Université Med Boudiaf de M'sila
Faculté de Technologie
Département de Génie-Électrique
Année : $2^{ème}$ Licence Automatique - Matière : S.A.L.C.

جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Enseignant : Mr Y. LAAMARI

NOM :.. **PRENOM** : .... **OPTION** :..Groupe :.............

E.F.S (Semestre 4)

Durée: 01H30mn

Questions de cours (06pts)

1- Donner la définition de :
- Un système asservi ou asservissement (donner un exemple); (0.5pt)
- Le temps de réponse d'un système; (0.5pt)
- Schéma fonctionnel d'un système (0.5pt)

2- Étant donné la réponse indicielle d'un système de $2^{ème}$ ordre (Figure 1.ci-dessous) tracée pour des valeurs différentes du coefficient d'amortissement z.
Complétez le tableau ci-dessous en faisant correspondre à chaque courbe la ou les valeur(s) de z adéquate(s) en indiquant pour chaque cas la nature et le type de la réponse.

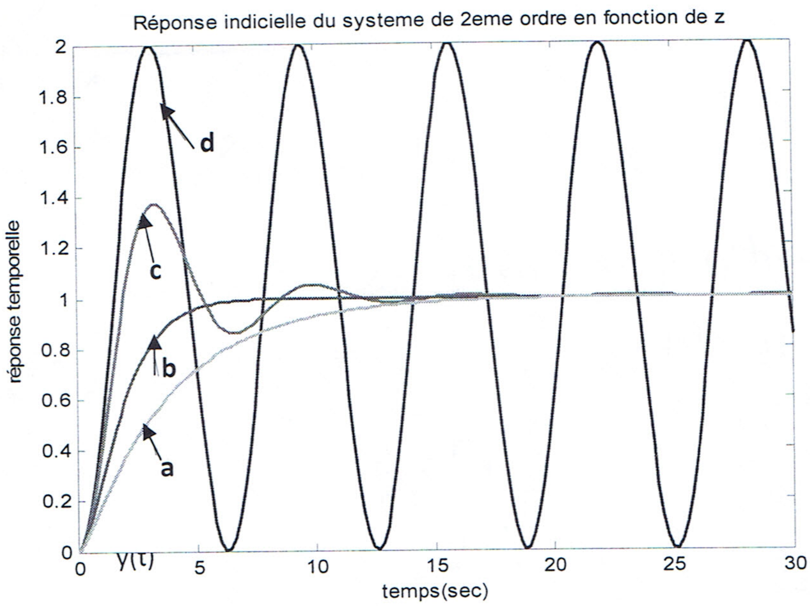
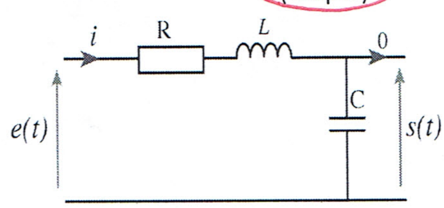


Figure 1

Tableau à compléter

	Valeur(s) de z	Type de la réponse	Nature du régime	
Courbe (a)	- $z > 1$	- apériodique	- hyperamorti	0.75pt
Courbe (b)	- $z = 1$	- apériodique	- à amortissement critique	0.75pt
Courbe (c)	- $0 < z < 1$	- pseudo-périodique	- oscillatoire amorti	0.75pt
Courbe (d)	- $z = 0$	- périodique	- oscillatoire non amorti	0.75pt

3- On donne le circuit électrique ci-dessous.
Déterminer la fonction du transfert **S(p)/E(p)** en fonction de R, L et C : (1.5pts)



Selon la loi des mailles on a :

$e(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + s(t)$ —— ①

où $s(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt \Rightarrow i(t) = C\frac{ds(t)}{dt}$ on le remplace dans ① on obtient :

$e(t) = RC\frac{ds(t)}{dt} + LC\frac{d^2s(t)}{dt^2} + s(t)$ on applique la T.Laplace on aura :

$E(p) = (RCp + LCp^2 + 1)\,S(p) \Rightarrow \boxed{\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{RCp + LCp^2 + 1}}$

Sol. Exo 1. (06 pts).

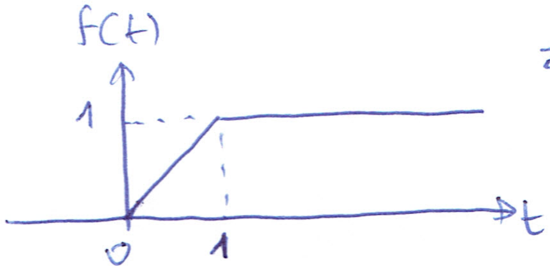
1) $\mathcal{L}[\sin(\omega t+\varphi)] = \mathcal{L}[\sin\omega t\cos\varphi + \sin\varphi\cos\omega t]$; $\varphi = cte \geq 0$.

$= \cos\varphi.\mathcal{L}[\sin\omega t] + \sin\varphi\,\mathcal{L}[\cos\omega t]$

$= \cos\varphi.\frac{\omega}{p^2+\omega^2} + \sin\varphi.\frac{p}{p^2+\omega^2}$

$= \frac{\omega\cos\varphi + p\sin\varphi}{p^2+\omega^2}$. CQFD. (1.0)

2)



1) $f(t)=\begin{cases} t & \text{si } 0\le t\le 1\\ 1 & \text{si } t\ge 1.\end{cases}$ (0,5)

$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt = \int_0^1 t.e^{-pt}dt + \int_1^{+\infty} 1.e^{-pt}dt$ (0,5)

$\int_0^1 te^{-pt}dt = ?$, selon l'intégration par parties on a :

$\int_0^1 te^{-pt}dt = t\left(-\frac1p e^{-pt}\right)\Big|_0^1 - \int_0^1\left(-\frac1p e^{-pt}\right)dt$

$= -\frac1p e^{-p} - \frac1{p^2}e^{-p} + \frac1{p^2}$. et $\int_0^{+\infty} e^{-pt}dt = \frac1p e^{-p}$ (1)

d'où $\mathcal{L}[f(t)] = -\frac1{p^2}e^{-p} + \frac1{p^2} - \cancel{\frac1p}e^{-p} + \cancel{\frac1p}e^{-p} = \frac1{p^2}[1-e^{-p}]$

3) a) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5p+2}{p(p+1)(p+3)}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{a_1}{p}+\frac{a_2}{p+1}+\frac{a_3}{p+3}\right]$ (0,25)

où $a_1 = p.F_1(p)|_{p=0} = \frac23$ (0,25) ; $a_2=(p+1)F_1(p)|_{p=-1} = \frac32$ (0,25)

$a_3=(p+3)F_1(p)|_{p=-3} = \frac{-13}{6}$.

d'où $\mathcal{L}^{-1}[F_1(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2/3}{p}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3/2}{p+1}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-13/6}{p+3}\right]$ (0,75)

$= \frac23 + \frac32 e^{-t} - \frac{13}{6}e^{-3t}$, pour $t\ge0$.

b) $\mathcal{L}^{-1}[F_2(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5e^{-p}}{p+1}\right] \Longrightarrow$ selon le théorème de retard on a :

$\mathcal{L}[f_1(t-\tau)] = e^{-\tau p}F_1(p) \Rightarrow f_1(t-1) \xrightarrow{TL} e^{-p}.\frac{5}{p+1}$ (1,5)

$f_1(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{p+1}\right] = 5e^{-t}$ d'où $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5e^{-p}}{p+1}\right] = f_1(t-1) = 5e^{-(t-1)}$

Sol. Exo 2 (08 pts).

1°/ $\ddot{y}(t)+5\dot{y}(t)+6y(t)=3$ avec $\dot{y}(0)=0$, $y(0)=0$.

$\downarrow$ T. Laplace

$$p^2Y(p)+5pY(p)+6Y(p)=\frac{3}{p} \quad (0{,}5) \Rightarrow Y(p)=\frac{3}{p(p^2+5p+6)} \quad (0{,}25)$$

$$\Rightarrow Y(p)=\frac{3}{p(p+2)(p+3)}=\frac{a_1}{p}+\frac{a_2}{p+2}+\frac{a_3}{p+3} \quad (0{,}25)$$

où $a_1=pY(p)\big|_{p=0}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ (0,25) ; $a_2=(p+2)Y(p)\big|_{p=-2}=-\frac{3}{2}$ (0,25)

et $a_3=(p+3)Y(p)\big|_{p=-3}=1$ (0,25)

$$\Rightarrow Y(p)=\frac{1/2}{p}-\frac{3/2}{p+2}+\frac{1}{p+3}\Rightarrow \boxed{y(t)=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}e^{-2t}+e^{-3t}\ ,\ \text{pour } t\geq 0} \quad (0{,}75)$$

2°/ $y(t)=te^{-3t}$ $\qquad u(t) \longrightarrow \boxed{G(p)} \longrightarrow y(t)$

a/ $u(t)=1$: échelon unité.

$\Rightarrow Y(p)=\mathcal{L}[te^{-3t}]=?$

Selon le théorème de décalage fréquentiel on a :

$\mathcal{L}[te^{-3t}]=F(p+3)$ où $F(p)=\mathcal{L}[t]=\frac{1}{p^2}$

donc $\boxed{F(p+3)=\frac{1}{(p+3)^2}=\mathcal{L}[te^{-3t}]}$ (1)

b/ $\boxed{G(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{\frac{1}{(p+3)^2}}{\frac{1}{p}}=\frac{p}{(p+3)^2}}$ (1)

3°/ $K=5$, $P_1=-1$, $P_2=-3$, aucun zéro $\Rightarrow$ FTBO $=\frac{K}{(p-P_1)(p-P_2)}$

$\Rightarrow \boxed{\text{FTBO}=\frac{5}{(p+1)(p+3)}}$ (1)

Le système bouclé est à retour négatif unitaire $\Rightarrow$

$$\text{FTBF}=\frac{\text{FTBO}}{1+\text{FTBO}}=\frac{\frac{5}{(p+1)(p+3)}}{1+\frac{5}{(p+1)(p+3)}}=\frac{5}{p^2+4p+8} \quad (1)$$

4°/ $Y(p)=\frac{10}{p^2+4}\Rightarrow \mathcal{L}\left[\frac{dy(t)}{dt}\right]=pY(p)-y(0)$ → selon Th. dérivation.

donc $\mathcal{L}\left[\frac{dy(t)}{dt}\right]=p.\frac{10}{p^2+4}-y(0)$ $\quad$ où $y(0)=\lim_{p\to\infty} pY(p)=\lim_{p\to\infty} p.\frac{10}{p^2+4}=0$. (0,5)

d'où $\boxed{\mathcal{L}\left[\frac{dy(t)}{dt}\right]=\frac{10p}{p^2+4}}$ (1)