Régulation Industrielle (3ème Année ET+ELM)

— Corrigé type —

NOM :............................ **PRENOM** : .... **OPTION** :........................Groupe :..........

Questionnaire (cours) --- 06pts---

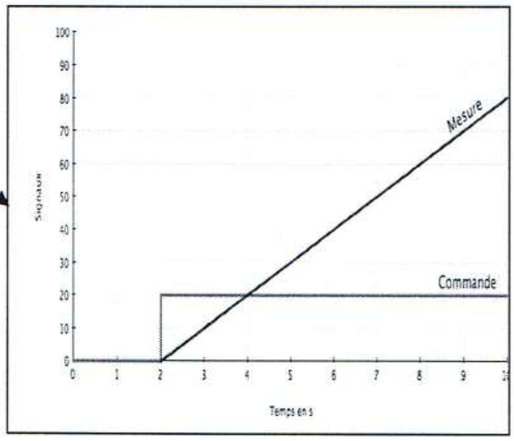
1/ Pour annuler l'erreur statique, il faut ajouter une action :

a) Proportionnelle (P). ✓ 0,5
b) Intégrale (I).
c) Dérivée (D).

2/ Soit la loi de commande : $u(t) = k_p\left[\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t \varepsilon(t)dt + T_d\frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right]$, C'est la formule d'un régulateur PID

a) Série
b) Parallèle
c) Mixte ✓ 0,75

3/ On donne ci-contre la sortie d'un régulateur à un échelon de commande :



a) Le régulateur est naturellement stable.
b) Le régulateur est naturellement intégrateur. ✓ 0,5
c) Le régulateur est naturellement dérivateur.

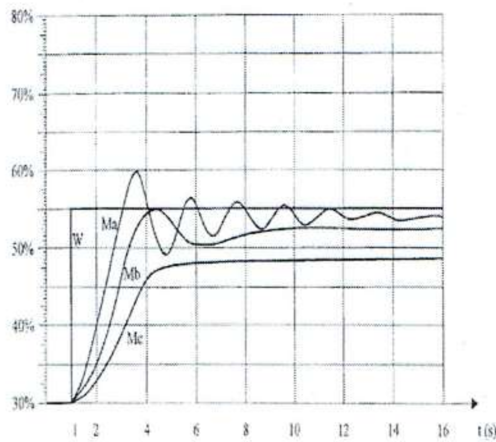
4/ On donne la fonction de transfert suivante : $G(p) = \frac{5}{3p+2} = \frac{5/2}{\frac{3}{2}p+1}$ → K, $\tau = \frac{3}{2}$

a) Le gain statique est de 5.
b) Le temps de réponse est de 5/2.
c) La constante du temps est égale à τ=1 ,5. ✓ 0,75

5/ On donne la loi de commande suivante : $u(t) = k_p\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t \varepsilon(t)dt + T_d\frac{d\varepsilon(t)}{dt}$, il s'agit donc d'un régulateur

a) PID série
b) PID Parallèle ✓ 0,75
c) PID mixte

6/ Soir la figure ci-contre où : W =consigne ; M=mesure (sortie).
Le régulateur fonctionne en régulation :



a) TOR (Tout-ou-Rien)
b) P ✓ 0,75
c) PI
d) PID

7/ Une condition nécessaire est suffisante pour qu'un système soit stable :

a) La fonction de transfert n'a pas de pôles à partie réelle négative.
b) Tous les pôles de sa fonction de transfert ont leur partie réelle positive.
c) La fonction de transfert n'a pas de pôles à partie réelle positive. ✓ 0,5

8/Pour un régulateur proportionnel, plus la bande proportionnelle (BP%) est grande, plus le gain K_p est :

a) grand. ✓ 0,5
b) petit.

9/ Une ligne complètement nulle dans la table de Routh signifie que :

a) Le système est instable.
b) Le système est marginalement stable. ✓ 0,5
c) Le système est stable.

10/ Lequel de ces systèmes est stable, si l'équation caractéristique est :

a) $3p^3 + 2p^2 + p + 1 = 0$ 0,5
b) $4p^2 + 5p + 3 = 0$ ✓
c) $4p^2 - 5p + 3 = 0$

Sol. Exo1. (06 pts)

1°) K_0 est quelconque.

$$FTBF = \frac{K_0 G(P)}{1+K_0 G(P)} = \frac{K_0 \frac{K}{1+\tau P}}{1+K_0 \frac{K}{1+\tau P}} = \frac{K_0 K}{\tau P + 1 + K_0 K} = \frac{V_x(P)}{V_c(P)}$$ (1)

2°) $$FTBF = \frac{K_0 K}{\tau P + 1 + K_0 K} = \frac{\frac{K_0 K}{1+K_0 K}}{\frac{\tau}{1+K_0 K} P + 1} = \frac{K_{BF}}{\tau_{BF} P + 1}$$ (1)

où le gain statique : $\boxed{K_{BF} = \frac{K_0 K}{1+K_0 K}}$ (0,5)

et la cte du temps : $\boxed{\tau_{BF} = \frac{\tau}{1+K_0 K}}$ (0,5)

3°) Calcul de K_0 :

Pour que le système bouclé soit deux fois plus rapide que le système en boucle ouverte il faut que :

$$t_{r(BO)} = 2\, t_{r(BF)} \Rightarrow \tau_{BF} = \frac{1}{2} \tau_{BO} \Rightarrow \frac{\tau}{1+K_0 K} = \frac{1}{2}\tau$$ (1)

$$\Rightarrow 1 + K_0 K = 2 \Rightarrow \boxed{K_0 = \frac{1}{K} = \frac{1}{0,4} = 2,5}$$ (0,5)

4°) Selon le T.V.F on a :

$$V_\varepsilon(\infty) = \lim_{P\to 0} P V_\varepsilon(P) = \lim_{P\to 0} P\left[V_c(P) - V_x(P)\right] = \lim_{P\to 0} P\left[1 - \frac{V_x(P)}{V_c(P)}\right]\cdot\frac{V_c}{P}$$ (1)

$$= \lim_{P\to 0} P\left[1 - \frac{K_0 K}{\tau P + 1 + K_0 K}\right]\cdot\frac{V_c}{P} = \frac{V_c}{1+K_0 K}$$

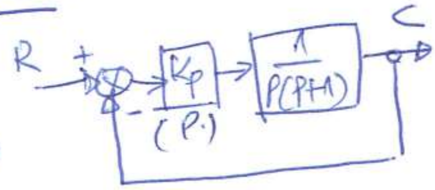
$$\Rightarrow \boxed{V_\varepsilon(\infty) = \frac{V_c}{1+K_0 K}}$$ (0,5)

Sol. Exo 2. (08 pts)

1)

a) Il s'agit d'un système de type 1, car $F.T.B.O = \frac{K_p}{P(P+1)}$ (0,5) où $\alpha = 1$.

b) Calcul de l'erreur statique :



1er cas.

- Entrée échelon : on a $\varepsilon_p = \frac{1}{1+K_p}$

où $K_p = \lim_{P\to 0} FTBO = \lim_{P\to 0} \frac{K_p}{P(P+1)} = \infty$ (0,5)

donc $\boxed{\varepsilon_p = \frac{1}{\infty} = 0}$

- Entrée rampe : on a $\varepsilon_V = \frac{1}{K_V}$

où $K_V = \lim_{P\to 0} P\,FTBO = \lim_{P\to 0} \frac{\cancel{P}\,K_p}{\cancel{P}(P+1)} = K_p$ (0,5)

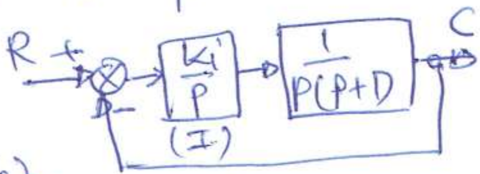
donc $\boxed{\varepsilon_V = \frac{1}{K_p} = c^{te}}$

c) $FTBF = \dfrac{\frac{K_p}{P(P+1)}}{1+\frac{K_p}{P(P+1)}} = \dfrac{K_p}{P^2+P+K_p}$ ⇒ système de 2ème ordre (0,5)

Ce système est stable ssi tous les coefficients de son eq$^{\underline{t}}$ caractéristique sont positifs, c'est le cas où $K_p > 0$.

⇒ Système stable en B.F $\forall K_p > 0$.

2) a) $FTBO = \frac{K_i}{P} \cdot \frac{1}{P(P+1)} = \frac{K_i}{P^2(P+1)}$ (0,25)



2ème cas.

⇒ le système devient de type 2 (i.e $\alpha = 2$) (0,25)

b) Calcul de l'erreur statique :

- Entrée Echelon : $K_p = \lim_{P\to 0} FTBO = \lim_{P\to 0} \frac{K_i}{P^2(P+1)} = \infty$

⇒ $\boxed{\varepsilon_p = \frac{1}{1+K_p} = 0}$ (0,5)

- Entrée Rampe : $K_V = \lim_{P\to 0} P\,FTBO = \lim_{P\to 0} \frac{\cancel{P}\,K_i}{\cancel{P^2}(P+1)} = \infty$

⇒ $\boxed{\varepsilon_V = \frac{1}{K_V} = 0}$ (0,5)

c) Stabilité du système en B.F

$$FTBF = \frac{\frac{K_i}{p^2(p+1)}}{1+\frac{K_i}{p^2(p+1)}} = \frac{K_i}{p^3+p^2+K_i} \Rightarrow \text{système de } 3^{\text{ème}} \text{ ordre}$$

On doit faire appel au critère de Routh.

0,5

Table de Routh.

p^3	1	0	0
p^2	1	K_i	0
p^1	$-K_i$	0	
p^0	K_i	0	

0,5

Le système est donc instable pour toutes valeurs de K_i (y'a ~~deux~~ changements de signe) dans la 1ère colonne du Routh.

0,5

d) On peut conclure que l'utilisation d'un régulateur (I) a amélioré la précision ($\varepsilon_p=0$ et $\varepsilon_v=0$), mais il nous a fait perdu la stabilité du système bouclé (dilemme stabilité-précision)

3) a) $FTBO = C(p)\cdot G(p) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i p}\right)\cdot\frac{1}{p(p+1)} = \frac{K_p(T_i p+1)}{T_i p^2(p+1)} = \frac{K_p\left(p+\frac{1}{T_i}\right)}{p^2(p+1)}$

$\Rightarrow$ système de type 2. $(\alpha=2)$ 0,5

3ème cas.

b) Calcul de erreurs statiques:

- Entrée Echelon: $K_p=\infty \Rightarrow \boxed{\varepsilon_p=0}$ 0,5
- Entrée Rampe: $K_v=\infty \Rightarrow \boxed{\varepsilon_v=0}$ 0,5

c) Etude de la stabilité en BF: $(T_i=2)$

$$FTBF = \frac{K_p\left(1+\frac{1}{T_i p}\right)G(p)}{1+K_p\left(1+\frac{1}{T_i p}\right)\cdot G(p)} = \frac{K_p\left(p+\frac{1}{T_i}\right)/p^2(p+1)}{1+\frac{K_p\left(p+\frac{1}{T_i}\right)}{p^2(p+1)}} = \frac{K_p(p+0{,}5)}{\underbrace{p^3+p^2+K_p p+0{,}5p}}$$

0,5

Table de Routh:

p^3	1	K_p
p^2	1	$0{,}5K_p$
p^1	$0{,}5K_p$	0
p^0	$0{,}5K_p$	0

0,5

le système est donc stable $\forall\ K_p>0$.

0,5

d) On conclut que l'ajout de l'action P à l'action I (association des deux actions) a rétabli la stabilité du système en B.F.