

Université de M'sila**Faculté de technologie****SOCLE COMMUN****Corrigé du contrôle de Phys.02 (2018/2019)****Questions de cours(09pts)**

1°- L'électrisation se fait par:

- Contact
- Influence
- Frottement

(0.5)

2°- les expressions reliant le champ et le potentiel :

- $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$ \vec{E} est le champ V est le potentiel
- $\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ $d\vec{l}$: est le déplacement élémentaire

(0.5)

(0.5)

3°- Les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentielles

(0.5)

4°- Les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique :

- Le champ électrique à l'intérieur du conducteur est nul : $\vec{E} = 0$
- Les charges sont distribuées en surface
- Le module du champ électrique au voisinage du conducteur est : $E = \sigma/\epsilon_0$
- La direction du champ est toujours perpendiculaire à la surface du conducteur :
 $\vec{E} = (\sigma/\epsilon_0)\vec{n}$ \vec{n} : est la normale à la surface
- Le volume du conducteur est un volume équipotentiel
- Les charges sont concentrées plus sur la surface de forte courbure

(0.5)

(0.5)

(0.5)

(0.5)

(0.5)

(0.5)

5°- Le système représente un condensateur plan.

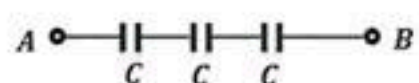
(0.5)

6°- Le rapport $\frac{Q}{V}$ pour un conducteur en équilibre électrostatique est :
la capacité propre.

(0.5)

7°-

- Les interrupteurs S_1 et S_2 ouverts
- Les 3 condensateurs sont en séries :



(0.5)

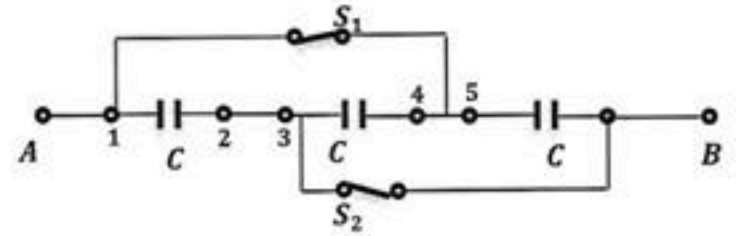
$$1/C_{eq} = \sum_{i=1}^n 1/C_i \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \Rightarrow C_{eq} = \frac{1}{3}C$$

(0.5)

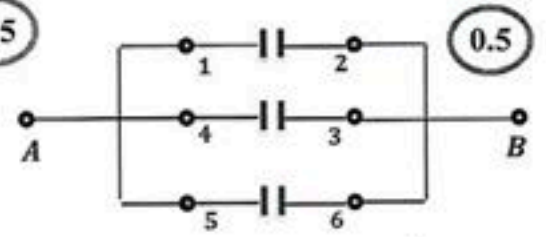
(0.5)

- les interrupteurs S_1 et S_2 fermés

On voit que les pôles 1-4-5 sont au même potentiel et les pôles 2-3-6 sont au même potentiel \Rightarrow les 3 condensateurs sont en parallèles.



- $C_{eq} = \sum_1^n C_i \quad (0.5) \Rightarrow C_{eq} = C + C + C \Rightarrow C_{eq} = 3C \quad (0.5)$



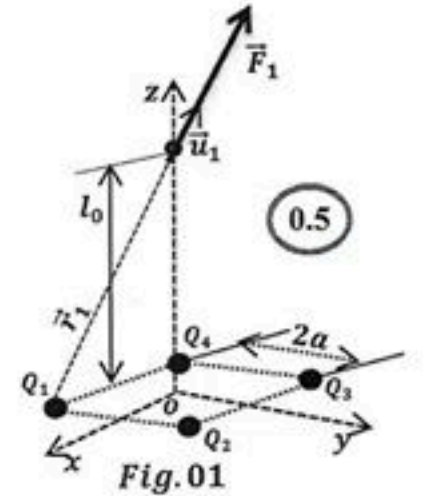
Exercice 01 (06pts)

Les coordonnées des positions des charges sont :

$$Q_1(a; -a; 0) \quad Q_2(a; a; 0) \quad Q_3(-a; a; 0) \quad Q_4(-a; -a; 0)$$

$$Q_0(0; 0; l_0) \quad (0.5)$$

Pour calculer l'effort du au quatre charges $Q_1; Q_2; Q_3$ et Q_4 sur la charge Q_0 , on applique la loi de Coulomb pour les charges prisent deux à deux c.à.d. $(Q_1; Q_0)$, $(Q_2; Q_0)$, $(Q_3; Q_0)$ et $(Q_4; Q_0)$ ensuite on applique le principe de superposition.



- $(Q_1; Q_0)$

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_0}{r_1^2} \vec{u}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_0}{r_1^3} \vec{r}_1 \quad \text{car } \vec{u}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1}$$

\vec{F}_1 : Force de répulsion ($Q_1 > 0; Q_0 > 0$)

\vec{r}_1 : Vecteur position relative entre Q_1 et Q_0

$$\vec{r}_1 = (x_0 - x_1)\vec{i} + (y_0 - y_1)\vec{j} + (z_0 - z_1)\vec{k} = -a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}$$

$$|\vec{r}_1| = r_1 = \sqrt{a^2 + a^2 + l_0^2} = \sqrt{2a^2 + l_0^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} (-a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} (-a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k})$$

- $(Q_2; Q_0)$

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 Q_0}{r_2^2} \vec{u}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 Q_0}{r_2^3} \vec{r}_2 \quad \text{car } \vec{u}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2}$$

\vec{F}_2 : Force de répulsion ($Q_2 > 0; Q_0 > 0$)

\vec{r}_2 : Vecteur position relative entre Q_2 et Q_0

$$\vec{r}_2 = (x_0 - x_2)\vec{i} + (y_0 - y_2)\vec{j} + (z_0 - z_2)\vec{k} = -a\vec{i} - a\vec{j} + l_0\vec{k}$$

$$|\vec{r}_2| = r_2 = \sqrt{a^2 + a^2 + l_0^2} = \sqrt{2a^2 + l_0^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} (-a\vec{i} - a\vec{j} + l_0\vec{k}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} (-a\vec{i} - a\vec{j} + l_0\vec{k})$$

- $(Q_3; Q_0)$

$$\vec{F}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_3 Q_0}{r_3^2} \vec{u}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_3 Q_0}{r_3^3} \vec{r}_3 \quad \text{car } \vec{u}_3 = \frac{\vec{r}_3}{r_3}$$

\vec{F}_3 : Force de répulsion ($Q_3 > 0; Q_0 > 0$)

\vec{r}_3 : Vecteur position relative entre Q_3 et Q_0

$$\vec{r}_3 = (x_0 - x_3)\vec{i} + (y_0 - y_3)\vec{j} + (z_0 - z_3)\vec{k} = a\vec{i} - a\vec{j} + l_0\vec{k}$$

$$|\vec{r}_3| = r_3 = \sqrt{a^2 + a^2 + l_0^2} = \sqrt{2a^2 + l_0^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_3 Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} (-a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} (a\vec{i} - a\vec{j} + l_0\vec{k})$$

1

- $(Q_4; Q_0)$

$$\vec{F}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_4 Q_0}{r_4^2} \vec{u}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_4 Q_0}{r_4^3} \vec{r}_4 \quad \text{car } \vec{u}_4 = \frac{\vec{r}_4}{r_4}$$

\vec{F}_4 : Force de répulsion ($Q_4 > 0; Q_0 > 0$)

\vec{r}_4 : Vecteur position relative entre Q_4 et Q_0

$$\vec{r}_4 = (x_0 - x_4)\vec{i} + (y_0 - y_4)\vec{j} + (z_0 - z_4)\vec{k} = a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}$$

$$|\vec{r}_4| = r_4 = \sqrt{a^2 + a^2 + l_0^2} = \sqrt{2a^2 + l_0^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_4 Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} (a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} (a\vec{i} + a\vec{j} + l_0\vec{k})$$

1

La force totale est donnée par le principe de superposition

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 \quad (0.25) \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \frac{l_0}{\pi\epsilon_0} \frac{Q Q_0}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} \vec{k} \quad (0.25)$$

La relation entre le champ et la force nous permet de déduire l'expression du champ

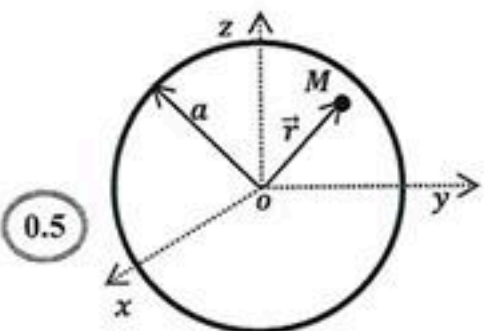
$$\vec{F} = Q_0 \vec{E} \quad (0.25) \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = Q_0 \frac{l_0}{\pi\epsilon_0} \frac{Q \vec{k}}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{l_0}{\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(2a^2 + l_0^2)^{3/2}} \vec{k} \quad (0.25)$$

Exercice 02 (05pts)

1°- Calcul du champ électrostatique :

On divise l'espace en deux régions, l'intérieur de la sphère

$|\vec{OM}| = |\vec{r}| < a$ et l'extérieur de cette sphère $|\vec{OM}| = |\vec{r}| > a$.



1er Cas : $r < a$

Puisque la sphère est conductrice, on se sert des propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique

- Le champ à l'intérieur d'un conducteur est nul :

$$\vec{E} = 0 \quad (0.5)$$

- Les charges sont réparties en surface

D'après le théorème de GAUSS : $\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

Puisque la charge à l'intérieure est nulle $\Rightarrow Q_{int} = 0$ Ce qui donne $\vec{E} = 0$

2^{eme} Cas : $r > a$

Puisque la charge est de symétrie sphérique, la surface de Gauss adéquate est une sphère.

D'après le théorème de GAUSS : $\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ (0.5)

La surface de Gauss est une sphère :

- Le champ est radial : $\vec{E} = E\vec{u}_r$ et uniforme sur la surface de GAUSS
- Le vecteur surface $d\vec{S}$ est normale à la surface de GAUSS. $d\vec{S} = dS\vec{n}$
- De plus $\vec{u}_r \equiv \vec{n}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \oint E dS = E \oint dS = ES = E(4\pi r^2) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

Puisque la charge interne à la surface de GAUSS est la charge totale de la sphère : $Q_{int} = 2Q$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{2Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r^2 \epsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{Q}{2\pi r^2 \epsilon_0} \vec{u}_r} \quad (0.5)$$

1°- Déduction du potentiel électrique :

Sachant la relation entre le potentiel électrique V et le champ E : $\int_A^B dV = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$\text{Cas : } r > a \quad \int_{\infty}^r dV = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (0.5)$$

En coordonnées sphériques : $d\vec{l} = dr\vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + r \sin^2 \theta d\phi \vec{u}_\phi$

$$\Rightarrow \int_{\infty}^r dV = - \int_{\infty}^r E dr = - \int_{\infty}^r \frac{Q}{2\pi r^2 \epsilon_0} dr \Rightarrow V(r) - V(\infty) = \frac{Q}{2\pi r \epsilon_0} \Big|_{\infty}^r$$

$$\text{On prend } V(\infty) \rightarrow 0 \Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{Q}{2\pi r \epsilon_0}} \quad (0.5)$$

Cas : $r > a$ Puisque $\vec{E} = 0$

$$\Rightarrow V(r) = \text{Const} = V(a) \Rightarrow \boxed{V(a) = \frac{Q}{2\pi r \epsilon_0}} \quad (0.5)$$

