Tarik BOUCHALA
Maître de Conférences

UNIVERSITE DE OUARGLA

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Electrique

Electrotechnique Fondamentale (I)

Série "Documents pédagogiques et didactiques"

Année Universitaire 2014/2015

Comité de lecture

Mr.	Maître de Conférences,
Mr.	Maître de Conférences

Document pédagogique élaboré dans le cadre des dispositifs du décret exécutif n° 90-365 du 10/11/1990 relatif à l'élaboration des supports pédagogiques et didactiques

Avant-propos

Ce fascicule pédagogique met à la disposition des étudiants électrotechniciens un cours sur les notions fondamentales de l'électrotechnique visant à les préparer pour entamer les différentes spécialités de cette vaste discipline. Pour mieux accompagner les étudiants pour se familiariser avec l'utilisation des logiciels, les plus rencontrés en électrotechnique tel que Matlab, Psim et Multisim, des exercices et des applications sont présentées à la fin de chaque section. Pour rappeler, l'électrotechnique fondamentale (I) aborde trois chapitres. On a commencé par un rappel mathématique sur les nombres complexes qui sont très appropriés pour l'étude et la simplification des circuits électriques notamment en régime harmonique. Ensuite, les lois fondamentales de l'électrotechnique ont été présentées dans les trois régimes: continu, harmonique et transitoire. Enfin, étant donné la vaste utilisation du régime alternatif triphasé en électrotechnique (production, transport et consommation de l'énergie électrique), une attention particulière est réservée à ce régime.

Ce fascicule est destiné aux étudiants de la deuxième année sciences et techniques (ST) et d'autres filières.

Le contenu de ce polycopié est conforme au programme du module électrotechnique fondamentale recommandé et établit par le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique (MESRS) pour l'année 2014/2015.

J'espère que ce travail sera utile et bénéfique à tous ceux qui ont à apprendre, à enseigner l'électrotechnique fondamentale.

Sommaire

Chapitre Un

Rappel Mathématique sur les Nombres Complexes

Chapitre Deux

Lois Fondamentales de l'Electricité en Régime

Continu, Harmonique et Transitoire

Chapitre Trois

Circuits et Puissance Electrique en Régime Alternatif Triphasé

INTRODUCTION GENERALE

L'***électrotechnique*** est une discipline qui est consacrée à la production, la gestion, le transport et la consommation de l'énergie électrique [1]. II est encore fréquent que l'on oppose l'électrotechnique à l'électronique, en restreignant le premier terme au domaine touchant à la technique de l'énergie électrique (appelée parfois technique des courants forts) et en associant le second à la technique de l'information électrique (appelée, par contraste, technique des courants faibles) [2].

L'énergie électrique est ***produite, transportée et consommée sous forme de signaux électriques*** (courant, tension, f.e.m). D'autre part, ces fonctions sont assurées par un ensemble de machines et d'appareillage : générateurs électriques, transformateurs électriques, moteurs électriques, etc, [3]. A cet ensemble de machines statiques et tournantes, on associe à l'électrotechnique indispensablement les appareils de commande et protection ; ainsi que les convertisseurs de l'électronique de puissance.

En effet, le fonctionnement des machines et les appareils électriques cités précédemment est lié primordialement à la nature des signaux électriques produits, transmis et consommés. D'où la nécessité d'aider les étudiants électrotechniciens à acquérir l'ensemble les notions théoriques et pratiques attachées aux signaux électriques (régime continu, harmonique et transitoire) avant d'entamer l'étude des machines électriques statiques et tournantes. Ces connaissances fondamentales feront l'objet du contenu du module ***Electrotechnique fondamentale I***.

Le module électrotechnique fondamental (I) est composé de trois chapitres :

- ***Rappel mathématique sur les nombres complexes*** :
  L'utilisation des grandeurs complexes dans la résolution du système d'équations en régime sinusoïdal établi (le plus rencontré en électrotechnique) permet de remplacer un système d'équations différentielles linéaires par un système équivalent complexe qui, malgré leur nom, sont beaucoup plus faciles à traiter. Ainsi, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe que l'on appelle ''impédance complexe'', [1]. Nous rappelons que le logiciel Matlab est très adapté pour la manipulation des nombres complexes, calcul matriciel et simulation numérique. Donc, il nécessite une attention particulière de la part des étudiants électrotechniciens.
- ***Lois fondamentales de l'électricité en régime continu, harmonique et transitoire :***
  Dans ce chapitre, nous aborderons la caractérisation des signaux électriques ainsi que les lois qui régissent le comportement des circuits électriques linéaires comprenant des dipôles passifs comme les résistances, inductances et capacités dans les trois régimes. D'autre part, un aperçu sera donné sur les appareils de mesure et de visualisation permettant de déterminer les caractéristiques des différentes grandeurs électriques (courant, tension, puissance). Ce chapitre est aussi réservé à des exercices avec et sans solution qui sont destinés aux étudiants pour s'entraîner d'une part avec les calculs et d'autre part avec l'utilisation du logiciel Psim qui est un outil simple et efficace pour la simulation des circuits électriques.
- ***Circuits et puissances électriques en triphasé :***
  Nous rappellerons que les lois caractéristiques du régime alternatif sinusoïdal ne sont pas tous valables pour le cas des régimes polyphasés, d'où la nécessité d'étudier, séparément, le régime triphasé car il est le plus utilisé dans la production, le transport et l'exploitation de l'électricité: générateurs triphasées, transformateurs triphasés, machines asynchrones triphasées. Dans cette partie, nous donnerons les caractéristiques essentielles des réseaux

triphasés dans les deux cas équilibré et déséquilibré. Ensuite, les méthodes permettant de mesurer les différentes puissances seront présentées tout en précisant les avantages et les inconvénients de chacune d'elles. Pour remédier à la solution classique de réduction des pertes sans affecter la puissance active demandée, nous exposerons la technique de l'amélioration du facteur de puissance en utilisant les batteries de condensateurs, [4]. Parmi les objectifs assignés par cette partie c'est d'aider les étudiant à travers quelques exemples d'application à se familiariser avec l'utilisation du logiciel Multisim qui possède une bibliothèque très riche en composants électronique et en éléments électrotechniques.

CHAPITRE 1

Rappel Mathématique sur les Nombres Complexes

1. Introduction

En régime sinusoïdal, les lois de maille exprimées par équations différentielles dont la résolution se complique de façon prohibitive dans les circuits comportant plus d'un ou deux récepteurs. Ainsi, l'utilisation des grandeurs complexes dans la résolution du système d'équations en régime sinusoïdal établi permet de remplacer un système d'équations différentielles linéaires par un système équivalent complexe qui, malgré leur nom, sont beaucoup plus faciles à traiter, [1]. D'autre part, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe que l'on appelle ''impédance complexe''.

2. Définitions et premières propriétés

2.1. Le nombre i

Dans l'ensemble des nombres complexes, il existe un élément i tel que $i^2 = -1$.

2.2. L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes

$\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres z qui s'écrivent $z = a + ib$ avec a et b réels.
L'écriture de z sous la forme $a + ib$ est unique et s'appelle "**forme algébrique du nombre complexe** z **".**

2.3. Partie réelle et partie imaginaire d'un nombre complexe

Dans la forme algébrique $z = a + ib$ d'un nombre complexe :

- Le réel a est appelé "partie réelle de z " et noté $a = \Re e(z)$.
- Le réel b est appelé "partie imaginaire de z " et noté $b = \Im m(z)$.

2.4. Propriété

Pour $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$ et si $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$

Ce résultat est la conséquence immédiate de l'unicité de l'écriture algébrique d'un nombre complexe.

- z est un **réel pur** si et seulement si $\Im m(z) = 0$.
- z est un **imaginaire pur** si et seulement si $\Re e(z) = 0$.

3. Représentation graphique d'un nombre complexe

3.1. Rappel

A tout réel x, on peut associer un point de la droite réelle et réciproquement. La droite réelle étant un axe orienté, on pouvait comparer 2 réels et définir ainsi un ordre dans l'ensemble $\Re$. A tout nombre complexe $z = a + ib$, on associe le point M de coordonnées $(a\,;b)$ du plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$,[2].

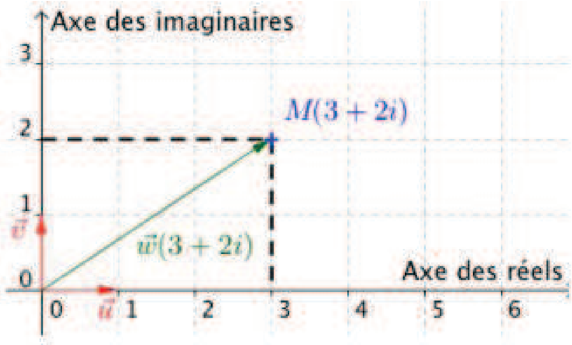


Figure 1: Représentation graphique d'un nombre complexe

Réciproquement, à tout point $M(a\,;b)$ on associe le complexe $z = a + ib$.

- M est l'image de z
- z est l'affixe de M

3.2. Affixe d'un nombre complexe

Dans la Figure 1, le point $M(3\,;2)$ a pour affixe le nombre complexe $z = 3 + 2i$.

On a aussi $\vec{w} = \vec{OM}$ et donc $\vec{w}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ dans la base orthonormée $(\vec{u}\,;\vec{v})$

On dit aussi : ‘‘ le vecteur $\vec{w}$ a pour affixe $z = 3 + 2i$. ’’

La base $(\vec{u}\,;\vec{v})$ est orthonormée

- $\vec{w}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ **est l'image de** $z = a + ib$
- $z = a + ib$ **est l'affixe de** $\vec{w}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$

☞ Remarques

- On ne peut pas comparer 2 points dans le plan *(il n'y a pas un point plus grand ou plus petit qu'un autre point !)*

  Il n'y a donc pas d'ordre dans l'ensemble des nombres complexes

  On ne peut donc pas écrire "$z > z'$'' par exemple

- Le repère est noté $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$ est non pas $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ comme d'habitude pour ne pas confondre le vecteur $\vec{i}$ avec le nombre complexe i .

☞ Remarque

Soit le point M d'affixe z (on note $M(z)$).

- z est un réel si et seulement si M est sur l'axe $(O\,;\vec{u})$.
- z est un imaginaire pur si et seulement si M est sur l'axe $(O\,;\vec{v})$.

C'est pour cela que l'axe des abscisses $(O\,;\vec{u})$ est appelé ‘‘**axe des réels**’’ et l'axe des ordonnées $(O\,;\vec{v})$ est appelé ‘‘**axe des imaginaires**’’.

4. Opérations dans $\mathbb{C}$

4.1. Définitions

Si $z = a + ib$ **et** $z' = a' + ib'$ **sont deux complexes et si k est un nombre réel**
Alors :

- $z + z' = (a + a') + i(b + b')$
- $kz = ka + ikb$
- $zz' = (aa' - bb') + i(ab' + ba')$

4.2. Propriétés

On admettra que les propriétés des opérations + et $\times$ dans $\Re$ sont encore vraies dans $\mathbb{C}$, à savoir :

- **Commutativité :**

  $z + z' = z' + z$ et $zz' = z'z$
- **Associativité :**

  $(z + z') + z'' = z + (z' + z'')$ **et** $(zz')z'' = z(z'z'')$
- **Distributivité du produit × par rapport à l'addition +:**

  $z(z' + z'') = zz' + zz''$

4.3. Opposé d'un nombre complexe - soustraction de deux complexes

- Tout nombre complexe $z = a + ib$ admet un opposé noté $-z$ tel que $z + (-z) = (-z) + z = 0$.

  et on $a - z = -a - ib$
- Soustraire un complexe c'est d'additionner son opposé. Donc: $z - z' = z + (-z')$.

4.4. Inverse et division d'un nombre complexe

a. Inverse

Tout nombre complexe non nul z admet un inverse noté $\frac{1}{z}$ tel que $z \times \frac{1}{z} = \frac{1}{z} \times z = 1$.

Si $z = a + ib$ alors $\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i$

b. Division

Diviser par un complexe z non nul c'est multiplier par son inverse $1/z$.

4.5. Conjugué d'un nombre complexe

Dans cette partie nous donnons la vision graphique et les propriétés du conjugué d'un nombre complexe, [3].

a. Définition

Soit $z = a + ib$ un nombre complexe.
Le nombre complexe noté $\bar{z} = a - ib$ est appelé ''conjugué'' de z.

b. Vision graphique

Les points d'affixes z et $\bar{z}$ sont symétriques par rapport à l'axe des réels.

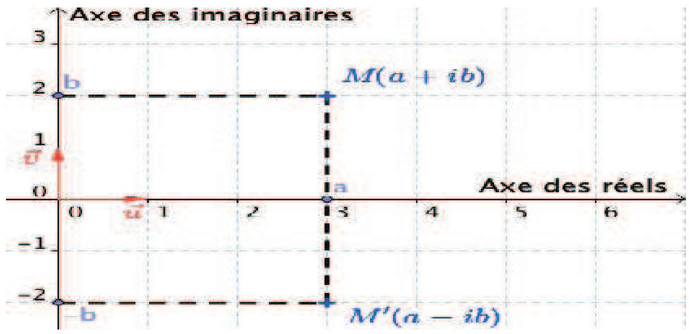


Figure 2: Représentation graphique du nombre complexe et de son conjugué

c. Propriétés

Si $z = a + ib$ alors le nombre complexe noté $z = a - ib$ est appelé le conjugué du nombre z, [5] (où a et b sont des réels).

- $z\bar{z} = a^2 + b^2$
- $\bar{\bar{z}} = z$
- $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$
- $\overline{zz'} = \bar{z}\bar{z}'$
- $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}$ pour $z \neq 0$
- $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$
- $z + \bar{z} = 2\Re e(z)$ donc $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- $z - \bar{z} = 2i\Im m(z)$ donc $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le complexe $z + iz'$, avec z et z' complexes, ne doit pas être confondu avec une forme algébrique $a + ib$ (où a et b sont des réels)

En particulier $\overline{z + iz'} \neq z - iz'$ mais on a $\overline{z + iz'} = \bar{z} - i\bar{z}'$.

- Si k est un réel alors $\overline{kz} = k\bar{z}$

4.6. Interprétations graphiques de certains résultats

a. Opposé

Les point M et M' d'affixes respectives z et $-z$ sont symétriques par rapport à l'origine du repère.

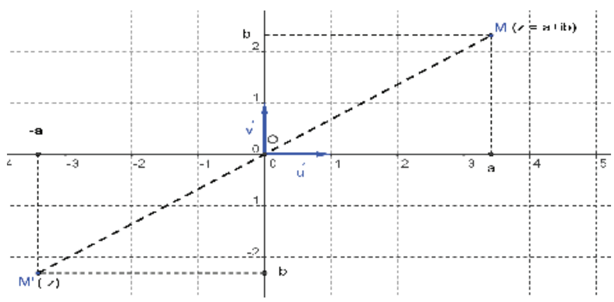


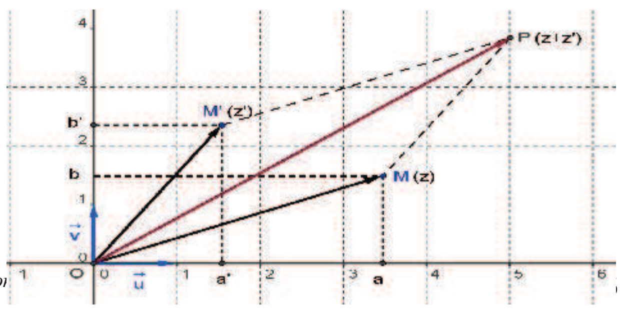
Figure 3: Représentation graphique de l'opposé d'un nombre complexe

b. Somme

Si $M(z)$ et $M'(z')$ avec $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$

Alors $\overrightarrow{OM}(z)$ et $\overrightarrow{OM'}(z')$

Donc $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OM'}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$



Soit P le point tel que $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OM'}$

Figure 4: Représentation graphique de la somme

On a alors $\overrightarrow{OP}\begin{pmatrix} a+a' \\ b+b' \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{OP}(z + z')$ et $P(z+z')$

Par construction, le point P d'affixe $(z+z')$ est tel que $OMPM'$ est un parallélogramme.

c. Différence

Si $A(z_A)$ et $B(z_B)$ avec $z_A = a+ib$ et $z_B = a' + ib'$

Alors

$A(a\,;b)$ et $B(a'\,;\,b')$

Donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} a'-a \\ b'-b \end{pmatrix}$ donc

$\overrightarrow{AB}$ d'affixe $z_B - z_A$.

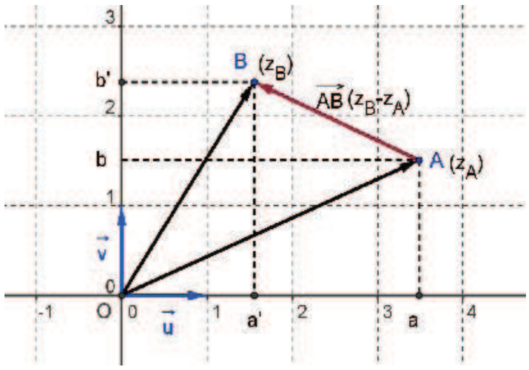


Figure 5: Représentation graphique de la différence

5. Forme exponentielle

Posons $f(a) = \cos a + i \sin a$

Et $g(a) = -\sin a + i\cos a \;\; = i^2 \sin a + i\cos a \;\; = i\,(\cos a + i\sin a) \;\; = if(a)$

D'après le cours sur l'exponentielle:

$f(a) = C\, e^{(ia)}$

de plus $f(0) = \cos 0 + i\sin 0 = 1$

donc $Ce^{(i.0)} = C = 1$

D'où $f(a) = e^{(ia)} = \cos a + i\sin a$

Appliquons cela à un nombre complexe $z = a + ib$

$z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta) \;=\; r\,e^{(i\theta)}$ avec $\left|e^{(i\theta)}\right| = \left|\cos\,\theta + i\,\sin\,\theta\right|$

$= \sqrt{(\cos^2\theta + \sin^2\theta)} \quad = \sqrt{(1)} \quad = 1$

5.1. Opérations

- $e^{(i\theta)}\; e^{(i\theta')} = e^{i\;(\theta+\theta')}$
- $e^{(i\theta)} / e^{(i\theta')} = e^{i\;(\theta-\theta')}$
- $(e^{(i\theta)})^{\wedge n} = e^{(i\theta n)}$
- $[e^{(i\theta)}] = 1/\,e^{(-i\theta)}$
- $e^{(i.0)} = 1$
- $e^{(i.\pi/2)} = i$
- $e^{(i\pi)} = -1$
- $e^{(i.-\pi/2)} = -i$

6. Formule de Moivre

Les fonctions trigonométriques, les exponentielles, les nombres complexes peuvent se mélanger harmonieusement. Les formules à connaitre pour les applications en trigonométrie sont : la formule de Moivre et la formule d'Euler, [6].

La formule de Moivre donne la transformation suivante:

$(\cos\theta + i\sin\,\theta)^{\wedge n} = (e^{(i\,\theta)})^{\wedge n} \quad = e^{(i\,\theta.n)} \quad = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$

7. Formule d'Euler

$\cos\theta = (e^{(i\theta)} + e^{(-i\theta)}) / 2$

$\sin\theta = (e^{(i\theta)} - e^{(-i\theta)}) / 2i$

8. Manipulation des nombres complexes sous Matlab

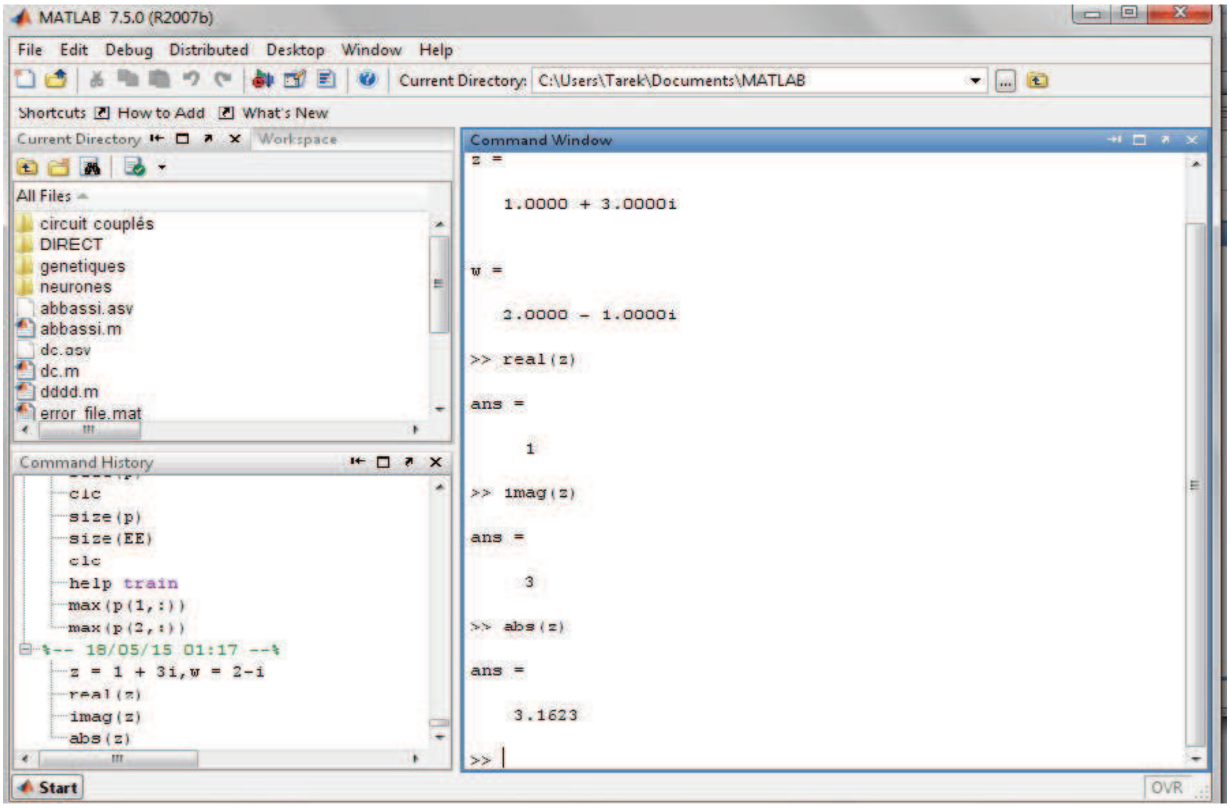
Matlab est capable de manipuler des nombres complexes, [7]. Par exemple,

8.1 Exercice corrigé

Soit z = 1 + 3i et w = 2 − i.

1) Trouver la partie réelle, la partie imaginaire et le module de z.
2) Trouver la phase de z.
3) Trouver z + w, zw, z/w et $\bar{z}$.

Réponses




```
>> real(z)=1
>> imag(z)=3
>> abs(z)=√10
>> phase(z)=1.2490
>> z=1+3*i
>> w=2-i;
>> z+w
        ans = 3.0000 + 2.0000i
>> z*w
        ans = 5.0000 + 5.0000i
>> z/w
        ans = -0.2000 + 1.4000i
>> z'
        ans = 1.0000 - 3.0000i
```

>> % le ' donne le conjugué complexe

Nous pouvons également trouver le module de z et l'argument de ce nombre.

>> norm(z)

ans = 3.1623

>>angle(z)

ans = 1.2490

8.2 Exercice corrigé

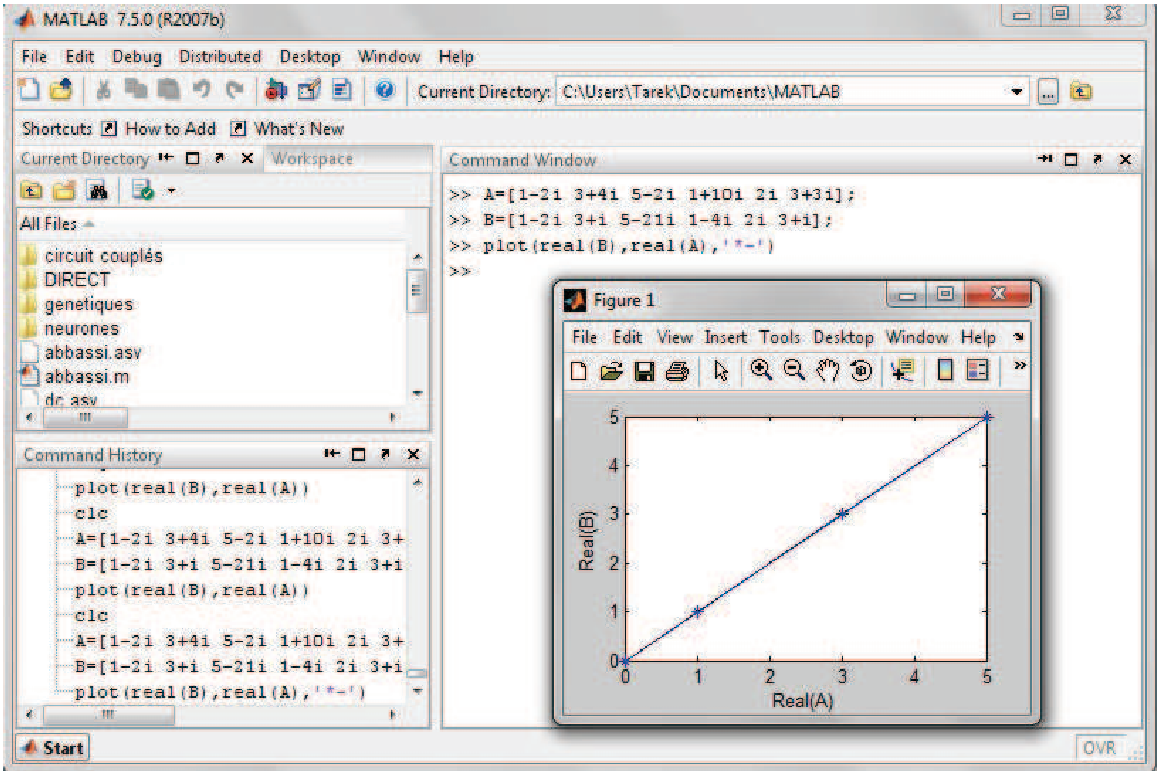
Voici deux vecteur A et B de même taille contenant les nombres complexes.

A=[1-2i 3+4i 6-2i 1+10i 2i 3+3i];

B=[1-2i 3+i 5-21i 2-4i 2i 1+i];

1) Tracer sous Matlab les partie réelles de A en fonction de celles de B en utilisant la fonction 'plot'.

Réponses



9. Conclusion

Après avoir donné un rappel mathématique sur les nombres complexes et leur manipulation sous Matlab, nous entamons l'étude des circuits électriques en régime continu, transitoire et harmonique. Car l'écriture complexe, basée sur la formule de Moivre et d'Euler, des grandeurs électriques facilitera considérablement l'étude et la représentation des circuits électriques en régime harmonique qui est très intéressant en électrotechnique.

CHAPITRE 2

Lois Fondamentales de l'Electricité en Régime Continu, Harmonique et Transitoire

1. Introduction

On parle de **régime permanent continu** dès lors que les grandeurs électriques (courants et tensions) d'un circuit sont indépendantes du temps. Dans ce régime particulier, les inductances représentent des interrupteurs fermés et les condensateurs des interrupteurs ouverts. En continu les résistances sont donc les seuls récepteurs linéaires. En effet, les seules lois à faire intervenir pour l'analyse de tels circuits sont donc les lois de Kirchhoff et la loi d'Ohm. Notons enfin que l'étude d'un circuit en régime continu intervient dans de nombreuses situations pratiques, notamment dans le calcul de certains dispositifs électroniques et de mesure, [8].

Un circuit électrique est dit **en régime permanent sinusoïdal** lorsque les excitations extérieures (courants ou tensions) sont des fonctions sinusoïdales et n'engendrant dans le circuit que des courants et des tensions de même forme. Nous rappelons que la fonction sinusoïdale joue un rôle de première importance en électricité. Cette prédominance est liée pour une part au fait que la production industrielle d'énergie électrique résulte généralement d'une conversion mécanique électrique réalisée par la mise en rotation d'un bobinage placé dans un champ d'induction magnétique, ou l'inverse. La tension induite obtenue aux bornes du bobinage est alors sinusoïdale. En effet, cette caractéristique permet d'assurer une distribution économique et efficace (utilisation de transformateurs) de cette énergie et en facilite l'exploitation.

Enfin, les **régimes transitoires** sont les évolutions particulières des grandeurs électriques qui apparaissent lors des modifications brutales des caractéristiques d'un circuit électrique. En général, ils ne se produisent pas de façon répétée, sinon on parle de régime entretenu périodique.

2. Régime continu

2.1. Dipôle résistif

a. résistance

Un dipôle résistif est un dipôle passif. L'énergie qu'il absorbe est entièrement consommée par effet Joule, donc dissipée sous forme de chaleur, [4].

Un dipôle résistif est représenté par un rectangle.

Figure 6: Dipôle résistif

Lorsqu'un dipôle résistif est traversé par un courant d'intensité I, une tension électrique U apparaît à ses bornes. En donnant plusieurs valeurs à l'intensité I nous constatons que la tension prend des valeurs proportionnelles à celles de l'intensité. Ce coefficient de proportionnalité est appelé la résistance de ce dipôle résistif, elle est notée R et s'exprime en ohms $[\Omega]$.

D'autre part, la résistance d'un fil conducteur dépend de la nature du conducteur et de ses dimensions, elle se calcule à partir de la relation

$$R = \frac{\rho \, l}{s}$$

R	La valeur de la résistance du conducteur en ohms $[\Omega]$
ρ	La valeur de la résistivité du conducteur en ohms.Mètres $[\Omega\, \mathrm{m}]$
l	La longueur du conducteur en mètres $[\mathrm{m}]$
s	La section du conducteur en mètres ^{2} $[\mathrm{m}^2]$

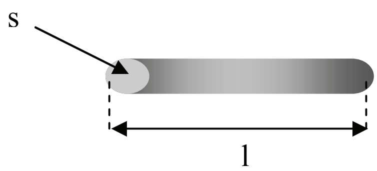
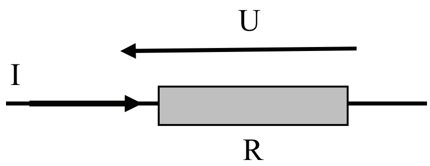


Figure 7: Conducteur rectiligne

b. La loi d'Ohm

La représentation de la tension électrique U qui apparaît aux bornes d'un élément résistif traversé par un courant d'intensité I est donnée ci-après.



La tension U s'exprime en fonction de l'intensité I du courant par la loi d'Ohm.

$$U = R\, I$$

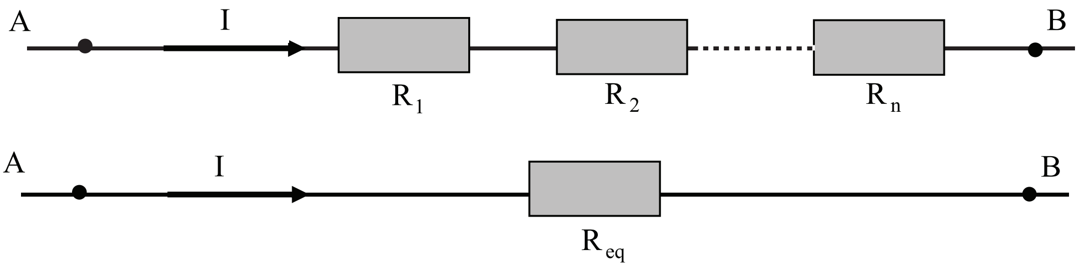
U	La tension électrique aux bornes du dipôle résistif en volts $[\mathrm{V}]$
R	La valeur de la résistance en ohms $[\Omega]$
I	L'intensité du courant électrique en ampères $[\mathrm{A}]$

Les sens de la tension U et du courant I sont impérativement respectées, dans le cas contraire, la loi d'Ohm s'exprime par la relation $U = - R.I$

Pour simplifier les écritures, la valeur de la résistance R symbolise l'élément résistif.

c. Association d'éléments résistifs en série

Lorsque plusieurs dipôles résistifs sont disposés en série, ils sont traversés par un même courant. Ils peuvent être remplacés, pour rendre les calculs plus abordables par une résistance unique, appelée résistance équivalente (Req).

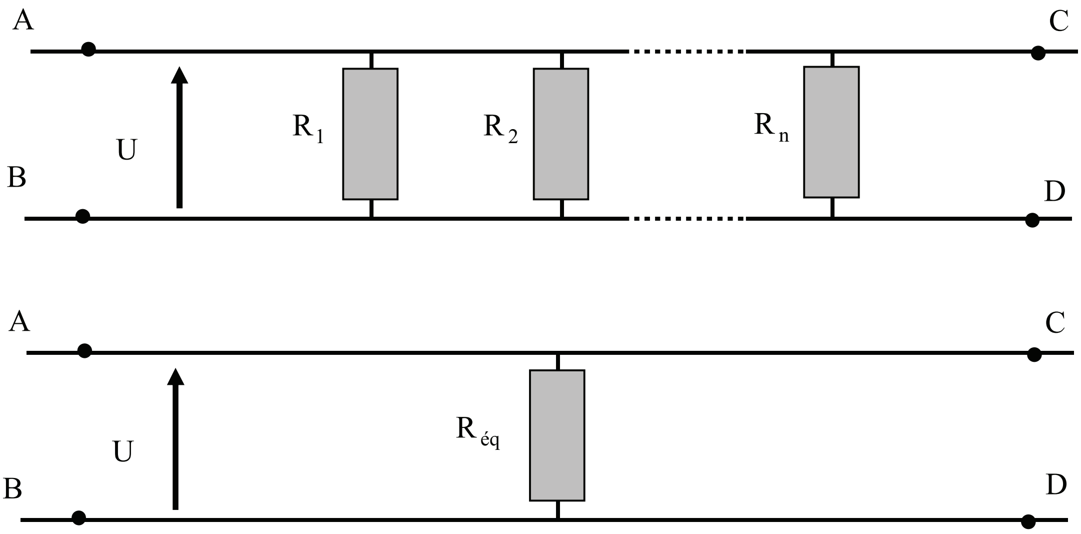


La résistance équivalente se calcule par la relation suivante :

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

d. Association d'éléments résistifs en dérivation

Lorsque plusieurs dipôles résistifs sont disposés en parallèle, ils sont soumis à une même tension. Ils peuvent être remplacés, pour rendre les calculs plus abordables, par une résistance unique appelée résistance équivalente.



La résistance équivalente se calcule par la relation suivante :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

2.2. Dipôle capacitif

Le condensateur est un composant électronique ou électrique élémentaire, constitué de deux armatures conductrices (appelées « électrodes ») en influence totale et séparées par un isolant polarisable (ou « diélectrique »). Sa propriété principale est de pouvoir stocker des charges électriques opposées sur ses armatures. La valeur absolue de ces charges est proportionnelle à la valeur absolue de la tension qui lui est appliquée. Le condensateur est caractérisé par le coefficient de proportionnalité entre charge et tension appelé capacité électrique et exprimée en farads (F). La relation caractéristique d'un condensateur idéal est :

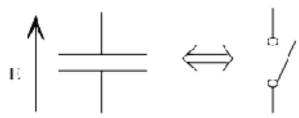
$$i = C\frac{du}{dt}$$

- i est l'intensité du courant qui traverse le composant, exprimée en ampères (symbole: A) ;
- u est la tension aux bornes du composant, exprimée en volts (symbole : V) ;
- C est la capacité électrique du condensateur, exprimée en farads (symbole : F) ;
- $\frac{du}{dt}$ est la dérivée de la tension par rapport au temps.

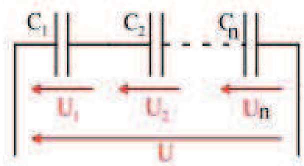
Figure 8: Dipôle capacitif

a. Capacité en continu

En régime continu, le courant traversant la capacité est nul. En effet, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

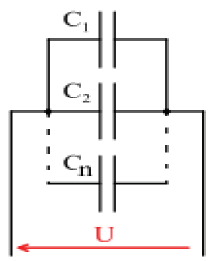


b. Association des condensateurs en série



$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

c. Association des condensateurs en parallèle



$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

2.3. Dipôle inductif

Une bobine (aussi appelée self ou self-inductance) est constituée en général d'un fil conducteur enroulé en hélice, formant un solénoïde.

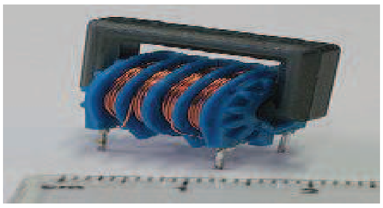
Lorsque la bobine est parcourue par un courant, elle crée un champ magnétique induit, qui s'oppose au courant lui ayant donné naissance (loi de Lenz). La bobine est caractérisée par son inductance L, définie comme le rapport entre le champ magnétique et l'intensité du courant. L s'exprime en Henry, noté H.

$1H = 1V \cdot s \cdot A^{-1}$

La tension aux bornes d'une bobine est reliée à l'intensité du courant par la relation suivante :

$$u(t) = Ldi/dt$$

Sa représentation schématique est la suivante :



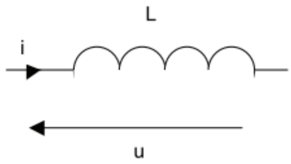
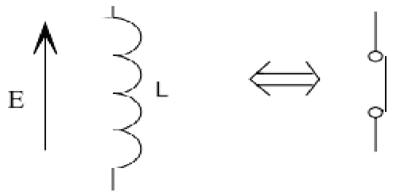


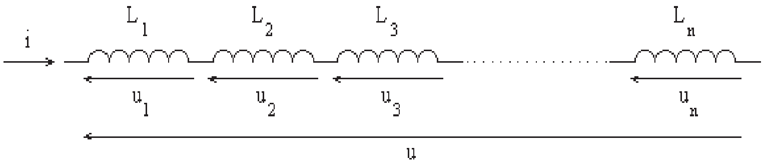
Figure 9: Dipôle inductif

a. Inductance en continu

En régime continu, la tension aux bornes de l'inductance est nulle. En effet, l'inductance se comporte comme un interrupteur fermé.



b. Association des inductances en série

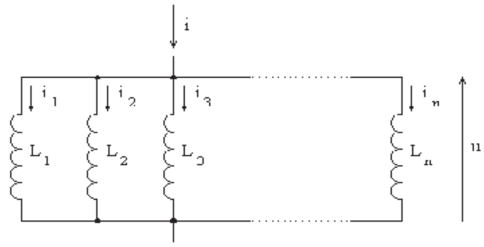


En série, l'inductance équivalent est donnée par :

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

c. Association des inductances en parallèle

En parallèle, l'inductance équivalente est donnée par :



$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{L_i}$$

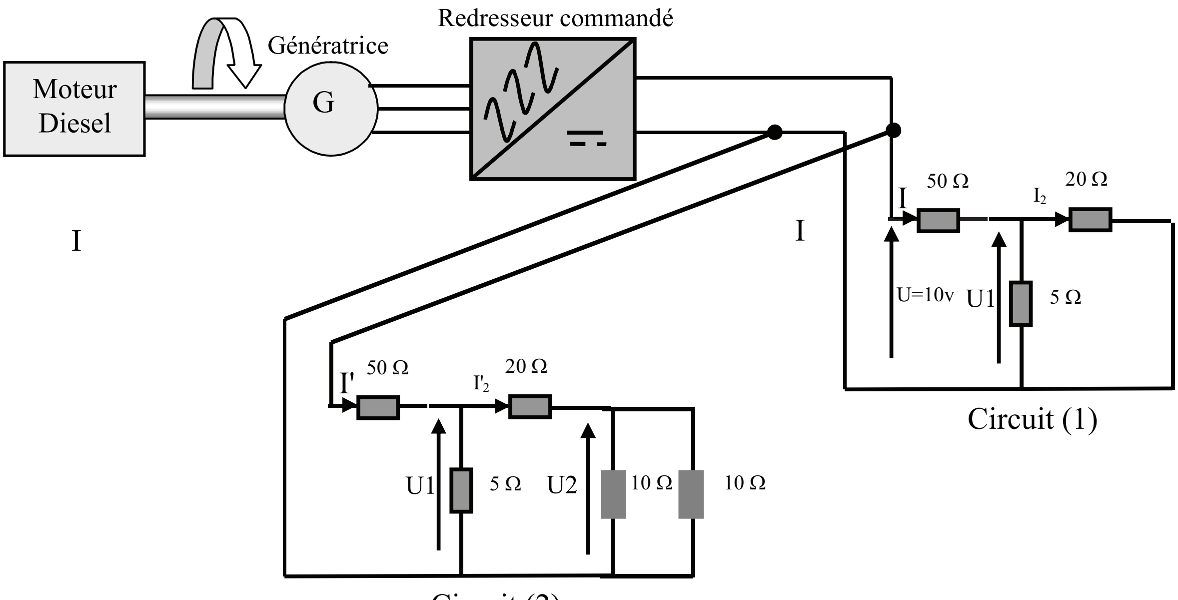
2.4. Exercices

2.4.1. Exercice corrigé

On donne les circuits électriques ci-dessous.

Calculer la résistance équivalente de chaque circuit.

1. Quel est le rôle des appareils suivants: moteur diesel, la génératrice et le redresseur
2. Calculer le courant I_2.
3. Calculer la tension U1.
4. Calculer la tension U2



Réponses

1. le rôle des appareils:
- le moteur diesel transforme l'énergie thermique de combustion en une énergie mécanique.
- la génératrice transforme l'énergie mécanique en une énergie électrique.
- le redresseur convertit le signal alternatif triphasé en un signal continu.

2.

<u>Circuit (1)</u>

On a le résistance équivalente R_{eq}= (50+(5//20))=54Ω.

I=U/R_{eq}=0.185A.

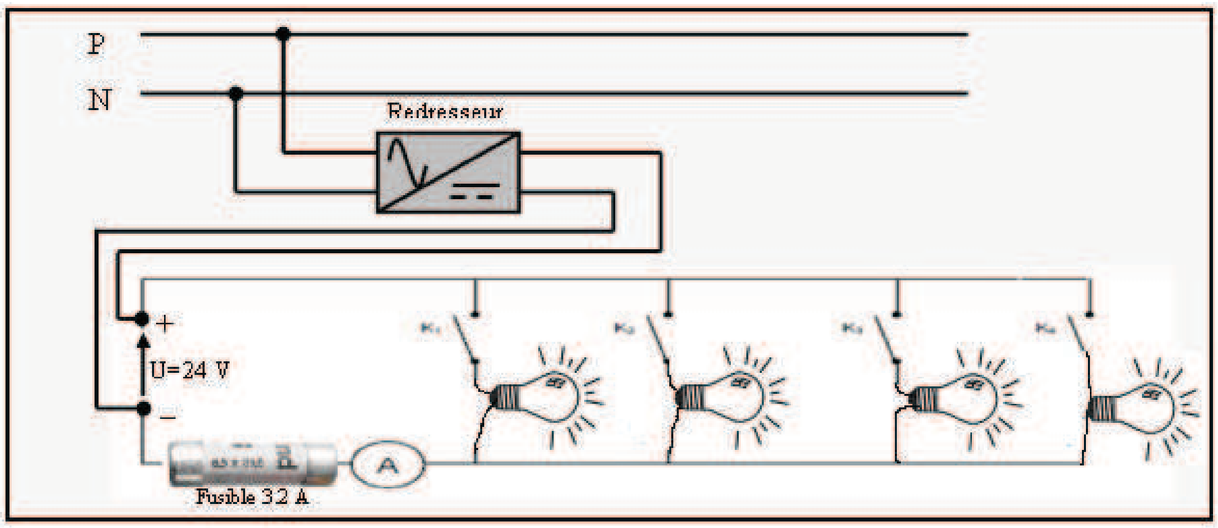
En utilisant le diviseur de courant, on aura : I_2=(5/(20+5)).I=0.037A.

Calcul de U_1:

U1=20. I2=0.74v.

Circuit (2):
Req=(50+(5//(10//10)). I'=U/Req.
En utilisant le diviseur de courant, on aura: I'_2=5. I'/(5+(20+(10//10)))
U1=(20+(10//10)). I'_2
En utilisant le diviseur de courant, on aura: U2=U1.(10//10)/(20+(10//10)).

Exercice 2
On réalise le montage suivant :



K1, K2, K3, K4 sont des interrupteurs.
L1 : lampe 15 W/24 V ; **L2** : lampe 15 W/24 V
L3 : lampe 24 W/24 V ; **L4** : lampe 60 W/24 V
A est un ampèremètre de calibre 3 ampères, protégé par un fusible de 3,2 A à fusion rapide.
1) Quelle est l'indication de l'ampèremètre quand
a) **K1** est seul fermé ? b) **K2** est seul fermé ? c) **K3** est seul fermé ? d) **K4** est seul fermé ?
2) Quelle est l'indication de l'ampèremètre quand on ferme **K1, K2** et **K3** en même temps ?
3) On ferme **K3** et **K4** (les autres interrupteurs sont ouverts) ; l'ampèremètre indique I = 0 A.
a) Pourquoi l'intensité du courant dans le circuit est-elle nulle ?
b) Quelles sont les lampes qui brillent ?
c) Quel est le rôle du fusible ?
4) Quelles sont les modifications à apporter au circuit pour pouvoir allumer toutes les lampes en même temps (interrupteurs **K1, K2, K3, K4** fermés) ?
4) D'après le schéma ci-dessus, quel est le rôle du redresseur ?

3. Régime harmonique

3.1. Caractérisation d'un signal périodique

3.1.1. Période d'un phénomène périodique

La période, notée T , d'un signal périodique est la plus petite durée au bout de laquelle le signal se reproduit identique à lui-même.
Son unité dans le système d'unité international (S.I.) est la seconde notée s.

3.1.2. Fréquence d'un phénomène périodique

La fréquence, de symbole f, est le nombre de fois où un événement se reproduit en une seconde.

Son unité dans le SI est le Hertz de symbole Hz .

La fréquence correspond au nombre de périodes par seconde. Elle est liée à la période par la relation suivante : $f = \dfrac{1}{T}$ avec f en Hz et T en s .

3.1.3 Tension maximale et tension minimale

Deux signaux périodiques de même période, donc de même fréquence ne sont pas nécessairement identiques.
Une tension électrique périodique se caractérise aussi par ses valeurs maximales et minimales.
La tension maximale U_{max} désigne la valeur la plus élevée prise par u(t) au cours du temps.

La tension minimale U_{min} désigne la valeur la plus faible prise par u(t) au cours du temps.

L'unité de U_{max} et de U_{min} dans le S.I est le volt.

3.1.4 Tension instantanée

$$u(t) = \hat{U}\cos(\omega t + \varphi)$$

Avec :

- $u(t)$: valeur instantanée de la tension.
- $\hat{U}$: valeur maximale de la tension, en volts.
- ω : pulsation de la tension, en radians par secondes.
- φ : phase de la tension à l'instant initial, en radians.
- $\omega t + \varphi$: phase de la tension à l'instant t, en radians.

Relations importantes :

- $\omega = 2\pi f$. Avec f : fréquence du signal en Hertz.
- $T = \dfrac{1}{f}$ avec T : période du signal en secondes.

Un signal électrique peut être visualisé par un oscilloscope (Figure 10).

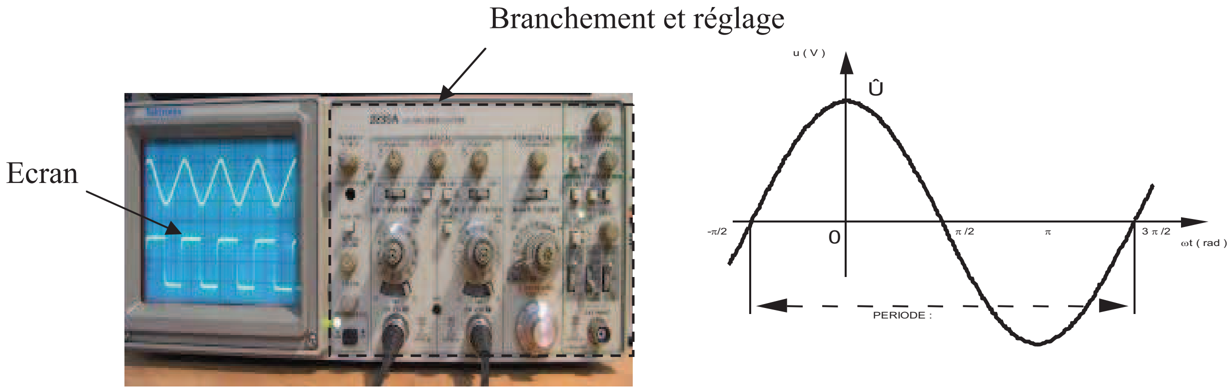


Figure 10: Visualisation d'un signal électrique sur l'oscilloscope

3.1.5 Valeur moyenne

La valeur moyenne u_{moy}, d'une grandeur périodique quelconque $u(t)$, se calcule à partir de la relation :

$$u_{moy} = \frac{1}{T}\int_{(T)} \mathrm{u(t)\,dt}$$

N B : La valeur moyenne d'un signal alternatif sinusoïdal est nulle.
Considérations pratiques, [9] : une valeur moyenne est mesurée avec un appareil magnétoélectrique (symbole) ou numérique en position continue (symbole =).

3.1.6 Valeur efficace

La valeur efficace u_{eff}, d'une grandeur périodique $u(t)$ se calcule à partir de la relation :

$$u_{eff} = U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{(T)} u(t)^2\, dt}$$

La valeur efficace d'une tension, $u(t)$, sinusoïdale et seulement dans ce cas, se déduit de la relation :

$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

Considérations pratiques : une valeur efficace est mesurée avec un appareil ferromagnétique (symbole), magnétoélectrique à redresseur (symbole), à thermocouple (symbole) ou numérique RMS (Root Mean Square), en position $AC + DC$.

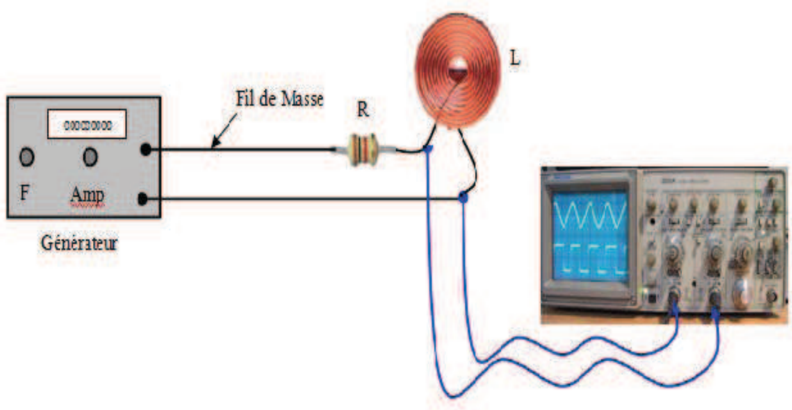
Ampèremètre analogique

Voltmètre analogique

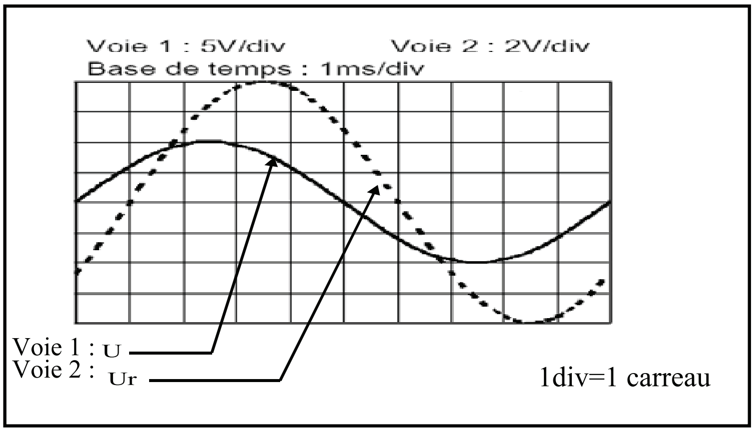
Multimètre numérique

3.1.7 Exercice corrigé

Une résistance R = 15 Ω et une inductance L sont placées en série et alimentées par une génératrice basse fréquence fournissant une tension sinusoïdale U.



L'observation à l'oscilloscope des tensions U et Ur donne les relevés montrés sur la figure suivante :



1) A partir des oscillogrammes, Déterminer :

- La période T, en déduire la fréquence f et la pulsation W des signaux.
- Les valeurs maximales des tensions et en déduire les valeurs efficaces U et Ur ;
- Le déphasage en degré de Ur par rapport à U ;

Réponses

1 div $\longrightarrow$ 1ms
10 div $\longrightarrow$ T
Donc, on aura : T=10ms
f= 1/T= $1/(10^{-2})$=100Hz
W=2πf=628rd/s.

1 div $\longrightarrow$ 5v
2 div $\longrightarrow$ U_{max}
Donc, on aura: U_{max}=10v
1 div $\longrightarrow$ 2v
4 div $\longrightarrow$ Ur_{max}

Donc, on aura: Ur_{max}=8v

Dans le cas du régime alternatif sinusoïdal, la valeur efficace est liée à la valeur maximale par le relation: $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$. En effet, on aura: $Ur_{eff} = \frac{Ur_{max}}{\sqrt{2}}$ et $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$. Donc: $Ur_{eff} = \frac{8}{\sqrt{2}}$ v et $U_{eff} = \frac{10}{\sqrt{2}}$ v.

D'après l'oscillogramme, on a:

10 div $\longrightarrow$ 2π
1 div $\longrightarrow$ φ (rd)
Donc, on aura: φ = π/5.

3.2. Représentation d'un signal sinusoïdal

3.2.1. Représentation cartésienne

La représentation cartésienne utilise des fonctions sinusoïdales du temps.

Les deux grandeurs suivantes sont définies ainsi:

- $\mathrm{u}(\mathrm{t}) = \hat{U} \cos(\omega t + \varphi_u)$
- $\mathrm{v}(\mathrm{t}) = \hat{V} \cos(\omega t + \varphi_v)$

Elles sont représentées en concordance des temps ci après.

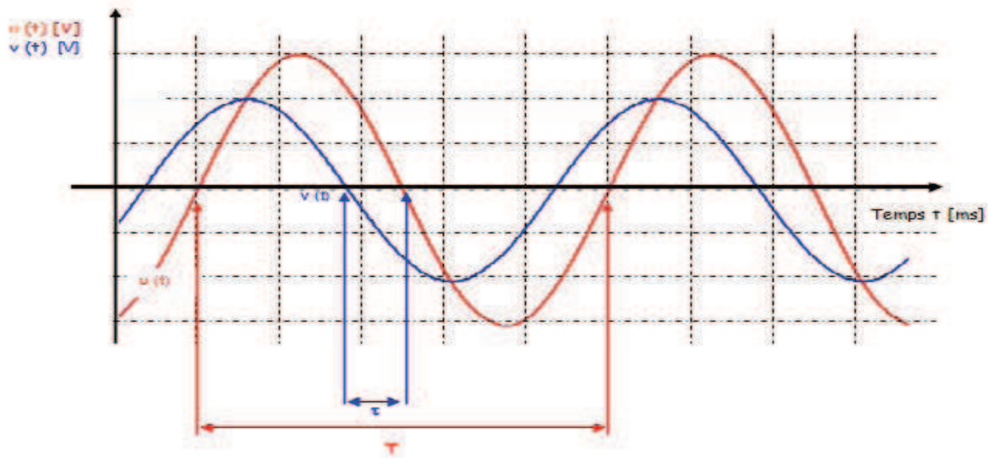


Figure 11: Représentation cartésienne de grandeurs sinusoïdales

Les deux grandeurs u (t) et v (t) ne coupent pas l'axe des abscisses au même instant. Elles sont décalées dans le temps. Ce décalage horaire noté τ possède toujours la même valeur, les grandeurs u (t) et v (t) n'ont pas la même phase à l'instant initial. Elles sont déphasées.

a. Situation d'une courbe par rapport à l'autre

Pour savoir comment se situe une grandeur par rapport à l'autre :

- Repérer les deux courbes lorsqu'elles sont croissantes.
- Se promener sur l'axe des temps, dans le sens croissant de O à l'infini.
- La première courbe rencontrée est en avance sur la seconde d'un angle φ.

b. Calcul de l'angle de déphasage

L'angle de déphasage noté φ permet de savoir de quel angle sont décalées les deux grandeurs $u(t)$ et $v(t)$, il correspond à la différence entre les phases initiales φ_u et φ_v ; et se définit ainsi:

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_v$$

φ	L'angle de déphasage entre $u(t)$ et $v(t)$ en radians $[\mathrm{rad}]$
φ_u	La phase de $u(t)$ à l'instant initial en radians $[\mathrm{rad}]$
φ_v	La phase de $v(t)$ à l'instant initial en radians $[\mathrm{rad}]$

c. Détermination graphique de l'angle de déphasage

Le déphasage se détermine également à partir de la représentation cartésienne des deux courbes $u(t)$ et $v(t)$. Nous procédons comme suit :

- Mesurer la grandeur qui représente la période T.
- Mesurer la grandeur qui représente le décalage horaire τ.
- Evaluer le rapport entre l'angle φ en radians et le décalage horaire τ en secondes

$$\begin{array}{lll} T & \rightarrow & 2\pi = 360° \\ \tau & \rightarrow & \varphi \end{array}$$

- Le déphasage se déduit à l'aide de la relation :

$$\varphi = \frac{2\pi\,\tau}{T}$$

φ	L'angle de déphasage entre $u(t)$ et $v(t)$ en radians $[\mathrm{rad}]$
τ	Le décalage horaire entre $u(t)$ et $v(t)$ en secondes $[s]$
T	La période de $u(t)$ et $v(t)$ en secondes $[s]$.

Où

$$\varphi = \frac{360\,\tau}{T}$$

φ	L'angle de déphasage entre $u(t)$ et $v(t)$ en degrés $[°]$
τ	Le décalage horaire entre $u(t)$ et $v(t)$ en secondes $[s]$
T	La période de $u(t)$ et $v(t)$ en secondes $[s]$

d. Déphasage courant - tension

Si les deux grandeurs à étudier sont une tension u (t) et un courant i (t), elles se définissent ainsi :

- $u(t) = \hat{U}\cos(\omega t + \varphi_u)$
- $i(t) = \hat{I}\cos(\omega t - \varphi_i)$

➡ Le courant $i(t)$ est toujours défini par rapport à la tension $u(t)$.

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ $\qquad$ φ est le déphasage de $i(t)$ par rapport à $u(t)$.

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0$ Le courant $i(t)$ est en retard sur la tension $u(t)$.

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0$ Le courant $i(t)$ est en avance sur la tension $u(t)$.

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$ Le courant $i(t)$ et la tension $u(t)$ s ont en phase.

En choisissant la tension $u(t)$ comme origine des phases, c'est-à-dire $\varphi_u = 0$
La tension $u(t)$ et le courant $i(t)$ se définissent ainsi :

- $u(t) = \hat{U}\cos(\omega t)$
- $i(t) = \hat{I}\cos(\omega t - \varphi_i)$

$\varphi_i > 0$ Le courant $i(t)$ est en retard sur la tension $u(t)$.

$\varphi_i < 0$ Le courant $i(t)$ est en avance sur la tension $u(t)$.

$\varphi_i = 0$ Le courant $i(t)$ et la tension $u(t)$ sont en phase.

3.2.2. Représentation vectorielle

Lorsque deux tensions sinusoïdales $u(t)$ et $v(t)$ sont à l'étude, elles peuvent être représentées à l'aide de vecteurs à partir de leurs caractéristiques, ainsi pour :

- $u(t) = \hat{U}\cos(\omega t)$
- $v(t) = \hat{V}\cos(\omega t + \varphi_v)$

Dans le cas ci-dessus :

- La tension $u(t)$ possède une phase nulle à l'instant initial.
- La valeur efficace de $u(t)$ est égale à U

Le vecteur qui caractérise la tension $u(t)$:
Est porté par l'axe pris comme origine des phases.
Sa longueur est proportionnelle à U la valeur efficace de $u(t)$

- La tension $v(t)$ est déphasée de l'angle φ_v par rapport à $u(t)$.
- La tension $v(t)$ est en avance sur $u(t)$ si l'angle φ_v est positif.
- La valeur efficace de $v(t)$ est égale à V.

Le vecteur qui caractérise la tension $v(t)$:
Est décalé d'un angle φ_v dans les sens positif par rapport à l'axe origine des phases.
Sa longueur est proportionnelle à V la valeur efficace de $v(t)$

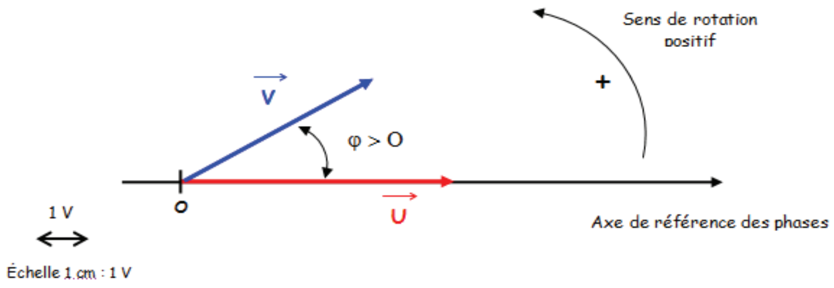


Figure 5. Représentation de Fresnel, $v(t)$ en avance sur $u(t)$

Dans les mêmes conditions que précédemment, mais si l'angle φ_u est négatif, la tension $v(t)$ est alors en retard sur $u(t)$ et la représentation devient ainsi :

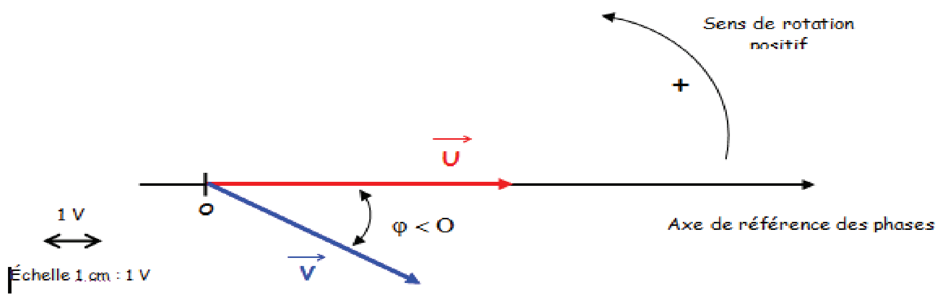
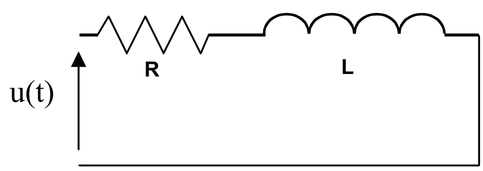


Figure 6. Représentation de Fresnel, $v(t)$ en retard sur $u(t)$

3.2.3. Exercice corrigé

On associe en série une bobine d'inductance L=1H et une résistance R=100 Ω. On applique à l'ensemble une tension $u(t) = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t)$.

1) Calculer :
- l'impédance Z_L de la bobine ;
- L'impédance Z totale ;
- Le courant I_{eff} dans le dipôle ;
- Le déphasage de u par rapport à i ;



2) Exprimer i en fonction du temps.

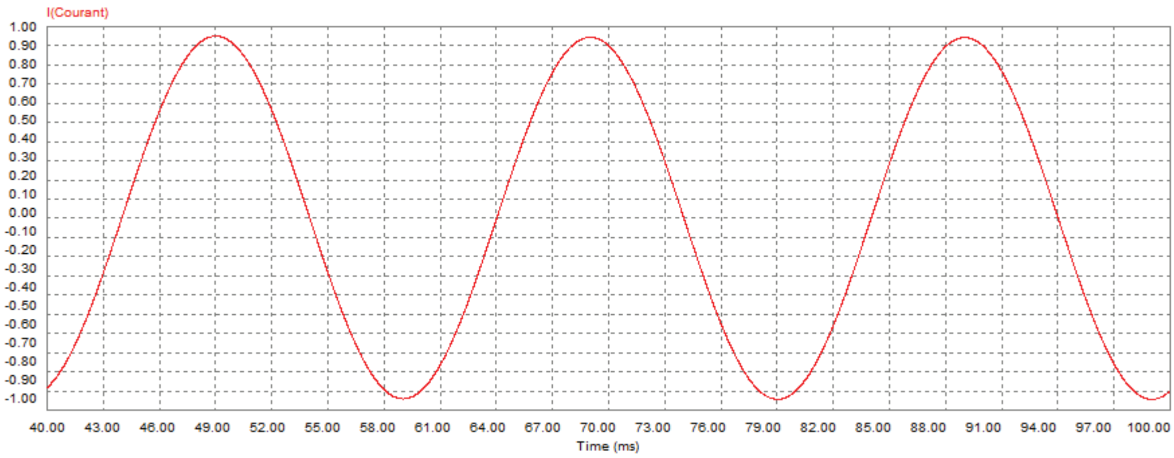
3) Réaliser le montage précèdent sous le logiciel Psim et faites apparaître l'oscillogramme de la tension et du courant.

4) vérifier que les valeurs obtenues par un calcul analytique du courant efficace et le déphasage entre la tension et le courant sont conformes à ceux obtenus graphiquement en utilisant le logiciel Psim.

Réponses

1) - Z_L=Lw=628Ω.

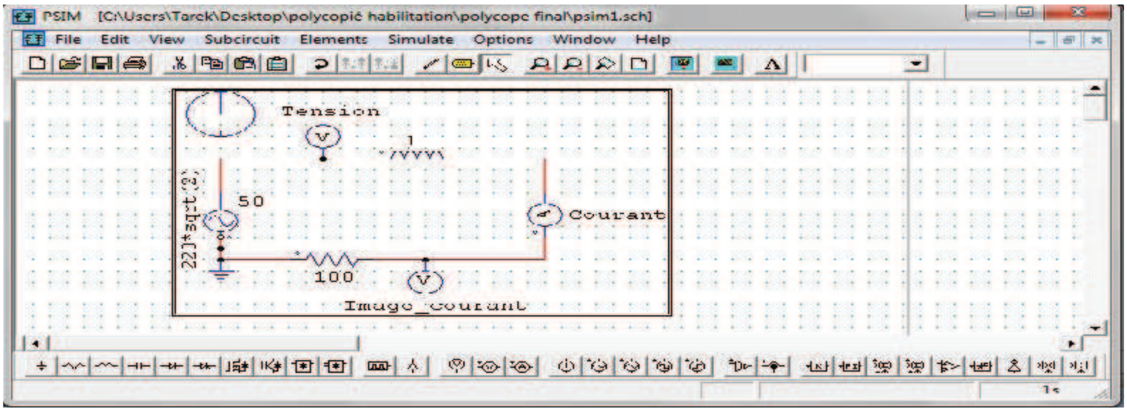
- $Z=(R^2+(Lw)^2)^{1/2}$=329.69Ω
- $I_{eff}= U_{eff}/Z$=220/329.69Ω=0.66A



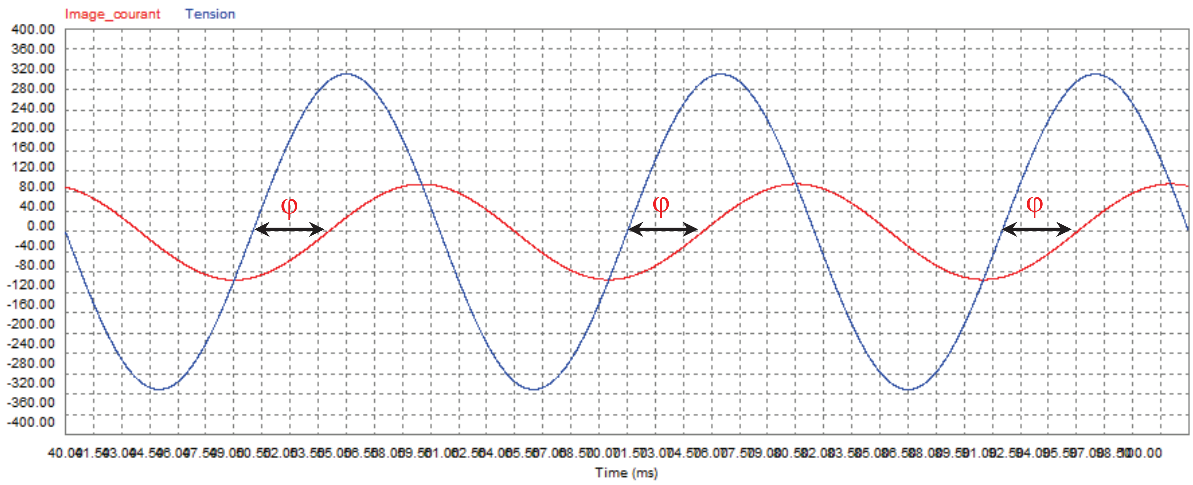
- le déphasage $\varphi=\text{arctg}(Lw/R)=72.34^0$

2) $i(t)=I_{max}.\ \sin(wt+\varphi i)=0.93.\sin(100\pi t-72.34^0)$.

3) Le montage sous Psim est montré ci-dessous. Le circuit électrique est construit à partir des éléments de la bibliothèque de Psim qui contient une grande variété d'éléments et d'appareils électriques.



4) Comparaison des résultats analytiques et graphiques

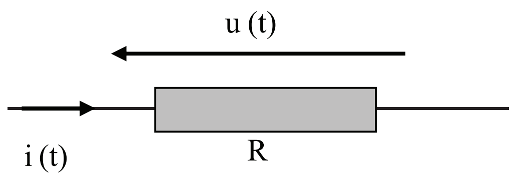


D'après ces oscillogramme on peut faire sortir les résultats suivants:
le déphasage φ est de 2.8.div=2.8.(180/7)=72^0. On voit bien que cette valeur est presque identique à celle calculée analytiquement.
d'autre part, Imax=0.94A. Donc, correspond à celui calculé analytiquement.

3.3. Etude des dipôles R-L-C

3.3.1. La résistance R

Soit le schéma suivant



Les oscillogrammes de la tension $u(t)$ et du courant $i(t)$ sont donnés ci-dessous :

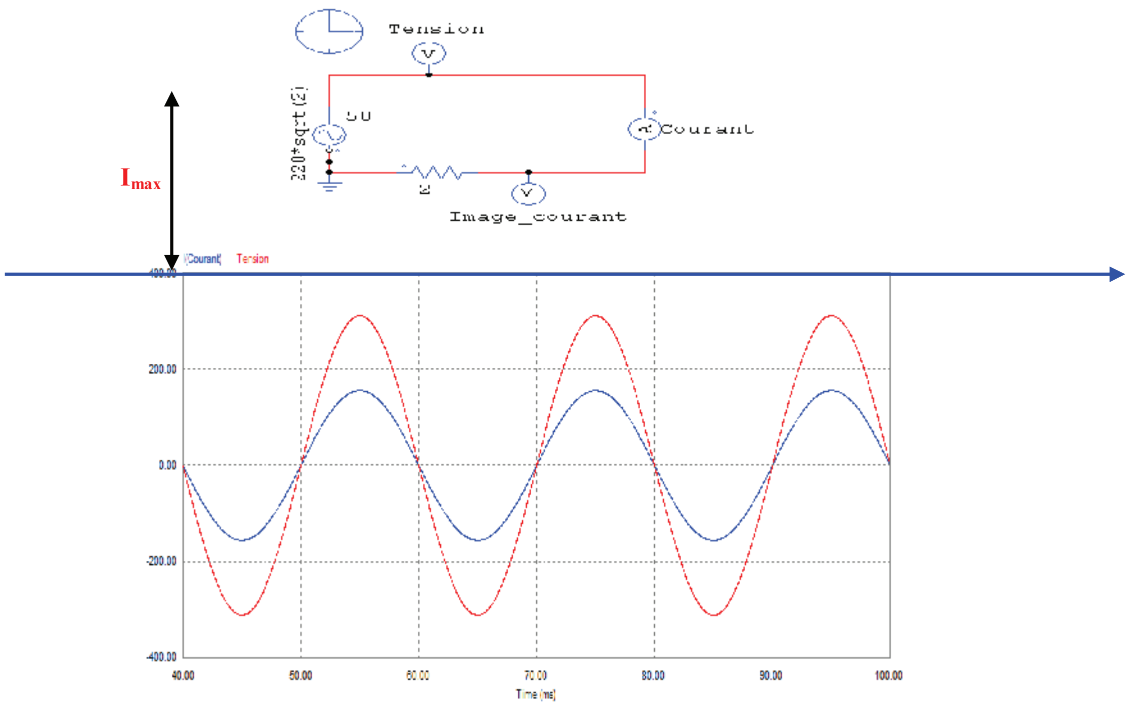


Figure 12: Oscillogrammes de la tension $u(t)$ et du courant $i(t)$

a. Relation entre les valeurs efficaces

$U = R.I$

U	La valeur efficace de la tension $u(t)$ en volts [V]
R	La valeur de la résistance en ohms [Ω]
I	La valeur efficace de l'intensité du courant $i(t)$ en ampères [A]

b. Le déphasage entre u(t) et i(t)

La tension $u(t)$ et le courant $i(t)$ sont en phase, le déphasage est donc nul entre ces deux grandeurs dont les valeurs instantanées s'expriment par les relations: