

Année universitaire: 2018-2019

Troisième année mathématique

Module: Transforatuons intégrales dans L^p

02:00 h

Examen

Exercice 1:

On prend la fonction triangle Λ telle que

$$\Lambda = \begin{cases} 1 - |t| & \text{si } t \in [-1, 1] \\ 0 & \text{si } t \notin [-1, 1] \end{cases}$$

1. Calculer la dérivée de Λ et exprimer Λ' à l'aide de la fonction porte Π .
2. Appliquer à la relation obtenue l'opérateur F en déduire la transformée de Fourier de Λ .
3. Vérifier que $\Lambda = \Pi * \Pi$. Retrouver alors le résultat de la question 2.

Rappelle:

On appelle Π la fonction porte telle que:

$$\Pi = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \\ 0 & \text{si } t \notin \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \end{cases}$$

Exercice 2:

1. Décomposer en éléments simples la fraction: $\frac{2s+1}{(s-2)(s^2+1)}$.
2. Résoudre l'équation différentielle:

$$y''(x) - \frac{5}{2}y'(x) + y(x) = -\frac{5}{2}\sin x, \text{ avec } y(0) = 0, y'(0) = 2.$$

Exercice3:

Résoudre le système

$$\begin{cases} y'' + (z' - y') = -\frac{3}{4}y \\ z'' + (z' - y') = -\frac{3}{4}z \end{cases}$$

avec les conditions initiales $y(0) = z(0) = 0$, $y'(0) = 1$ et $z'(0) = -1$.

Bon courage.