



Exercice 1 (8 points)

Une conduite gravitaire a un diamètre $D_1 = 250$ mm. Le rétrécissement en A occasionne une perte de charge de coefficient $K_A = 0,3$, le coude B est à 90° et présente un coefficient de perte de charge $K_B = 0,134$. L'écoulement dans la conduite est turbulent.

La conduite de refoulement a un diamètre $D_2 = 200$ mm, une longueur $l = 400$ m débouche dans grand réservoir (3). La vanne V est complètement ouverte, son coefficient de perte de charge $K_V = 0,24$; celui du clapet C_L est $K_{CL} = 0,85$. Le coude F est à 90° et son coefficient de perte de charge $K_F = 0,134$. Le niveau du réservoir (2) (entre C et D) est constant et est égal à 870 m d'altitude ; à sa sortie D les pertes de charges sont négligées (sortie profilée) (figure 1).

- 1) En écrivant l'expression de la perte de charge entre les réservoirs (1) et (2).
- 2) En déduire le débit moyen en litres/secondes.
- 3) Calculer le nombre de Reynolds dans la conduite gravitaire.
- 4) Représenter la ligne de charge.
- 5) Calculer les charges en E et en D.
- 6) Calculer la puissance absorbée par la pompe si son rendement est $\eta_p = 75\%$.
- 7) Calculer l'action de l'eau sur le coude F (on néglige le poids de l'eau).

On donne : $z_1 = 900$ m ; $z_2 = 870$ m ; $z_3 = 980$ m
 $\rho = 1000$ kg/m³ et $\nu = 10^{-6}$ m²/s.

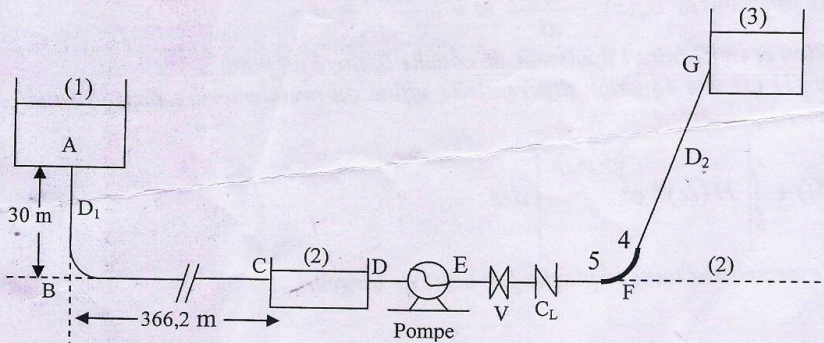


Figure 1

Exercice 2 (3 points)

1- Dans une simulation basée sur le modèle à deux équations de fermeture en un point, $k-\varepsilon$, donner :

- l'expression de la viscosité turbulente en fonction de l'énergie cinétique turbulente et son taux de dissipation
- Déterminer l'expression algébrique qui permet de déduire les tensions de Reynolds en fonction du tenseur des taux de déformation

2- Donner l'expression du tenseur d'anisotropie.

3- Définir le triangle de réalisabilité de Lumley.

Exercice 3 (9 points)

On considère une couche limite se développant sur une fine plaque plane, à bord d'attaque aigu, installée au milieu d'une soufflerie (figure 2). La distance entre la plaque et les parois de la soufflerie est largement supérieure à l'épaisseur de la couche limite. Les parois de la soufflerie ont une forme de façon telle à fournir la distribution de vitesse extérieure suivante :

$$U_e(x) = Ae^x$$

Avec A une constante et x l'abscisse mesurée à partir du bord d'attaque de la plaque. La vitesse extérieure à l'extrémité O est égale à 1.6 m/s . La masse volumique et la viscosité cinématique de l'air sont $\rho = 1.2 \text{ Kg/m}^3$ et $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Supposons que la couche limite reste partout laminaire et que le profil de vitesse soit bien approché par une relation linéaire de la forme :

$$\frac{U}{U_e(x)} = \frac{y}{\delta(x)}$$

où $\delta = \delta(x)$ est l'épaisseur locale de la couche limite.

- 1) Calculer le gradient de pression le long de la plaque
- 2) Calculer la constante A et la vitesse extérieure au point P .
- 3) A l'aide de l'équation intégrale de Von Karman :

$$\frac{\tau_w}{\rho U_e^2} = \frac{d\delta_2}{dx} + (2\delta_2 + \delta_1) \frac{1}{U_e} \frac{dU_e}{dx}$$

avec δ_1 l'épaisseur de déplacement, δ_2 l'épaisseur de quantité de mouvement et τ_w la contrainte pariétale, établir une relation de la forme

$$\frac{dF}{dx} + G(x) * F(x) = H(x) \quad (1)$$

Avec $F(x) = [\delta(x)]^2$

$G(x)$ et $H(x)$ sont des fonctions de $U_e(x)$; $\frac{dU_e(x)}{dx}$ et ν

- 4) Résoudre cette équation et en déduire l'épaisseur de couche limite δ au point B .

Sachant que l'équation (1) est une équation différentielle affine du premier ordre dont la solution peut s'écrire :

$$F(x) * e^{\int_0^x G(\alpha) d\alpha} = F(0) + \int_0^x \left[H(\alpha) * e^{\int_0^\alpha G(\beta) d\beta} \right] d\alpha$$

- 5) Déduire la traînée s'exerçant sur toute la plaque par unité de largeur.

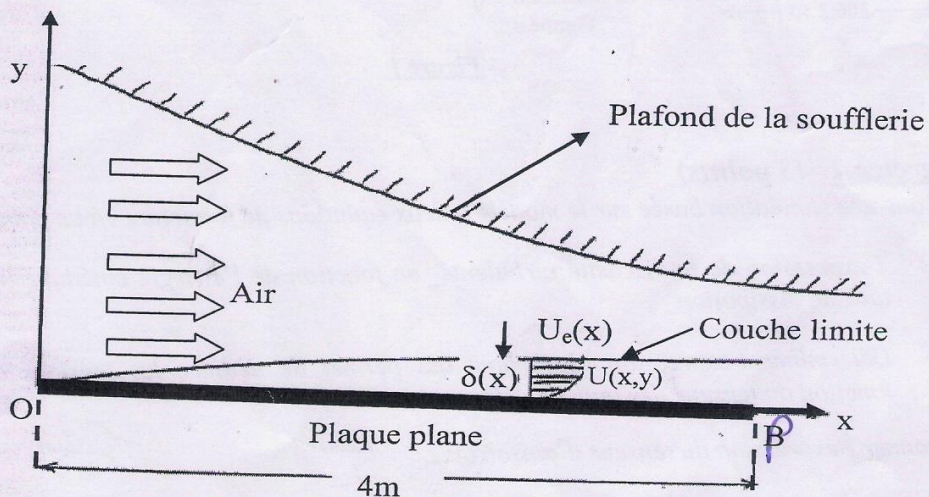


Figure 2