

Corrigé Type Examen S04

Exercice N°01(6pt) :

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points A et C on trouve :

$$P_C - P_A = \rho_{eau} \cdot g \cdot (Z_C - Z_A)$$

$$\Rightarrow P_C = P_A + \rho_{eau} \cdot g \cdot (h + x)$$

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points C et D on trouve :

$$P_D = P_C - \rho_{mercure} \cdot g \cdot (Z_D - Z_C)$$

$$\Rightarrow P_D = P_C - d \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow P_D = P_A + \rho_{eau} \cdot g \cdot (h + x) - d \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow P_D = P_A + \rho_{eau} \cdot g \cdot x - \rho_{eau} \cdot g \cdot h \cdot (1 - d)$$

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points D et B on trouve :

$$P_B = P_D + \rho_{eau} \cdot g \cdot (Z_D - Z_B)$$

$$\Rightarrow P_B = P_D + \rho_{eau} \cdot g \cdot y$$

$$\Rightarrow P_B = P_A + \rho_{eau} \cdot g \cdot x - \rho_{eau} \cdot g \cdot h \cdot (1 - d) + \rho_{eau} \cdot g \cdot y$$

$$\Rightarrow P_B = P_A + \rho_{eau} \cdot g \cdot (x + y) - \rho_{eau} \cdot g \cdot h \cdot (1 - d)$$

$$\Rightarrow h = \frac{P_B - (P_A + \rho_{eau} \cdot g \cdot (x + y))}{\rho_{eau} \cdot g \cdot (1 - d)}$$

$$AN : h = 1,272 \text{ m}$$

Exercice N°02(8pt) :

1. Les vitesses d'écoulement de l'eau dans chaque tronçon ;

Appliquons l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 :

$$\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho \cdot g} - \frac{P_1}{\rho \cdot g} + (Z_2 - Z_1) = 0$$

On a :

$Z_1=Z_2$ (même niveau)

$$\Rightarrow \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_1}{\rho \cdot g} - \frac{P_2}{\rho \cdot g} \quad (1)$$

L'équation de continuité s'écrit :

$$Q = V_1 S_1 = V_2 S_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \cdot \frac{S_2}{S_1} = \frac{V_2}{6} \quad (2)$$

L'application de la loi de l'hydrostatique dans les deux piézomètres donne :

$$P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot h_1 \quad (3)$$

Substituant l'équation (1) et (2) dans l'équation (3), on aura:

$$\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_1}{\rho \cdot g} - \frac{P_2}{\rho \cdot g} \Rightarrow V_2^2 - \frac{V_2^2}{36} = 2 \cdot \frac{P_1 - P_2}{\rho} = 2 \cdot g \cdot h_1$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{72}{35} g \cdot h_1} = 5,02 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{V_2}{6} = 0,836 \text{ m/s}$$

$$V_1 S_1 = V_3 S_3 \Rightarrow V_3 = V_1 \cdot \frac{S_1}{S_3} = 0,625 \text{ m/s}$$

$$V_1 S_1 = V_4 S_4 \Rightarrow V_4 = V_1 \cdot \frac{S_1}{S_4} = 10,032 \text{ m/s}$$

2. La dénivellation (a) indiquée par le manomètre à mercure.

Appliquons l'équation de Bernoulli entre 3 et 4 :

$$\frac{V_3^2}{2g} - \frac{V_4^2}{2g} + \frac{P_3}{\rho \cdot g} - \frac{P_4}{\rho \cdot g} + (Z_3 - Z_4) = 0$$

On a :

$Z_3=Z_4$ (même niveau)

$$\Rightarrow \frac{V_3^2}{2g} - \frac{V_4^2}{2g} = \frac{P_4}{\rho \cdot g} - \frac{P_3}{\rho \cdot g} = 5,11 \text{ m/s}$$

L'application de la loi de l'hydrostatique dans le manomètre donne :

$$P_3 - P_4 = (\rho_{hg} - \rho) \cdot g \cdot a \Rightarrow \frac{P_4 - P_3}{\rho \cdot g} = \frac{(\rho_{hg} - \rho) \cdot a}{\rho} = 5,11$$

$$\Rightarrow a = 0,625 \text{ m}$$

Exercice N°03(8pt) :

l'équation de continuité permet:

$$Q_{V_A} = V_A S_A = Q_{V_B} = V_B S_B$$

$$Q_{V_B} = 50 \text{ l/min} \quad v_B = \frac{Q_{V_B}}{S_B} = 0.29 \text{ m/s}$$

$$\text{On a : } Q_{V_B} = Q_{V_C} + Q_{V_D} + Q_{V_E} = v_C S_C + v_D S_D + v_E S_E$$

Donc : $v_B S_B = v_C S_C + v_D S_D + v_E S_E$ puisque S_C, S_D, S_E sont différents alors :

$$v_C = v_D = v_E = v \text{ (Obligatoirement)}$$

$$v_C = v_D = v_E = v \implies Q_{V_B} = v(S_C + S_D + S_E) \implies v = \frac{Q_{V_B}}{S_C + S_D + S_E}$$

$$\implies v_C = v_D = v_E = 0.76 \text{ m/s}$$

$$Q_{V_C} = S_C v_C = 3.57 \text{ l/min}, \quad Q_{V_D} = S_D v_D = 14.31 \text{ l/min}$$

$$Q_{V_E} = S_E v_E = 32.22 \text{ l/min}$$

Ou vérifie que :

$$Q_{V_B} = 50 \text{ l/min} = Q_{V_C} + Q_{V_D} + Q_{V_E} = 3.57 \text{ l/min} + 14.29 \text{ l/min} + 32.14 \text{ l/min} = 50 \text{ l/min}$$