



## Epreuve de Moyenne Durée

le 04/09/2019 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

### EXERCICE 1 : (7 pts)

I) En utilisant les règles «  $S \rightarrow aSbS \mid \varepsilon$  », trouver une dérivation du mot 'abaabb' à partir de S. (1 pt)

II) Soit la grammaire g, de type 1, définie par :

$g = \langle \{a, b\}, \{S, A, B\}, S, \{S \rightarrow AB ; AB \rightarrow BA ; A \rightarrow a ; B \rightarrow b\} \rangle$ .

II-1) Trouver  $L(g)$ . (1 pt)

II-2) Montrer que  $L(g)$  est régulier en trouvant une grammaire régulière  $g'$  qui le génère. (1 pt)

II-3) Trouver une grammaire  $g''$  équivalente à g, et qui soit à contexte lié et pas de type 2. (1 pt)

III) Soit L un langage régulier défini sur un alphabet fini V.

On définit le langage  $\sqrt{L}$  comme suit :  $\sqrt{L} = \{ u \in V^* / u.u \in L \}$ .

III-1) Soit  $L = \{ a^n.b^m / n, m \geq 0 \}$ . Trouver  $\sqrt{L}$ . (1 pt)

III-2) Soit L un langage régulier quelconque. Montrer que  $\sqrt{L}$  est régulier. (2 pts)

### EXERCICE 2 : (7 pts)

I) Trouver :

I-1) une grammaire de type 3 pour  $L_1 = \{ w \in \{a, b\}^* / |w|_a \text{ impair et } |w|_b = 1 \}$  ; (2 pts)

I-2) une grammaire de type 2 pour  $L_2 = \{ a^n.b^{2.n+1}.c^{2.m-1} / n \geq 0, m \geq 1 \}$  ; (2 pts)

I-3) une grammaire de type 1 ou 0 pour  $L_3 = \{ a^n.b^{\lfloor \log_2 n \rfloor} / n \geq 1 \}$ . ( $\lfloor x \rfloor$  : partie entière de x) (1,5 pts)

II) Construire un automate d'états finis simple pour le langage  $L_1$  de I-1). (1,5 pts)

### EXERCICE 3 : (6 pts)

Soit A l'automate d'états finis généralisé défini par :  $\langle V^*, S, F, S_0, I \rangle$  ; où :

$V = \{a, b, c\}$ ,  $S = \{S_0, S_1, S_2, S_3\}$ ,  $F = \{S_1, S_3\}$  et  $I = \{(ab, S_0, S_0), (a, S_0, S_1), (\varepsilon, S_0, S_2), (b, S_1, S_1), (b, S_1, S_2), (c, S_2, S_3), (c, S_3, S_3)\}$ .

1) Dessiner le graphe représentant l'automate A. (1,5 pts)

2) Donner l'automate simple  $A_s$  équivalent à A. (1,5 pts)

3) Construire l'automate déterministe  $A_d$  équivalent à  $A_s$ . (1,5 pts)

4) Construire l'automate qui accepte le complémentaire de  $L(A_d)$ . (1,5 pts)

**Bon courage !**