$

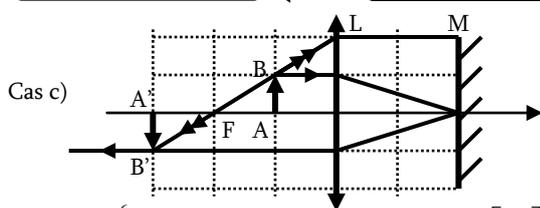
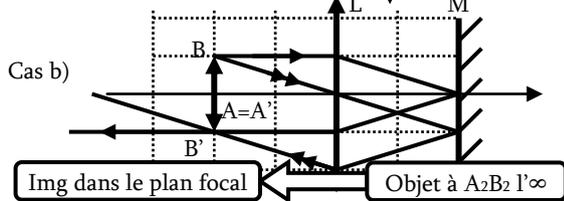
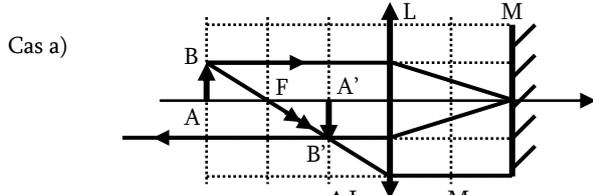
6. $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{p'}{p} \Rightarrow \overline{OA} = -2 \text{ cm}$

7. Foyer image car l'objet est réel. $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 \Rightarrow \overline{F'A'} = 3,33 \text{ cm}$

$$8. \gamma = 1,738 > 0 \Rightarrow \frac{\overline{AB} + 7,4}{\overline{AB}} = \gamma \Rightarrow \overline{AB} = 10,0 \text{ cm}$$

Exercice 34 : Autocollimation d'une lentille convergente

1. Constructions : (Qu'avec l'image finale pour ne pas surcharger)



2. 1^{ère} lentille :
$$\begin{cases} \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} & \Rightarrow \overline{OA_1} = \begin{bmatrix} +6 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \gamma = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{OA_1}{OA} = -2 & \Rightarrow \overline{OB_1} = \begin{bmatrix} +6 \\ -2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

Miroir : Symétrique de plan $x = 2 \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \overline{OA_2} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \overline{OB_2} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \end{cases}$

2^{ème} lentille : Attention, on l'utilise de droite à gauche, donc l'axe optique est inversé, et le foyer image est maintenant $F'_{inv} = F$ au lieu de F' , ainsi, $f'_{inv} = -f$. La conjugaison devient

$$\begin{cases} \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_2}} = \frac{1}{f'_{inv}} = \frac{-1}{f'} & \Rightarrow \overline{OA'} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \gamma_{inv} = \frac{A'B'}{A_2B_2} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_2}} = \frac{1}{2} & \Rightarrow \overline{OB'} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

- On a forcément $\gamma = -1$, car la taille de l'image globale est définie par le premier rayon (celui qui part de B parallèle à l'axe optique ressort de la lentille également parallèle à l'axe, d'équation $y = -1$). On a donc forcément $\gamma(B') = -1$.
- La position du miroir ne change rien à l'image, puisque toutes les images intermédiaires sont à l'infini... Elle y restent si le plan du miroir reste perpendiculaire à l'axe. Il vaudra mieux rapprocher le miroir de la lentille pour conserver le plus de rayons possible (plus lumineux).
- Miroir incliné ? Les images intermédiaires sont toujours à l'infini, donc l'image finale se forme toujours dans le plan focal, mais en un autre endroit... Le grandissement et la position de l'image vont donc être modifiés.
- Un collimateur est un dispositif optique qui permet de simuler un objet à l'infini \rightarrow Faisceau de lumière parallèle. C'est bien ce que l'on obtient ici (système AB+L).
- On règle la distance source lentille pour que l'image en retour soit nette \rightarrow cette distance est alors égale à la distance focale que l'on mesure directement.

Exercice 35 : Modélisation d'un photocopieur

1. On a
$$\begin{cases} \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{AA'} = d \\ \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \end{cases} \Rightarrow \overline{OA} = \frac{d}{\gamma - 1} \Rightarrow f' = \frac{-\gamma d}{(1 - \gamma)^2}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

2. AN : $\rightarrow \gamma = -1 \rightarrow OA = 192\text{mm} / f' = 96\text{mm}$
 $\rightarrow \gamma = -\sqrt{2} \rightarrow OA = 159\text{mm} / f' = 93,2\text{mm}$
 $\rightarrow \gamma = -1/\sqrt{2} \rightarrow OA = 225\text{mm} / f' = 93,2\text{mm}$ (symétrique)

(Attention aux coefficients, surface double ou moitié \rightarrow Chaque dimension est multipliée par $\sqrt{2}$ ou l'inverse)

Exercice 36 : Focométrie – Quelques méthodes

A. Méthode de Bessel

A.1. Distance minimale : $\overline{AA'} = 4f'$

On peut le voir en dessinant ou bien le démontrer

Démo : Conjugaison $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'}$

Et $\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{AO} \left(1 - \frac{f'}{\overline{OA} + f'} \right) = \frac{-\overline{OA}^2}{\overline{OA} + f'} = \frac{-x^2}{x + f'}$

$\frac{d\overline{AA'}}{dx} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot x(x + f') - x^2 = 0$

Ainsi : $\Leftrightarrow x(x + 2f') = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -2f'$

Dans le 2nd cas, on a bien $\begin{cases} \overline{OA} = -2f' \\ \overline{OA'} = +2f' \end{cases} \Rightarrow \overline{AA'} = 4f'$

A.2. On fixe $\overline{AA'} = D$, on utilise la même relation : $\overline{AA'} = D = \frac{-x^2}{x + f'}$, avec $x = \overline{OA}$, donc $x^2 + Dx + Df' = 0$.

Il y a bien 2 solution pour x si $\Delta = D^2 - 4Df' > 0$, c'est-à-dire si on a $\boxed{D > 4f'}$: $\begin{cases} x_1 = \frac{-D + \sqrt{\Delta}}{2} \\ x_2 = \frac{-D - \sqrt{\Delta}}{2} \end{cases} \Rightarrow d = x_1 - x_2 = \sqrt{\Delta}$

A.3. Alors : $d^2 = \Delta = D^2 - 4Df' \Leftrightarrow f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$

A.4. AN : $D = 40\text{cm}$ et $d = 10\text{cm}$. $\rightarrow f' = 9,38\text{cm}$.

B. Méthode de Silbermann

B.1. Conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ avec $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -1$, cela donne

$\frac{1}{\overline{OA}} \left(\frac{1}{-1} - 1 \right) = \frac{1}{f'}$ et $\overline{OA} = -2f'$, donc $\boxed{D = 4f'}$.

\rightarrow On est dans le cas limite de la méthode de Bessel.

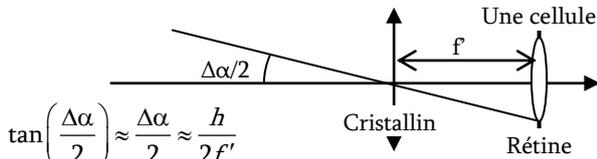
B.2. On peut être sûr qu'on est bien à la position demandée, car on doit être exactement au milieu entre A et A'. Il n'y a qu'une seule image possible, il n'y a pas 2 positions complémentaires (x et x) qui donnent une image nette.

OG2 – Modèles de l'oeil

Exercice 37 : Quelques caractéristiques de l'oeil

L'oeil normal :

1. Modèle : On zoome sur une cellule de la rétine



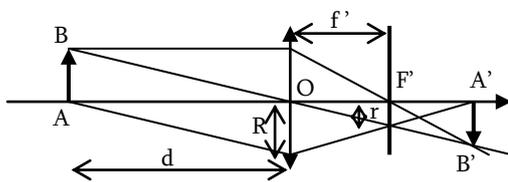
$$\tan\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) \approx \frac{\Delta\alpha}{2} \approx \frac{h}{2f'}$$

$$h \approx \Delta\alpha \cdot f' = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 7,6 \mu\text{m}, \text{ c'est cohérent...}$$

2. A $d = 1$ mètre, cela correspond à un objet de taille

$$AB \approx \Delta\alpha \cdot d = 0,5 \text{ mm}$$

3. Construction



$$\text{Conjugaison : } \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{d \cdot f'}{d - f'}$$

$$\text{Thalès : } \frac{R}{OA'} = \frac{r}{OA' - f'} \Rightarrow r = R \left(1 - \frac{f'}{OA'}\right) = r = \frac{R \cdot f'}{d}$$

4. Objet net si $r < h \rightarrow$ sinon il s'étale sur plusieurs cellules de la rétine et crée un flou.

$$\Rightarrow r = \frac{R \cdot f'}{d} < h \Leftrightarrow d > d_{\min} = \frac{R \cdot f'}{h} = 2,0 \text{ m}$$

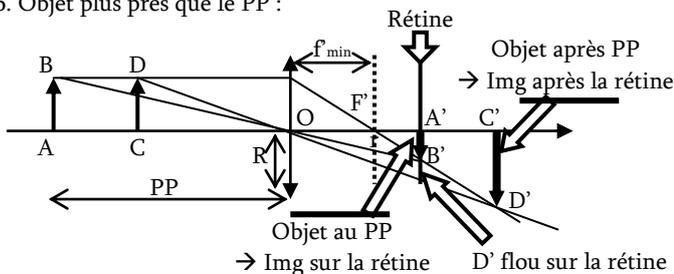
L'oeil peut donc voir simultanément, de façon nette, tout objet compris entre 2m et l'infini. Il n'accommode que pour observer des objets plus proches.

5. PP = 25 cm \rightarrow image sur la rétine fixe à $d = 15$ mm, on utilise la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \text{ avec } \begin{cases} \overline{OA} = -25 \text{ cm} \\ \overline{OA'} = d' = 1,5 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow f' = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} = 1,41 \text{ cm}$$

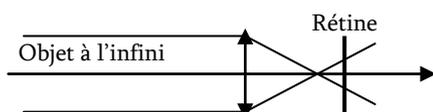
\rightarrow Cristallin un peu comprimé, il est plus convergent...

6. Objet plus près que le PP :



Myopie :

7. Objet à l'infini \rightarrow Image avant la rétine \rightarrow Flou sur la rétine. Il n'arrive pas à accommoder car les muscles ne peuvent tordre le cristallin que dans un sens (rendre plus convergent)



8. Avec la relation de conjugaison : (et le PR pris positif)

$$\frac{1}{d_{\text{rétine}}} + \frac{1}{PR} = \frac{1}{f'} \Rightarrow PR = \frac{d_{\text{rétine}} \cdot f'}{d_{\text{rétine}} - f'} = 1,11 \text{ m} \rightarrow \text{Très myope.}$$

9. De même, avec $PP=12$ cm : $f'_{PP} = \frac{d_{\text{rétine}} \cdot PP}{d_{\text{rétine}} + PP} = 1,33 \text{ cm}$ On

voit donc que les valeurs de la distance focale du cristallin varient entre 1,33cm et 1,48cm (au lieu de 1,41cm \rightarrow 1,5cm), ce qui fait que l'oeil est déjà très myope...

10. Avec 2 lentilles accolées, on utilise les 2 relations de conjugaison (même sommet O) : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$

$$\begin{cases} \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_1} \\ \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{f'_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} + \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

Ce qui est équivalent à $V_{\text{eq}} = V_1 + V_2$

11. Correction par des verres de contact accolés : on doit avoir

$$\begin{cases} \frac{1}{f'_{\text{VERRE}}} = \frac{1}{f'_{\text{MYOPE}}} + \frac{1}{f'_{\text{NORMAL}}} \\ V_{\text{NORMAL}} = V_{\text{MYOPE}} + V_{\text{VERRE}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_{\text{VERRE}} = \frac{f'_{\text{MYOPE}} \cdot f'_{\text{NORMAL}}}{f'_{\text{MYOPE}} - f'_{\text{NORMAL}}} = -1,11 \text{ m} \\ V_{\text{VERRE}} = V_{\text{NORMAL}} - V_{\text{MYOPE}} = -0,9 \delta \end{cases}$$

C'est la deuxième grandeur que les opticien utilise pour caractériser le défaut d'un œil. La myopie n'est pas si importante !!! Le verre de contact est peu divergent (distance focale très élevée, donc lentille très mince)

Presbytie :

12. Pour l'oeil normal $f_0' = d_0$

13. Journal à 25cm \rightarrow Le schéma est le même que celui de la question 3, tout se passe comme si l'oeil n'accommodait plus...

$$r_0' = \frac{R \cdot f_0'}{d} = \frac{R \cdot d_0}{d} = 6,0 \cdot 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow r_0' > h$$

\rightarrow L'image est floue sur la rétine

14. Correction par un verre double foyer, car seule la vision de près a besoin d'être corrigée (verre convergent pour la vision de près, rien pour la vision de loin), et la lentille ne peut pas corriger pour toute la profondeur du champ de vision... verre progressifs ? (convergence variable selon la position sur le verre)

15. Vieillesse d'un œil myope \rightarrow La tâche sera moins grosse pour un journal à 25cm, mais certainement toujours illisible. Il faudra un verre plus compliqué, avec divergent à l'infini, convergent à courte distance

Hypermétropie :

16. Sans accommodation : Vergence $V_0 \rightarrow PR$,

Avec accommodation : Vergence $V_1 = V_0 + \Delta V \rightarrow PP = 50$ cm

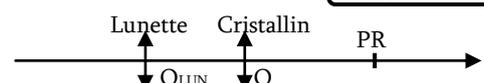
$$D'où V_1 = \frac{1}{d_{\text{rétine}}} + \frac{1}{PP} = 68,7 \delta \begin{cases} \Rightarrow V_0 = 64,7 \delta \\ \text{et } V_{\text{NORMAL}} = 66,67 \delta \end{cases} \Rightarrow V_{\text{VERRE}} = +2\delta$$

Il s'agit bien d'un verre de contact convergent.

17. Le PP corrigé alors : 25cm \rightarrow On se ramène à l'oeil normal

18. On cherche déjà le PR : $\overline{OP}_R = \frac{-d_{\text{rétine}}}{V_0 d_{\text{rétine}} - 1} = 50 \text{ cm}$ (virtuel)

La lunette doit envoyer les objets à l'infini sur le PR, donc ce PR doit correspondre à la distance focale de la lunette, qui est situé 1cm avant l'oeil $\rightarrow f'_{\text{LUN}} = \overline{OLUN} \cdot \overline{P}_R = \overline{OLUN} \cdot O + \overline{OP}_R = 51 \text{ cm}$, ce qui nous donne une vergence de $\Rightarrow V_{\text{LUN}} = +1,96 \delta$



OG2 – Systèmes Optiques

Exercice 38 : Lunette astronomique

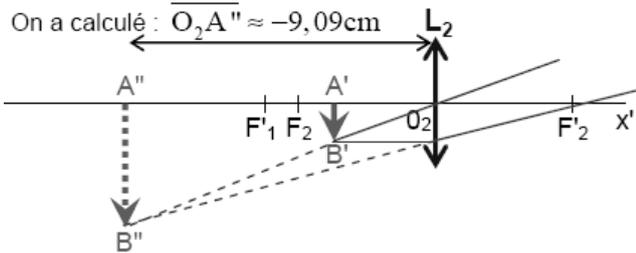
1. D'après la formule de Descartes (relation de conjugaison, origine au centre optique) : $\frac{1}{O_1A'} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f'_1}$

$\Rightarrow \overline{O_1A'} = 22,22 \text{ cm}$ (Image réelle)

Et $\gamma = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} \Rightarrow \overline{A'B'} = -1,11 \text{ cm}$

2. Construction :

On a calculé : $\overline{O_2A''} \approx -9,09 \text{ cm}$



3. $\overline{O_2A'} = -2,78 \text{ cm} \Rightarrow \overline{O_2A''} = -9,09 \text{ cm}$ (Image virtuelle)

Et $\overline{A''B''} = 3,64 \text{ cm}$

4. $\theta'' = \arctan\left(\frac{\overline{A''B''}}{\overline{F'_2A''}}\right) = 15,52^\circ$
 $\theta = \arctan\left(\frac{\overline{AB}}{\overline{F'_2A}}\right) = -2,50^\circ$

$\Rightarrow G = 6,21$

Exercice 39 : Microscope

1. Diamètre apparent de AB :

$\tan(\alpha) \approx \alpha \approx \frac{AB}{PP} = \frac{10^{-5}}{0,2} = 5.10^{-5} \text{ rad} < \text{Pouvoir_Séparateur}$

→ L'œil ne distingue pas A et B, il les voit confondus...

2. Construction avec la loupe :

$\tan(\alpha) \approx \alpha \approx \frac{AB}{f'} = \frac{10^{-5}}{0,05} = 2.10^{-4} \text{ rad}$

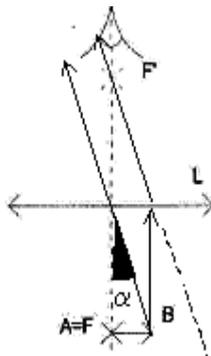
On a encore :

$\alpha < \text{Pouvoir_Séparateur}$

→ L'œil ne distingue pas non plus A et B, encore confondus...

3. Grandissement : $\gamma = \frac{P'}{P} = -12$

$\Rightarrow \overline{A_1B_1} = -12 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$



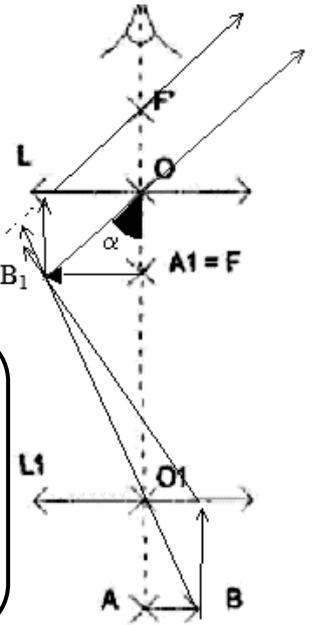
$\tan \alpha \approx \alpha = \frac{A_1B_1}{OF}$

Nouvelle valeur :

$\alpha \approx \frac{A_1B_1}{f'} = \frac{-1,2 \cdot 10^{-4}}{0,03} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$

→ $\alpha > \text{Pouvoir_Séparateur}$

L'œil peut cette fois distinguer les points A et B !!!
Le microscope rend l'objet « visible » par l'œil



Exercice 40 : Réglage d'un viseur

1. Réglage de la distance réticule – oculaire

1.a) Relation de conjugaison... $d_2 = \frac{\overline{O_2O'} \cdot f'_2}{\overline{O_2O'} - f'_2} = 1,8 \text{ cm}$

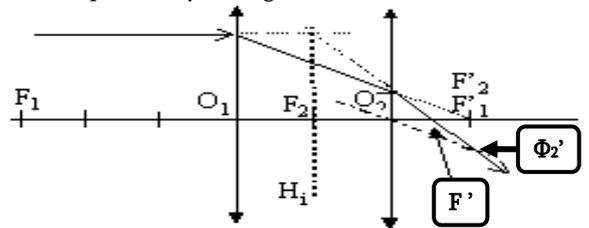
1.b) A l'infini → dans le plan focal : $d_2 = f'_2 = 2,0 \text{ cm}$

2. Réglage de la distance objectif – réticule

Relation de conjugaison... La valeur donnée vérifie bien la relation de conjugaison $\frac{1}{O_1O} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f'_1}$

Exercice 41 : Doublet optique de Huygens

1. Schéma pour le foyer image :



Rmq :

→ Le rayon arrive parallèlement à l'axe optique, il ressort donc en passant par F1' (sans problèmes)

→ Mais comment connaître sa direction après passage de L2 ?

ATTENTION : Difficile car son incidence est quelconque !!!

→ On trace alors l'axe passant par le centre O2 de L2, // au rayon

(on cherche l'img de l'objet venant de la même direction à l'∞)

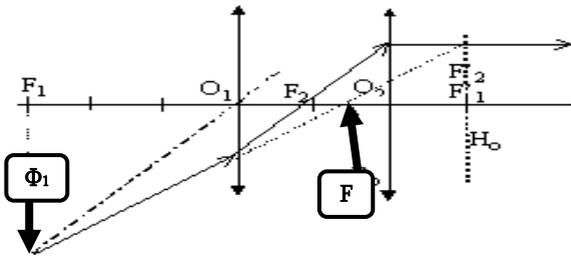
→ Ce rayon passant par O2 coupe le plan focal au foyer 2ndaire Φ2'

(Φ2' est l'img de cet objet venant de l'∞ ds la même direction)

→ Le rayon cherché sort de L2 en passant par Φ2'

→ F' est l'intersection du rayon émergent et de l'axe optique

On fait la même chose pour le foyer objet dans l'autre sens
Il faut transposer le principe d'utilisation d'un foyer secondaire image en un foyer secondaire objet Φ1... (Voir schéma)



2. Relation de conjugaison au foyer pour un objet A, image A' et une distance focale f : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$

On la transpose pour notre cas présent :

Foyer image : $A_o \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_2} F'$, donc $\overline{F_2 F_1'} \cdot \overline{F_2 F'} = -f_2'^2$,

avec $\overline{F_2 F_1'} = -\Delta$, cela donne $\boxed{\overline{F_2 F'} = \frac{f_2'^2}{\Delta} = \frac{a^2}{-2a} = -1cm}$

Puisque $\Delta = \overline{F_1' F_2} = \overline{F_1' O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2} = -f_1' + e - f_2 = -2a$

Foyer objet : $F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} A_o'$, donc $\overline{F_1 F} \cdot \overline{F_1 F_2} = -f_1'^2$,

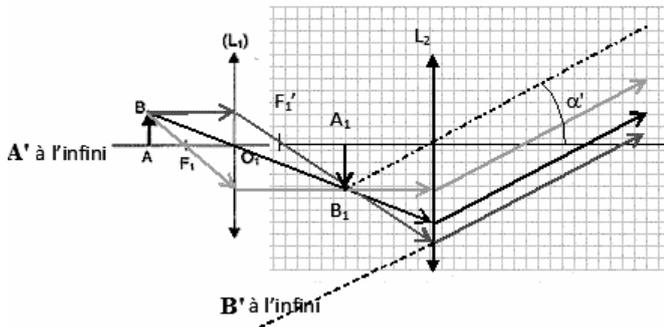
avec $\overline{F_1 F_2} = \Delta$, cela donne $\boxed{\overline{F_1 F} = \frac{-f_1'^2}{\Delta} = \frac{-9a^2}{-2a} = 9cm}$

Exercice 42 : Grossissement standard d'un microscope

1. Construction des images

1.a et b) $A_1 B_1$ dans le plan focal de $L_2 \rightarrow$ L'œil reste au repos

1.c) Schéma de principe :



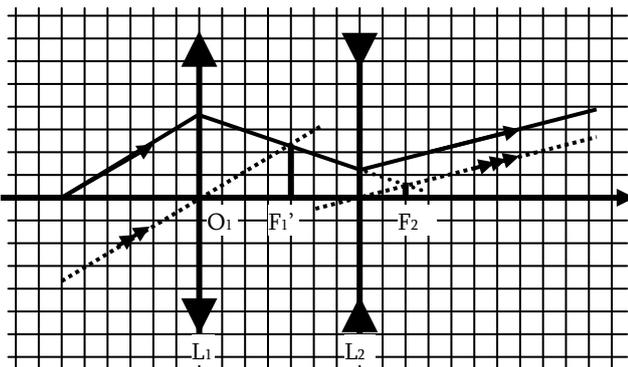
2. Grossissement standard du microscope

2.a) Grandissement : $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \dots = -\frac{\Delta}{f_1'}$ (triangles...)

2.b) Grossissement : $G_2 = \frac{\alpha'}{\alpha_1} \begin{cases} \tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{A_1 B_1}{f_2'} \\ \tan(\alpha_1) \approx \alpha_1 = \frac{A_1 B_1}{d_m} \end{cases} \Rightarrow G_2 = \frac{d_m}{f_2'}$

2.c) Grossissement complet : $G = |\gamma_1| G_2 = \frac{\Delta}{f_1'} \times \frac{d_m}{f_2'} = 900$

Exercice 43 : Tracé de Rayons



1. Système globalement CONVERGENT (rayon en sortie est plus convergent que celui en entrée).
2. Rayon lumineux \rightarrow On relie les points.
3. 1^{ère} lentille : Convergente / 2^{nde} : divergente
4. Pour trouver le foyer, on trace un rayon parallèle (2) à celui que l'on a déjà (1), mais qui passe par le centre (comme si les 2 venaient d'un objet à l'infini) \rightarrow Se croisent après la lentille dans le plan focal, ce qui nous indique le foyer principal image F_1' (par aplanétisme). On trouve l'autre foyer par symétrie par rapport au centre optique.

On fait de même en sortie avec le rayon (3) $\rightarrow F_2$ objet

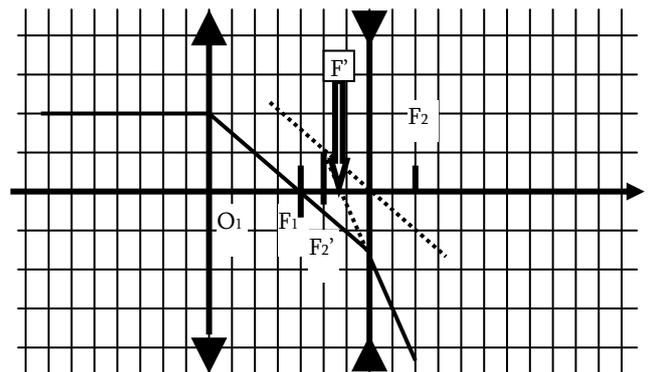
On évalue $\overline{O_1 F_1'} = 4cm$ et $\overline{O_2 F_2'} = -2cm$

5. Foyer image $F' =$ image d'un objet à l'infini sur l'axe, ce que l'on peut représenter par la chaîne : $A_o \xrightarrow{L_1} F_1' \xrightarrow{L_2} F'$

Foyer objet $F =$ Point dont l'image est à l'infini sur l'axe, se schématise par $F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} A_o'$

Il nous faut en fait trouver l'image de F_1' par L_2 (c'est F'), et l'objet dont l'image par L_1 est F_2 (c'est F).

Ou bien on trace directement l'image d'un rayon à l'infini



Ainsi : $\overline{O_1 F'} = 5,8cm$ et de même (non tracé) $\overline{O_1 F} = -7,2cm$

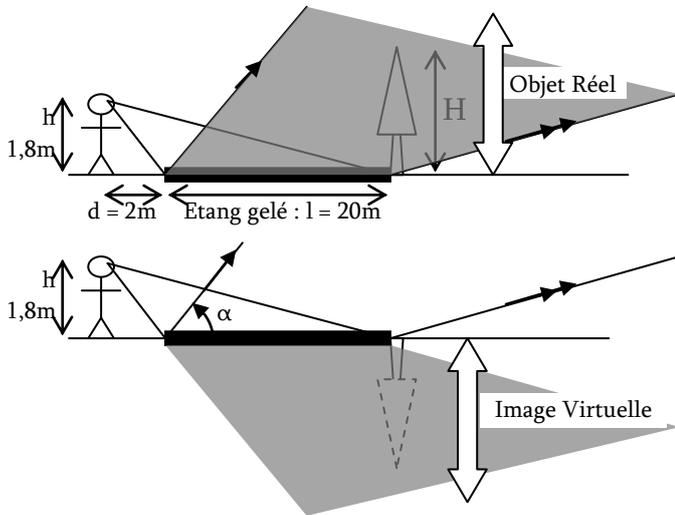
6. On utilise les relations de conjugaison au sommet ou au foyer, le foyer étant plus rapide : d'où

$$\begin{cases} \overline{F_2' F'} = \frac{f_2'^2}{F_2 F_1'} = \frac{4}{5} cm \\ \overline{O_1 F'} = \overline{O_1 F_2'} + \overline{F_2' F'} = 5,8cm \end{cases} \quad \begin{cases} \overline{F_1' F} = \frac{-f_1'^2}{F_1' F_2} = \frac{-16}{5} cm \\ \overline{O_1 F} = \overline{O_1 F_1} + \overline{F_1' F} = -7,2cm \end{cases}$$

SOLUTION du TD OG1 – Lois de l'Optique Géométrique – Feuille 1/1

Correction 1 : Champ de vision

1. Tracé du Champ de vision :



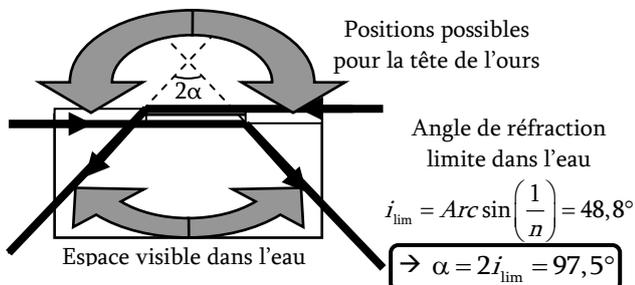
Rmq : L'homme ne peut pas voir sa propre image

2. Dans les bon triangles, et en utilisant l'égalité des angles incidence/réflexion avec la loi de Descartes, on obtient :

$$\tan \alpha = \frac{H_{\max}}{l} = \frac{h}{d}, \quad \text{d'où } \boxed{H_{\max} = \frac{hl}{d} = 18m}$$

Correction 2.1 : L'ours polaire

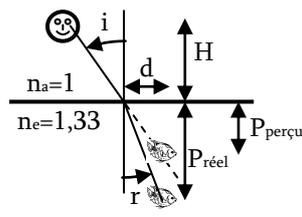
1. Champ angulaire visible par l'ours (si il bouge la tête au max)



→ Un poisson peut donc s'approcher du trou sans être vu par l'ours si il longe la glace, dans la partie non visible depuis l'extérieur (hors du cône d'angle au sommet 2α)

2. Profondeur apparente du poisson : on définit toutes les grandeurs sur le schéma ci-contre (échelle non respectée) :

$$\text{On a : } \begin{cases} \tan(i) = \frac{d}{P_{\text{perçu}}} \\ \tan(r) = \frac{d}{P_{\text{réel}}} \\ n_a \sin(i) = n_e \sin(r) \end{cases}$$



$$\text{Donc : } P_{\text{perçu}} = \frac{d}{\tan(i)} = \frac{P_{\text{réel}} \times \tan(r)}{\tan(i)} = \frac{P_{\text{réel}} \times \sin(r) \times \cos(i)}{\sin(i) \times \cos(r)}$$

$$\text{On simplifie : } P_{\text{perçu}} = \frac{P_{\text{réel}} \times n_a \times \cos(i)}{n_e \times \sqrt{1 - \sin^2(r)}} = \frac{P_{\text{réel}} \times n_a \times \cos(i)}{\sqrt{n_e^2 - n_a^2 \sin^2(i)}}$$

$$\text{Pour } i = 45^\circ, \text{ cela donne } \boxed{P_{\text{perçu}} = 12,55 \text{ cm.}}$$

L'ours a l'impression que le poisson est plus proche.

3. Angle visible depuis la mer : $2\alpha' = 180^\circ$, le poisson peut tout voir, l'ours ne peut pas se cacher.

4. Si le poisson s'approche du trou en longeant la glace, il verra bien évidemment la glace juste au dessus de lui, mais il ne verra pas ce qui se trouve au dessus du trou, car les rayons lui provenant du trou sont trop inclinés, et ont en fait subi une réflexion totale. Il s'agit des rayons provenant du fond de la mer et non de l'extérieur (faire le schéma...)

Complément : On peut calculer en fonction de l'angle d'inclinaison des rayons la profondeur apparente du poisson vu de l'extérieur

Angle	0°	15°	30°	45°	60°
P _{réel} (cm)	60	60	60	60	60
P _{perçu} (cm)	15,0	14,8	14,0	12,5	9,9

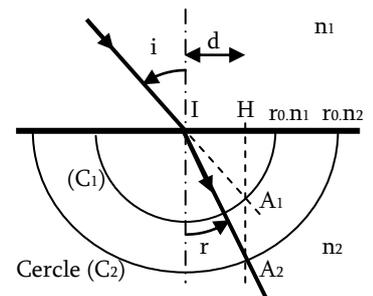
→ On voit que le dioptre plan-eau n'est pas stigmatique, puisque tous les rayons émergeant de l'eau ne se croisent pas en une unique image, mais en une zone image (intersection dépendant de l'angle d'émergence).

Correction 2.2 : Construction de Descartes

1. Construction simple :

Méthode :

- Prolongation du rayon
- Intersection A_1 avec (C_1)
- Projeté orth H de A_1
- Intersection A_2 de (C_2) avec la // à la normale passant par H et A_1 .
- Le rayon passe par A_2

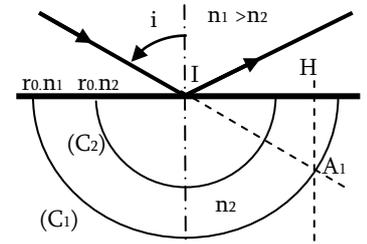


Démonstration :

$$\rightarrow \text{Dans } \begin{cases} \sin(i) = \frac{d}{n_1 r_0} \\ \sin(r) = \frac{d}{n_2 r_0} \end{cases} \Rightarrow \frac{d}{r_0} = \boxed{n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)}$$

2. Réflexion totale :

Si $n_1 > n_2$, c'est le cercle (C_1) qui est plus grand, il peut ne plus y avoir d'intersection entre le cercle (C_2) et la // à la normale passant par A_1 . (comme sur la 2^{ème} figure)



Correction 2.3 : Lame à faces parallèles

→ Voir correction de l'exercice supplémentaire 11 (la vitre)

Correction 2.4 : Déviation par un prisme

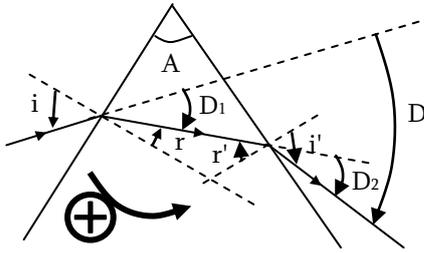
1. On respecte l'orientation des angles dans le sens trigonométrique, ce qui nous donne :

$$\text{- Réfraction : } \begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \end{cases}$$

$$\text{- Dans le tri de sommet A : } A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} + r'\right) = \pi,$$

$$\text{d'où } \boxed{A - r + r' = 0} \quad A = |r| + |r'| > 0$$

- Déviation D : on la décompose en 2 déviations, sur le 1^{er} puis le 2nd dioptre : $D = |i - r| + |i' - r'| = -(i - r) + (i' - r')$
 (Attention encore une fois au sens des angles... si on prend tous les angles positifs, on obtient $D = i - r + i' - r'$)



2. Il se peut que le rayon n'émerge pas en sortie si il y a réflexion totale sur la seconde face (il n'y a jamais réflexion totale sur la première face car l'indice de l'air est inférieur à l'indice du verre).

Il faut donc que $|r'| = A - r < i_{\text{lim}} = \text{Arc sin}\left(\frac{1}{n}\right) = 41,8^\circ$

En fonction de i : $\sin(i) > n \cdot \sin\left(A - \text{Arc sin}\left(\frac{1}{n}\right)\right)$

Ou encore : $i > \text{Arc sin}\left[n \cdot \sin\left(A - \text{Arc sin}\left(\frac{1}{n}\right)\right)\right]$

→ Le rayon doit être très incliné pour sortir. Par exemple pour $A = 60^\circ$ (triangle équilatéral), cela donne $27,9^\circ$.

3. Dans le cas de petits angles, on simplifie les sin : $\begin{cases} i = n \cdot r \\ i' = n \cdot r' \end{cases}$

Donc $D = -i + i' + r - r' = (1 - n)(r - r') = D = (1 - n) \cdot A$

On remarque que l'angle D est négatif ici, c'est bien ce que l'on a sur la figure. On trouvera souvent l'expression donnée avec tous les angles positifs : $D = (n - 1) \cdot A > 0$

→ D augmente avec n et A (fonction croissant de n et A)

Remarque : l'hypothèse de petits angles est un peu abusive ici, car on ne peut pas avoir en même temps tous les angles faibles (d'après la configuration du prisme). Cela nous donne une valeur de D fixe, la déviation ne dépendrait pas de l'angle d'incidence? En fait si, la vraie déviation change, mais cette déviation nous en donne une idée...

4. Lorsque n et A sont fixés, D ne dépend plus que de l'incidence. On cherche l'extremum de $D = f(i)$, en calculant la dérivée (on différencie les expressions d'abord) :

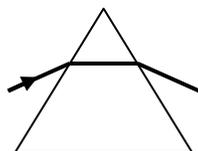
$$\begin{cases} dD = -di + dr + di' - dr' \\ dA = dr - dr' = 0 \quad (A \text{ constant}) \Rightarrow dr = dr' \\ \cos(i) \cdot di = n \cdot \cos(r) \cdot dr \\ \cos(i') \cdot di' = n \cdot \cos(r') \cdot dr' \end{cases}$$

Ainsi : $dD = di' - di$ et $\frac{dD}{di} = \frac{di'}{di} - 1 = \frac{\cos(i) \cdot \cos(r')}{\cos(i') \cdot \cos(r)} - 1$

Et donc : $\frac{dD}{di} = 0 \Leftrightarrow \cos(i) \cdot \cos(r') = \cos(i') \cdot \cos(r)$

Une solution évidente est :

$$\begin{cases} |r_{\text{min}}| = |r'_{\text{min}}| = \frac{A}{2} \quad (\text{symétrie}) \\ |i_{\text{min}}| = |i'_{\text{min}}| \end{cases}$$



On admet qu'il s'agit d'un minimum, que l'on définit positif :

$$D_{\text{min}} = 2|i_{\text{min}}| - A$$

En ce minimum, on a : $\sin(i_{\text{min}}) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$

Ainsi :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_{\text{min}} + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Correction 2.5 : Dispersion par un prisme

1. L'indice décroissant avec la longueur d'onde, la déviation, comme i', est une fonction décroissante de λ . La lumière va être décomposée en sortie du prisme, comme pour un arc en ciel. Déterminons les valeurs extrêmes, par exemple pour une incidence rasante $i = \frac{\pi}{2}$, avec un prisme d'angle $A = 60^\circ$:

λ (nm)	n	$r = \text{Arc sin}\left(\frac{1}{n}\right)$	$i' = \text{Arc sin}(n \sin(A - r))$
400	1,5242	41,0°	29,7°
800	1,5043	41,7°	28,2°

2. La largeur angulaire du spectre est donc la différence des incidences des 2 lumières : $\Delta D = \Delta i' = 1,5^\circ$
 3. Au minimum de déviation pour λ_1 , on a $n_1 = 1,5095$ et $\sin(i_{m1}) = n_1 \cdot \sin\left(\frac{A}{2}\right)$, donc $i_{m1} = 49,0^\circ$. La déviation vaut alors $D_{\text{min}} = 2i_{m1} - A = 38,0^\circ$

Correction 3.1 : Le chemin le plus court

1. Le chemin le plus court n'est pas la ligne droite, il faut faire un compromis entre temps perdu à rallonger la distance totale et temps perdu dans le milieu où l'on se déplace le moins vite.
 2. Durée du trajet :

$$t = \frac{d_{\text{sable}}}{v_{\text{sable}}} + \frac{d_{\text{eau}}}{v_{\text{eau}}} = \frac{n_S \sqrt{x^2 + I_A^2}}{v_0} + \frac{n_E \sqrt{(L-x)^2 + I_B^2}}{v_0}$$

3. et 4. Durée du trajet minimale :

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dx} = 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{n_S \cdot 2x}{\sqrt{x^2 + I_A^2}} + \frac{1}{2} \frac{n_E \cdot 2(L-x)}{\sqrt{(L-x)^2 + I_B^2}} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{n_S \cdot x}{d_{\text{sable}}} - \frac{n_E \cdot (L-x)}{d_{\text{eau}}} = 0 \\ &\Leftrightarrow n_S \cdot \sin(\theta_{\text{sable}}) = n_E \cdot \sin(\theta_{\text{eau}}) \end{aligned}$$

→ On reconnaît la loi de Snell-Descartes,

En fait la lumière passe le chemin qui correspond au temps de parcours minimal !!! (Principe de Fermat)

Correction 3.2 : Réflexion

1. → Même chose qu'à l'exercice précédent... chemin 2...
 2. Distance entre AI + IA' : $d = (AIA') = \sqrt{x^2 + L^2} + \sqrt{(L-x)^2 + I^2}$
 (Rigoureusement le chemin optique est $L = n \times \text{dis tan ce}$)
 3. Chemin minimal : $\frac{dd}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}} = \frac{(L-x)}{\sqrt{(L-x)^2 + I^2}}$

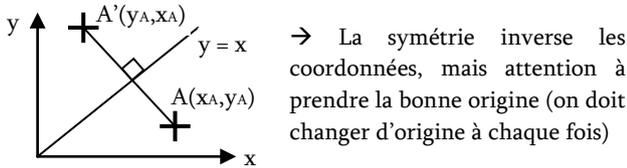
$$\Leftrightarrow \sin(i) = \sin(r)$$

→ Chemin le plus rapide pour $i = -r$ (loi de Descartes)

SOLUTION du TD – OG2 – Miroirs et Lentilles – Feuille 1/1

Correction 1 : Périscope

- Image par un miroir : symétrique de l'objet par rapport au plan du miroir → construction : 1 symétrie pour chq miroir.
- De manière vectorielle : on utilise une propriété bien particulière pour exprimer l'image par une symétrie axiale d'axe la première bissectrice ($y = x$)

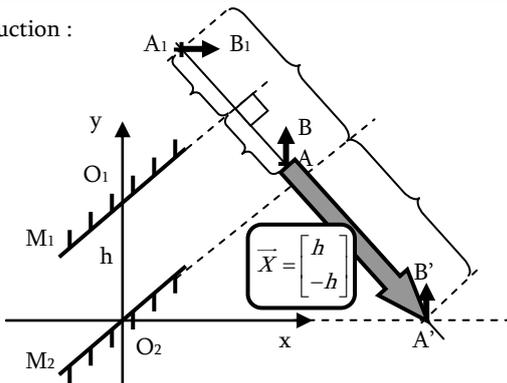


On applique cette astuce en changeant d'origine :

$$\begin{aligned} \vec{O_1A} = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A - h \end{bmatrix} &\xrightarrow{M_1} \vec{O_1A_1} = \begin{bmatrix} y_A - h \\ x_A \end{bmatrix} \\ \vec{O_2A} = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix} &\xrightarrow{M_2} \vec{O_2A_2} = \begin{bmatrix} x_A + h \\ y_A - h \end{bmatrix} \end{aligned}$$

→ Cela revient à faire une translation de vecteur $\vec{X} = \begin{bmatrix} h \\ -h \end{bmatrix}$

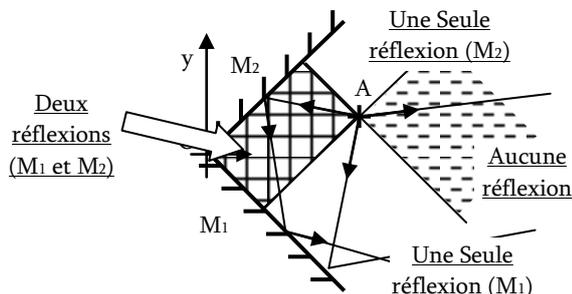
- Construction :



Le périscope ne modifie pas l'objet, il en donne une image identique, mais déplacée (translatée du vecteur \vec{X}) dans le champ de vision direct de l'œil. On retrouve notamment ce genre de dispositif dans les sous-marin...

Correction 2 : Deux miroirs en coin

- et 2. Images par les miroirs : symétriques...
- On remarque que $A' = A'' = \text{sym}_O(A)$ = symétrique de A par rapport au point O
- Image d'un vecteur : idem, même constr : $\vec{A'B'} = \text{sym}_O(\vec{AB})$
- Différents cas : (Jamais plus de 2 réflexions)



- Un individu debout voit 3 images :

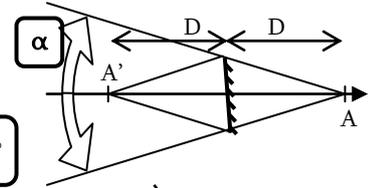
- Une image directe dans chaque miroir, inversée (si il lève la main droite, il verra l'image lever la main gauche)
- L'image après 2 réflexions, symétrique par rapport au point O, non inversée (l'image lève la même main)

Correction 3 : Champ de vision d'un rétroviseur

Miroir Plan :

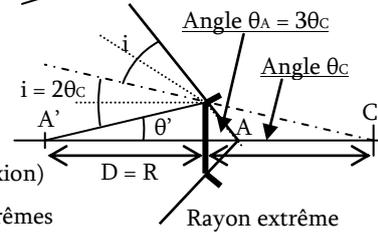
- Image : symétrique...
- Champ de vision : figure

$$3/4. \quad \alpha = 2 \text{Arc tan} \left(\frac{L}{2D} \right) = 22,62^\circ$$



Miroir Sphérique :

- Image : On prend 2 rayons
→ Axe Optique (non dévié)
→ Rayon extrême (Appliquer Descartes / Réflexion)



- Champ de vision : rayons extrêmes
Mais il faut trouver la position de A...

$$\text{On a : } \begin{cases} \theta_c = \text{Arc tan} \left(\frac{L}{2R} \right) = 11,31^\circ \\ \theta' = \text{Arc tan} \left(\frac{L}{2D} \right) = \theta_c \end{cases} \Rightarrow i = \theta' + \theta_c = 2\theta_c$$

Et $\theta_A = \theta_c + i = 3\theta_c$

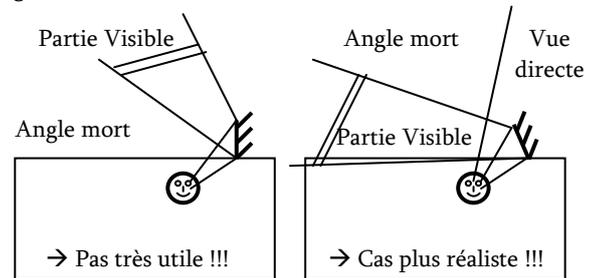
- Nouveau champ de vision :

$$\alpha' = 6 \text{Arc tan} \left(\frac{L}{2D} \right) = 67,86^\circ$$

Comparaison :

- Champ de vision 3 fois plus grand !!! (mais taille image ?)
- Voir feuille annexe, construction + calcul des angles vus par l'œil de l'automobiliste. Le miroir sphérique donne un champ de vision plus étendu, mais une image plus petite, ce qui peut donner l'impression que l'objet est plus loin que ce que l'on pense (puisque l'œil est habitué au miroir plan, il peut avoir du mal à bien analyser l'image reçue)

- Angles morts



→ Pensez à tourner la tête avec de tourner ou de déboiter !!!

Correction 4 : La petite cuillère

- Image nette → Stigmatisme approché (seul le miroir plan est parfaitement stigmatique)
- Dans le creux de la cuillère : Inversé et rapetissé
- Sur le dos de la cuillère : à l'endroit et rapetissé
Pour s'en convaincre, faire des schémas avec un miroir sphérique et les 2 rayons les plus simples (celui qui passe par le centre n'est pas dévié car perpendiculaire à la surface, et celui qui passe par le sommet ressort avec un angle opposé...)

Correction 5 : Appareil photo 24x36

1. Mise au point à l'infini : plaque sur le plan focal image, l'objet s'approche, donc il faut éloigner la plaque, calculons avec la relation de conjugaison : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$

$$\Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'} = 5,05 \text{ cm} \quad (\text{Attention au signe, } OA < 0)$$

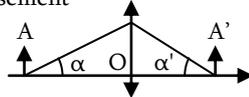
2. On impose un éloignement de 5mm $\Rightarrow \overline{OA'} = 5,5 \text{ cm}$, donc on peut calculer $\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \cdot f'}{f' - \overline{OA'}} = -55 \text{ cm}$

3. Objet à 5m : Grandissement $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{-5,05}{500} = -1,01\%$

Dimensions de l'objet : $\frac{24}{\gamma} \times \frac{36}{\gamma} = 2,38 \text{ m} \times 3,56 \text{ m}$

On définit parfois le grandissement

angulaire $g = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\gamma} \approx -99$



4. Eléments constitutifs :

- Objectif : Crée une image nette de l'objet sur la pellicule, c'est une lentille convergente qui se déplace (mise au pt)
- Pellicule : film photosensible (sels d'argent) qui va « mémoriser » la lumière par réaction photochimique pour être plus tard développée sur du papier
- Diaphragme : élimine les rayons extrêmes qui ne respectent pas les conditions de Gauss, et diminue la luminosité si il y en a trop (notamment la journée en extérieur)
- Obturateur : La pellicule n'a besoin que d'un court instant (selon sa sensibilité - ISO/ASA...) pour « mémoriser » la scène. On règle son temps d'ouverture (tps d'exposition)

Correction 6 : Appareil photo jetable (Centrale TSI)

1. Conditions de Gauss : Travail avec des rayons paraxiaux (faiblement inclinés et proches de l'axe optique).

→ Avantage : stigmatisme et aplanétisme approché des systèmes optiques habituels (essentiellement des lentilles)

→ Inconvénient : Il faut nécessairement diaphragmer, donc on perd en luminosité des images

2. Objet à l'infini → Image sur le plan focal : $d = f'$

3. On a $\tan(\theta) = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\text{Rayon}_\text{Image}}{f'} \approx \frac{\alpha}{2}$

$$\Rightarrow \text{Diamètre}_\text{Image} \approx \alpha f' = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,26 \text{ mm}$$

4. Avec la relation de conjugaison $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$, cela

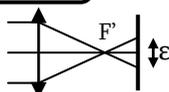
donne : $\frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d_A} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{d_A \cdot f'}{d_A - f'}$

Et avec Thalès : $\frac{D_L}{OA'} = \frac{D_A'}{OA' - f'} \Rightarrow D_A' = D_L \left(1 - \frac{f'}{OA'}\right)$

$$\Rightarrow D_A' = D_L \times \frac{f'}{d_A}$$

5. Il nous faut $D_A' < \varepsilon \Leftrightarrow d_A \geq D_L \times \frac{f'}{\varepsilon} = 3 \text{ m}$

6. Objet à l'infini → tâche de diamètre ε
→ Schéma



$$\rightarrow \text{Thalès : } \frac{D_L}{f'} = \frac{\varepsilon}{d - f'} \Rightarrow d = f' \left(1 + \frac{\varepsilon}{D_L}\right) = 3,03 \text{ cm}$$

→ On cherche le nouveau point le plus proche donnant une image nette. On a toujours $\overline{OA'} = \frac{d_A \cdot f'}{d_A - f'}$, et on

adapte le Thalès de la question 4 : $\frac{D_L}{OA'} = \frac{D_A'}{OA' - d}$

Ainsi, $D_A' = D_L \left(1 - \frac{d}{OA'}\right) = D_L \left(1 - \frac{d(d_A - f')}{d_A \cdot f'}\right)$

Condition : $D_A' < \varepsilon \Leftrightarrow 1 - \left(1 + \frac{\varepsilon}{D_L}\right) \frac{(d_A - f')}{d_A} < \frac{\varepsilon}{D_L}$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{\varepsilon}{D_L} < \left(1 + \frac{\varepsilon}{D_L}\right) \frac{(d_A - f')}{d_A} \Leftrightarrow \frac{(D_L - \varepsilon)}{(D_L + \varepsilon)} < 1 - \frac{f'}{d_A}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'}{d_A} < 1 - \frac{(D_L - \varepsilon)}{D_L + \varepsilon} = \frac{2\varepsilon}{D_L + \varepsilon} \Leftrightarrow d_A > \frac{f'}{2} \left(1 + \frac{D_L}{\varepsilon}\right) = 1,5 \text{ m}$$

→ On a nettement amélioré la plage d'utilisation de l'appareil photo jetable, qui donne une image nette entre 1,5m et l'infini !

Correction 7 : Faisceau dans un système optique (CCP)

1. Image = intersection des rayons émergents...
2. Faisceau JK-MN divergent
3. Après traversée, le faisceau peut être convergent ou divergent. En effet, la lentille rend le faisceau émergent plus convergent que le faisceau incident, mais il peut rester divergent selon la position de l'objet par rapport au foyer.
4. Etudions les différents cas :
 - Si A' est avant le foyer, alors l'image sera réelle sur Ox
 - Si A' est sur le foyer, alors l'image est à l'infini, virtuelle
 - Si A' est entre le foyer et le centre, alors l'image est virtuelle, mais elle se forme nécessairement avant A' donc sur x'A', car le faisceau est moins divergent après la lentille. Dans aucun cas on ne retrouvera l'image sur A'O.

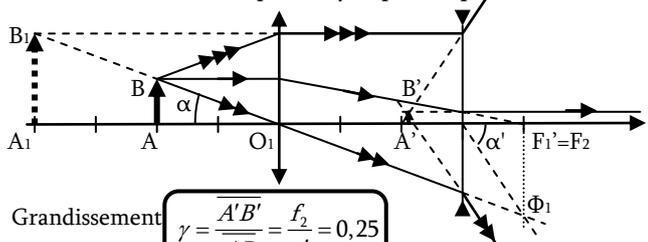
Correction 8 : Système afocal

1. On fait la construction, les deux foyers sont rejetés à l'infini
→ Système AFOCAL (rayon incident // axe → sortant aussi)

Attention : La construction est difficile, il y a plusieurs solutions.

La 1^{ère} est de trouver l'image B₁ par la 1^{ère} lentille L₁ (se trouve derrière la lentille L₂ → Objet virtuel pour L₂), puis on cherche l'image B' de B₁ par la lentille divergente (rayons 1 et 3, avec les méthodes classiques)

La 2^{ème} nous donne le rayon 2 : on suppose qu'il vient de l'infini, donc il focalise après L₁ en Φ₁ dans le plan focal de L₁, qui est aussi dans le plan focal de L₂. Il est donc envoyé à l'infini avec la même direction que le rayon passant par le centre O₂.



2. Grandissement $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{f_2}{f_1} = 0,25$

Ne dépend pas de la pos de A (propriété des systèmes afocaux)

3. Idem, grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2} = 4$ (avec les tangentes)