EMD 1h30

Exercice 1 : (14 *points*)

Soit le circuit de la figure 1.

1- Que peut-on générer avec un onduleur triphasé et à partir de quoi ? (*2 points*)
2- Démontrer la transformation qui permet d'obtenir les tensions (V_{an}, V_{bn}, V_{cn}) en fonction des tensions (V_{ao}, V_{bo}, V_{co}). (*2 points*)
3- En utilisant cette dernière transformation, remplir le tableau (tel que vu dans le cours) des tensions que peut générer l'onduleur triphasé. (*2 points*)
4- Démontrer la transformée de Concordia. (*2 points*)
5- En utilisant la transformée de Concordia, remplir le nouveau tableau des tensions générées par l'onduleur. (2 *points*)
6- Tracer les tensions trouvées dans la question (5), discuter la figure obtenue. (2 *points*)
7- Quelles est la différence entre la transformée de Concordia et celle de Clark ? expliquer. (2 *points*)

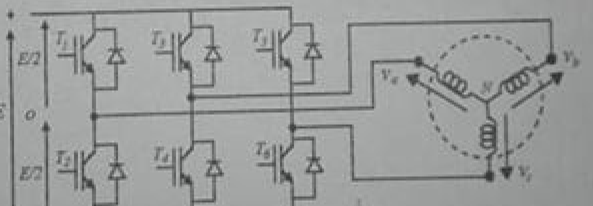


Fig.1

Exercice 2 : 6 points

1- Démontrer la matrice de rotation $R(\theta)$. (*2 points*)
2- Démontrer que : $P(\theta)\,\frac{d[P(\theta)]^{-1}}{dt} = -\omega\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$. (*2 points*)
3- Démontrer que : $\frac{dP(\theta)}{dt} = \omega\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}P(\theta)$. (*2 points*)

Bonne chance
B. Salhi

EXO 1

1°) On peut générer une tension (0,75) triphasé équilibrée modulable en amplitude (0,25) et en (0,5) fréquence. Cette tension est générée à partir (0,25) d'une tension continue fixe. (0,5)

2°) Transformation $[V_{an}, V_{bn}, V_{cn}]^T = f([V_{ao}, V_{bo}, V_{co}]^T)$

On a à partir du schéma :

$$\begin{cases} V_{an} = V_{ao} + V_{on} = V_{ao} - V_{no} \\ V_{bn} = V_{bo} + V_{on} = V_{bo} - V_{no} \\ V_{cn} = V_{co} + V_{on} = V_{co} - V_{no} \end{cases} \quad (0,5)$$

La tension V_{an}, V_{bn} et V_{cn} est une tension triphasé équilibrée, donc on a la relation :

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0 \quad (0,25)$$

d'où :

$$V_{ao} + V_{bo} + V_{co} - 3V_{no} = 0$$

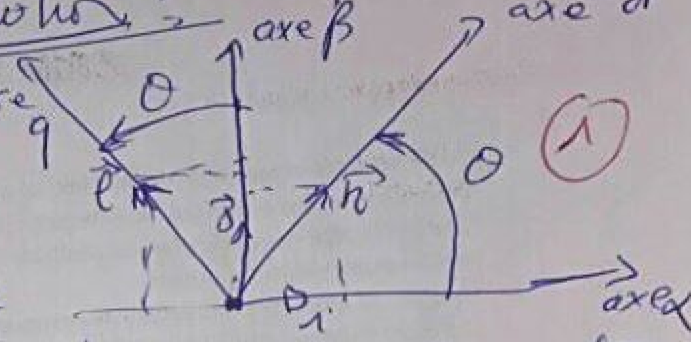
$$\Rightarrow V_{no} = \frac{1}{3}\left[V_{ao} + V_{bo} + V_{co}\right] \quad (0,25)$$

dans l'accolade, on obtient :

$$\begin{cases} V_{an} = V_{ao} - \frac{1}{3}\left[V_{ao} + V_{bo} + V_{co}\right] \\ V_{bn} = V_{bo} - \frac{1}{3}\left[V_{ao} + V_{bo} + V_{co}\right] \\ V_{cn} = V_{co} - \frac{1}{3}\left[V_{ao} + V_{bo} + V_{co}\right] \end{cases}$$

EXO2

1) Matrice de rotation :



1

Les repères α, β et d, q sont équipées chacun d'une base orthonormale. Pour trouver la matrice de rotation on projette les vecteurs de base du repère (d, q) sur ceux du repère (α, β) ; on a donc :

$$\vec{k} = \cos(\theta)\,\vec{i} + \sin(\theta)\,\vec{j}$$

$$\vec{e} = -\sin(\theta)\,\vec{i} + \cos(\theta)\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \vec{h} \\ \vec{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \end{bmatrix}$$

1

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

2) Démontrer que $P(\theta)\dfrac{d}{dt}(P(\theta))^{-1} = -\omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.

La dérivée de $P(\theta)^{-1}$ est t.q :

$$\frac{d}{dt}\left[P(\theta)^{-1}\right] = \frac{d}{dt}\left[P(\theta)^{T}\right] = \frac{d}{dt}\left[C^{T} R(\theta)^{T}\right]$$

8

$$\begin{cases} V_{an} = \frac{1}{3}\left[2V_{ao} - V_{bo} - V_{co}\right] \\ V_{bn} = \frac{1}{3}\left[-V_{ao} + 2V_{bo} - V_{co}\right] \\ V_{cn} = \frac{1}{3}\left[-V_{ao} - V_{bo} + 2V_{co}\right] \end{cases}$$

ecriture matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix}$$ 0,5

la Transformation est:

$$T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$ 0,5

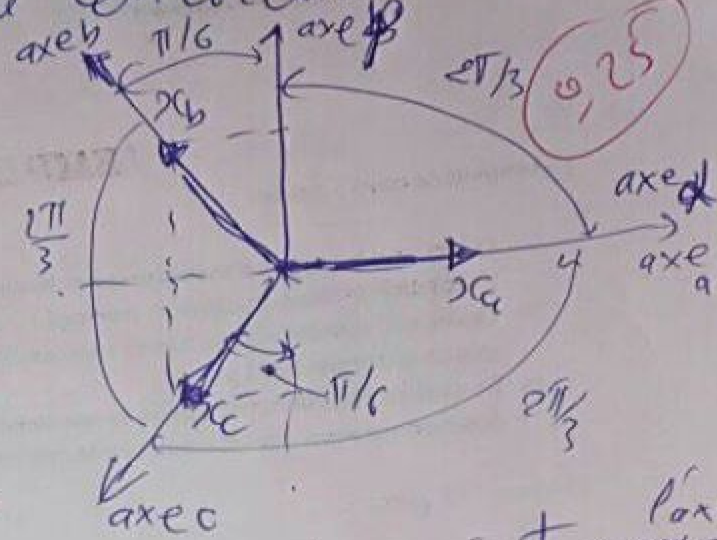
3°) Tableau des tensions générées par l'onduleur: chaque ligne 0,25

State	Transistors fermés	Van	Vbn	Vcn	Space Vector
0	$T_2\ T_4\ T_6$	0	0	0	V_{000}
1	$T_1\ T_4\ T_6$	$\frac{2}{3}E$	$-\frac{1}{3}E$	$-\frac{1}{3}E$	V_{100}
2	$T_1\ T_3\ T_6$	$\frac{1}{3}E$	$\frac{1}{3}E$	$-\frac{2}{3}E$	V_{110}
3	$T_2\ T_3\ T_6$	$-\frac{1}{3}E$	$\frac{2}{3}E$	$-\frac{1}{3}E$	V_{010}
4	$T_2\ T_3\ T_5$	$-\frac{2}{3}E$	$\frac{1}{3}E$	$\frac{1}{3}E$	V_{011}
5	$T_2\ T_4\ T_5$	$-\frac{1}{3}E$	$-\frac{1}{3}E$	$\frac{2}{3}E$	V_{001}
6	$T_1\ T_4\ T_5$	$\frac{1}{3}E$	$-\frac{2}{3}E$	$\frac{1}{3}E$	V_{101}
7	$T_1\ T_3\ T_5$	0	0	0	V_{111}

2

4°) Transformée de Concordia:

~~déf~~ ~~pondérée~~
~~x_α = la somme des projections sur l'axe α~~
~~x_β = la somme des projections~~



déf: x_α = la somme pondérée des projections sur l'axe α
" " " " = β
x_β = " "
k : la constante de pondération. 0,25
x est le signal Triphasé équilibré.
d'après le schéma on a:

$$x_\alpha = k\left[x_a - \sin(\pi/6)\,x_b - \sin(\pi/6)\,x_c\right]$$
$$x_\beta = k\left[0\,x_a + \cos(\pi/6)\,x_b - \cos(\pi/6)\,x_c\right]$$ 0,25
$$\rightarrow 0 = k\left[\gamma x_a + \gamma x_b + \gamma x_c\right]$$

Système Triphasé équilibré.

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ 0 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \gamma & \gamma & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$ 0,25

(3)

a) Trouver k: La Transformé de Concordia doit garder la même puissance dans les deux plan (α,β) et (a,b c)

7°) La différence entre les deux Transformé réside dans le fait que ~~on~~ la Transformée de Concordia ~~est~~ garde la même puissance

1 dans les deux plans (a,b,c et α,β) et est orthogonale ; alors que celle de Clark ~~est~~ garde la même amplitude et n'est pas orthogonale.

1

7

(0,25)

$\cancel{P}$ $P_{\alpha,\beta} = P_{a,b,c}$

$$\text{tq} \begin{cases} P_{a,b,c} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c & \text{3 phases} \\ P_{\alpha,\beta} = v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta & \text{2 phases.} \end{cases}$$

$*$ $P_{a,b,c} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$

$P_{a,b,c} = v_a i_a + v_b i_b + (v_a + v_b)(i_a + i_b)$

$P_{a,b,c} = 2 v_a i_a + 2 v_b i_b + v_a i_b + v_b i_a$

$$\text{tq} \begin{cases} v_a + v_b + v_c = 0 \\ i_a + i_b + i_c = 0 \end{cases}$$

$*$ d'autre part on a: $\begin{cases} x_\alpha = k\left[x_a - \frac{1}{2}(x_b + x_c)\right] \\ x_\beta = k\left[\frac{\sqrt{3}}{2}(x_b - x_c)\right] \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_\alpha = \frac{3}{2} k x_a \\ x_\beta = \frac{\sqrt{3}}{2} k \left[x_a + 2 x_b\right] \end{cases}$$

d'où $P_{\alpha,\beta} = v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 k^2 v_a i_a + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 k^2 \left[v_a + 2 v_b\right]\left[i_a + 2 i_b\right]$

$= \frac{9k^2}{4} v_a i_a + \frac{3}{4} k^2 \begin{Bmatrix} v_a i_a + 2 v_a i_b \\ + 2 v_b i_a + 4 v_b i_b \end{Bmatrix}$

$\Rightarrow P_{\alpha,\beta} = k^2 \frac{3}{4} \left\{ 4 v_a i_a + 4 v_b i_b + 2 v_a i_b + 2 v_b i_a \right\}$

$\Rightarrow P_{\alpha\beta} = k^2 \frac{3}{2} \left[2 v_a i_a + 2 v_b i_b + v_a i_b + v_b i_a \right]$

$\Rightarrow P_{\alpha,\beta} = k^2 \frac{3}{2} P_{a,b,c}$

donc: $k^2 \cdot \frac{3}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{k = \sqrt{\frac{2}{3}}}$ (0,75)

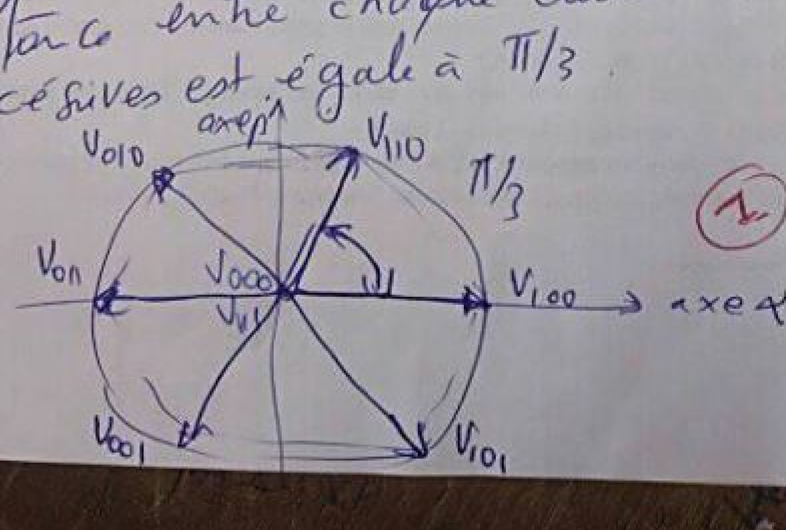
(4)

5°) — — 0,25 chaque ligne

state	Space Vector	axe α	axe β
0	V_{000}	0	0
1	V_{100}	U	0
2	V_{110}	$\frac{1}{2}U$	$\sqrt{3}/2\ U$
3	V_{010}	$-\frac{1}{2}U$	$\sqrt{3}/2\ U$
4	V_{011}	$-U$	0
5	V_{001}	$-\frac{1}{2}U$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}U$
6	V_{101}	$\frac{1}{2}U$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}U$
7	V_{111}	0	0

tq $U=\sqrt{\frac{2}{3}}E$

6°) Dans le Tableau on a 2 Vecteurs nuls (V_{000}) et V_{111} et 6 Vecteurs non nuls. Les 6 vecteurs non nuls ont le même module $U=\sqrt{\frac{2}{3}}E$ et des positions angulaires tq successives tq la distance entre chaque deux Vecteurs succésives est égale à $\pi/3$. (1)



(1) 6

chaque ligne.

Espace Vector 1 ....

...atrice doit être

$$I = CC^{-1} = C \cdot C^{T}$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \gamma & \gamma & \gamma \end{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \gamma \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \gamma \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \gamma \end{bmatrix}$$

$$I = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 3/2 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3\gamma^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2\gamma^2 \end{bmatrix}$$

6a) $$\Rightarrow \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

0,25

donc $$C = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

5

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left[P(\theta)^{-1}\right] = C^T \frac{d}{dt}\left[R(\theta)^T\right]$$

$$= C^T \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$= C^T \begin{bmatrix} -\omega \sin(\theta) & -\omega \cos(\theta) \\ \omega \cos(\theta) & -\omega \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

$$= -\omega \cdot C^T \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}$$ 2

En multipliant par $P(\theta)$ on a.

$$P(\theta)\frac{d}{dt}\left[P(\theta)^{-1}\right] = -\omega\, P(\theta)\, C^T \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

$$= -\omega\, R(\theta) \underbrace{C\, C^T}_{I} \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

$$= -\omega\, R(\theta) \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

$$= -\omega \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

$$P(\theta)\frac{d}{dt}\left[P(\theta)^{-1}\right] = -\omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

3°) on sait que $P(\theta)\, P(\theta)^{-1} = I$ 2

$$\frac{d}{dt}\left[P(\theta)\, P(\theta)^{-1}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left[P(\theta)\right] P(\theta)^{-1} + P(\theta)\frac{d}{dt}\left[P(\theta)^{-1}\right] = 0$$ 9

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left[P(\theta)\right]$$

$$\frac{d}{dt}[P(\theta)]\, P(\theta)^{-1} = -P(\theta)\, \frac{d}{dt}[P(\theta)^{-1}]$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}[P(\theta)] = -P(\theta)\, \frac{d}{dt}[P(\theta)^{-1}]\, P(\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}[P(\theta)] = \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} P(\theta).$$