

CORRIGE TYPE EXAMEN

Questions de cours (6 pts)

1. L'objectif du codage canal est d'ajouter de l'information redondante à un message pour compenser le bruit sur le canal de communication.
2. L'intérêt du codage de source peut être de compresser l'information répétitive du langage, sa redondance.
3. La quantification scalaire consiste à coder des échantillons qui sont représentés par une valeur. Tandis que l'idée de base de la quantification vectorielle est de coder ou de remplacer par une clé des valeurs d'un espace vectoriel multidimensionnel.

Exercice N°1 (8 pts)

Si on considère que N_i représente le nombre de pixels de la couleur i . Tel que $i=0..3$.

Donc :

$N_0=64$ pixels

$N_1=32$ pixels

$N_2=32$ pixels

$N_3=16*16-(n_0+n_1+n_2)=256-128=128$ pixels

1. Chaque pixel est représenté sur 2 bits, alors : on aura $16*16*2=512$ bits
2. Nbre de bits des pixels de couleurs 0 : $N_0*1=N_0$
Nbre de bits des pixels de couleurs 1 : $N_1*2=2N_1$
Nbre de bits des pixels de couleurs 2 : $N_2*3=3N_2$
Nbre de bits des pixels de couleurs 3 : $N_3*4=4N_3$
Total en bits est : $N_0+2N_1+3N_2+4N_3=64+2*32+3*32+4*128=736$ bits
Rapport de compression = $512/736=0.69$

Le rapport de compression est inférieur à 1, c-à-d, la taille de l'information a augmenté.

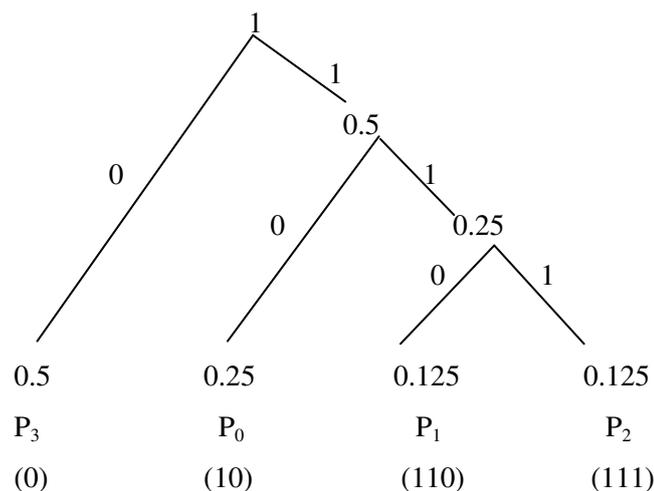
3. Si on considère que P_i représente la probabilité des pixels de la couleur i . Tel que $i=0..3$.

$$P_0=64/256=0.25$$

$$P_1=32/256=0.125$$

$$P_2=32/256=0.125$$

$$P_3=128/256=0.5$$



Total en bits est : $2N_0+3N_1+3N_2+N_3=2*64+3*32+3*32+128=448$ bits

Rapport de compression = $512/448=1.14$

$$H = - \sum_{i=0}^3 P_i \cdot \log_2(P_i)$$

$$H = P_0 \cdot \log_2(1/P_0) + P_1 \cdot \log_2(1/P_1) + P_2 \cdot \log_2(1/P_2) + P_3 \cdot \log_2(1/P_3)$$

$$H = 0.25 \cdot \log_2(1/0.25) + 2 \cdot 0.125 \cdot \log_2(1/0.125) + 0.5 \cdot \log_2(1/0.5)$$

$$H = 1.75 \text{ bits/message}$$

$$L = \sum_{i=0}^3 P_i \cdot n_i$$

$$L = 2 \cdot 0.25 + 2 \cdot 3 \cdot 0.125 + 0.5$$

$$L = 1.75 \text{ bits/message}$$

$$\text{Efficacité} = H/L = 100\%$$

Exercice N°2(6 pts)

On a $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

1. $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

2. $C = \{00000000, 00010111, 00101110, 00111101, 01001111, 01011100, 0110001, 111010, 1000101, 1001110, 1010011, 1011000, 1100010, 1101001, 1110100, 1111111\}$

3. $d_{\min} = 3$

4. Nombre d'erreurs à détecter e_d et à corriger e_c .

$$e_d = d_{\min} - 1 = 2$$

$$e_c = e_d / 2 = 1$$

5. D'après $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$, on aura $G = \begin{bmatrix} a + c + d \\ b + d \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Oui, Ce codage est cyclique et son polynôme générateur $g(x) = x^3 + x + 1$

6. Détection et correction par la méthode du syndrome :

On a $Y = 0110001$, le récepteur reçoit $Z = 0111001$, donc on doit trouver $E = 0001000$.

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z * H^T = [0111001] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 & 1 & 1] \neq [0 & 0 & 0], \text{ donc détection d'une erreur}$$

E	Syndrome(E)
1000000	101
0100000	111
0010000	110
0001000	011
0000100	100
0000010	010
0000001	001

$Z * H^T = E * H^T$, donc $E = 0001000$, on aura Z corrigé égale à $Z = 0110001$.