

### الجزء الأول: (12 نقطة)

#### التمرين الأول: (03 نقاط)

ليكن العددين الحقيقيين A و B حيث:  $A = \sqrt{2}(3 + \sqrt{2}) + \sqrt{50} - 6$  ؛  $B = \frac{4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

(1) بين أن:  $A = 8\sqrt{2} - 4$ .

(2) اكتب النسبة B بمقام ناطق.

(3) بين صحة المساواة:  $2B = \frac{1}{2}A$ .

#### التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة M حيث:  $M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$

(1) انشر ثم بسط العبارة M.

(2) حل العبارة  $(2x - 3)^2 - 4$  ثم استنتج تحليلا للعبارة M.

(3) حل المعادلة:  $(2x + 3)(2x - 1) = 0$ .

#### التمرين الثالث: (03 نقاط)

تمعن في الشكل المقابل حيث وحدة الطول هي cm و القياسات غير حقيقية:

(1) احسب الطولين AC و AF.

(2) برهن أن المستقيمين (BC) و (AE) متوازيين

إذا علمت أن  $\frac{FE}{FB} = \frac{2}{4}$

#### التمرين الرابع: (03 نقاط)

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$  (وحدة الطول هي 1cm) علم النقاط التالية:

A(0;3) ، B(3;3) ، C(2;-1) ، D(-1;-1)

(1) برهن أن الرباعي ABCD هو متوازي أضلاع.

(2) احسب إحداثيتي النقطة E مركز الرباعي ABCD.

(3) علم النقطة M حيث:  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CA}$

### الجزء الثاني: (8 نقاط)

#### المسألة:

في إطار تجديد المرافق العامة لبلدية متوسة، تمت دراسة مشروع انجاز مقر جديد للمكتبة العمومية.

### الجزء الأول:

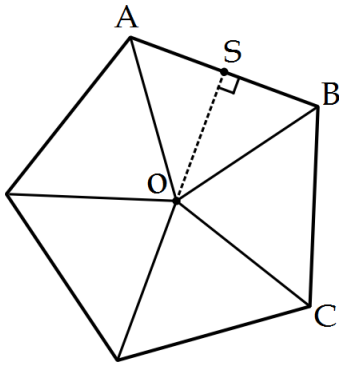
الشكل المقابل (مضلع منتظم) يمثل مخطط الأرضية لهذه المكتبة:

حيث:  $OS=10m$

(1) جد قيس الزاوية التي يشكلها كل جدارين متتاليين.

(2) جد مساحة الأرض اللازمة لبناء هذه المكتبة.

ملاحظة: تُدور النتائج غير المضبوطة إلى  $10^{-1}$



### الجزء الثاني:

بعد اتمام بناء المقر الجديد، تدعمت المكتبة بكتب جديدة منها الأدبية و منها العلمية، حيث ضعف مجموع عدد الكتب الأدبية و عدد الكتب العلمية هو 500، و فرق عدديهما هو 90.  
♦ جد عدد الكتب من كل صنف.

### الجزء الثالث:

يقترح مدير المكتبة صيغتين لإعارة الكتب:

الصيغة الأولى لغير المنخرطين: 15DA لكل كتاب مستعار.

الصيغة الثانية للمنخرطين: دفع اشتراك سنوي قدره 300 DA بالإضافة إلى 5DA لكل كتاب مستعار.

(1) انقل و أتمم الجدول التالي:

عدد الكتب المستعارة خلال السنة	10	...	...
الثمن بالصيغة الأولى (DA)	...	450	...
الثمن بالصيغة الثانية (DA)	...	...	500

(2) نضع  $x$  عدد الكتب المستعارة في السنة، و  $f(x)$  ثمن الاستعارة بالصيغة الأولى، و  $h(x)$  ثمن الاستعارة بالصيغة الثانية.

• عبر بدلالة  $x$  عن كل من  $f(x)$  و  $h(x)$ ، ما نوع كل من الدالتين  $f$  و  $g$  ؟

(3) في معلم متعامد ومتجانس مثل الدالتين  $f$  و  $h$  ( نضع : كل  $1cm$  على محور الفواصل يمثل 10 كتب، و كل  $1cm$  على محور الترتيب يمثل 150DA).

• حدّد من البيان الصيغة الأكثر فائدة للقارئ مع الشرح.

الإجابة النموذجية للاختبار التجريبي لشهادة التعليم المتوسط في مادة الرياضيات 2016\2017

العلامة الكاملة	العلامة الجزئية	عناصر الإجابة
03	0,5 0,25 0,25	<p><b>حل التمرين الأول:</b></p> <p>(1) تبيان أن <math>A = 8\sqrt{2} - 4</math></p> $A = \sqrt{2}(3 + \sqrt{2}) + \sqrt{50} - 6$ $= 3\sqrt{2} + 2 + \sqrt{25 \times 2} - 6$ $= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4$ $= 8\sqrt{2} - 4$
		<p>(2) كتابة النسبة B بمقام ناطق:</p> $B = \frac{4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $= \frac{(4 - \sqrt{2})\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ $= \frac{4\sqrt{2} - 2}{2}$
		<p>(3) تبيان أن <math>2B = \frac{1}{2}A</math></p> $2B = 2 \left( \frac{4\sqrt{2} - 2}{2} \right) = 4\sqrt{2} - 2 \dots\dots\dots (1)$ $\frac{1}{2}A = \frac{1}{2}(8\sqrt{2} - 4) = \frac{8\sqrt{2}}{2} - \frac{4}{2} = 4\sqrt{2} - 2 \dots\dots\dots (2)$ <p>من (1) و (2) نجد المساواة <math>2B = \frac{1}{2}A</math> محققة .</p>
		<p><b>حل التمرين الثاني:</b></p> <p>(1) نشر وتبسيط العبارة M:</p> $M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$ $= 4x^2 + 9 - 12x - 4 + 16x - 8$ $= 4x^2 + 4x - 3$
	0,5 0,5	<p>(2) تحليل العبارة <math>(2x - 3)^2 - 4</math>:</p> $(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3)^2 - 2^2$ $= (2x - 3 - 2)(2x - 3 + 2)$ $= (2x - 5)(2x - 1)$
		<p>استنتاج تحليل للعبارة M:</p> $M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$ $= (2x - 5)(2x - 1) + 8(2x - 1)$ $= (2x - 1)(2x - 5 + 8)$ $= (2x - 1)(2x + 3)$
	0,5	
	0,5	

(3) حل المعادلة  $M=0$ :

معناه :  $2x+3=0$  و منه  $2x=-3$  إذن :  $x=-\frac{3}{2}$

أو :  $2x-1=0$  و منه  $2x=1$  إذن :  $x=\frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما  $-\frac{3}{2}$  و  $\frac{1}{2}$ .

حل التمرين الثالث:

(1) - حساب الطول AC:

لدينا المثلث ABC قائم في B ، حسب نظرية فيثاغورس نجد:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 60^2 + 45^2$$

$$AC^2 = 5625$$

$$AC = \sqrt{5625}$$

$$AC = 75$$

الطول AC يساوي 75 cm

- حساب الطول AF:

لدينا في المثلث ABC :  $(BC) \parallel (GF)$  لأنهما عموديان على نفس المستقيم (AB) حسب نظرية طالس نجد :

$$AF = \frac{75 \times 15}{45} \quad \text{و منه} \quad \frac{AF}{75} = \frac{15}{45} \quad \text{بالتعويض} \quad \frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB} = \frac{FG}{BC}$$

$$AF = 25 \text{ cm} \quad \text{إذن :}$$

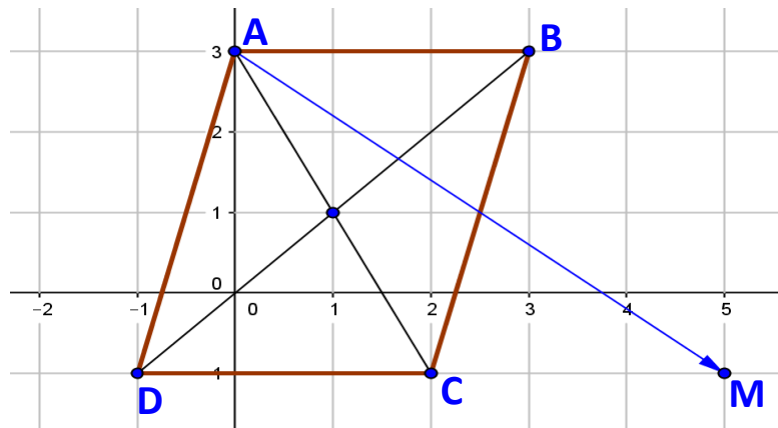
(2) اثبات أن  $(BC) \parallel (AE)$ :

$$\frac{FA}{FC} = \frac{25}{75-25} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{FE}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{لدينا:}$$

بما أن  $\frac{FE}{FB} = \frac{FA}{FC}$  و النقط A ، F ، C بنفس ترتيب النقط E ، F ، B فإن النظرية العكسية لنظرية طالس.  $(BC) \parallel (AE)$  حسب

حل التمرين الرابع:

(1) تعليم النقط  $A(0;3)$  ،  $B(3;3)$  ،  $C(2;-1)$  ،  $D(-1;-1)$ .



03	01	<p><b>(2) برهان أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع:</b> لكي يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع يجب أن يكون فيه شعاعين متساويين، نختار <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}</math> و نتحقق من المساواة بالحسابات:</p> $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3-0 \\ 3-3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 2-(-1) \\ -1-(-1) \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>إذن الرباعي ABCD متوازي أضلاع</p> <p><b>(3) حساب إحداثيتي E مركز تناظر الرباعي:</b> معناه E منتصف احد القطرين وليكن [AC]:</p>
		<p>0,5</p> $E \left( \frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$ $E \left( \frac{0+2}{2}; \frac{3+(-1)}{2} \right)$ $E(1;1)$
		<p><b>(4) تعليم النقطة M بحيث <math>\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CA}</math>:</b>  <math>\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CA}</math>  <math>\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}</math>          باستخدام العلاقة : <math>\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}</math> (قاعدة متوازي الأضلاع)          ننشئ النقطة M على المعلم و نجد بقراءة بيانية نجد <math>M(5; -1)</math></p> <p><b>حل المسألة:</b></p>
	02	<p><b>الجزء الأول:</b></p> <p><b>(1) إيجاد قيس الزاوية التي يشكلها جدارين متتاليين أي <math>\widehat{ABC}</math> :</b>          أولاً نجد قيس الزاوية المركزية <math>\widehat{AOB}</math></p> $\widehat{ABO} = \frac{180-72}{2} = 54 \quad \text{ومنه} \quad \widehat{AOB} = \frac{360}{5} = 72$ $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} \times 2 = 54 \times 2 = 108^\circ \quad \text{ومنه}$ <p>إذن قيس الزاوية التي يشكلها كل جدارين متتاليين هي <math>108^\circ</math></p> <p><b>(2) إيجاد مساحة القطعة الأرضية:</b>          معناه إيجاد <math>S_t</math> مساحة الخماسي:</p> $S_t = S_{ABC} \times 5$ $S_{ABC} = \frac{AB \times OS}{2}$ $AB = 2SB$ $\tan ABO = \frac{OS}{SB} \quad \text{حيث :}$ $SB = \frac{OS}{\tan 54} = \frac{10}{\tan 54} \approx 7,3$

ومنه :  $AB = 2 \times 7,3 \approx 14,6 \text{ cm}$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times SO}{2} = \frac{14,6 \times 10}{2} = 73 \text{ m}^2 \quad \text{نجد :}$$

$$S_t = S_{ABC} \times 5 = 73 \times 5 = 365 \text{ m}^2 \quad \text{إذن}$$

مساحة القطعة الأرضية هي  $365 \text{ m}^2$

**الجزء الثاني:**

نفرض عدد الكتب الأدبية هو  $x$

و عدد الكتب العلمية هو  $y$

فيكون :

$$\begin{cases} 2(x + y) = 500 \\ x - y = 90 \end{cases}$$

ومنه

$$\begin{cases} x + y = 250 \quad \dots (1) \\ x - y = 90 \quad \dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) طرفا لطرف نجد:

$$2x = 340 \quad \text{و منه } x = 170$$

بتعويض قيمة  $x$  في المعادلة (2) نجد

$$y = 90 - 170 = -80 \quad \text{و منه } y = 80$$

إذن: عدد الكتب الأدبية هو: 170 كتاب

و عدد الكتب العلمية هو : 80 كتاب

**الجزء الثالث:**

**(1) إتمام الجدول:**

عدد الكتب المعارة خلال السنة	10	30	40
التمن بـ DA	150	450	600
التمن بـ DA	350	450	500

**(2) التعبير بدلالة  $x$  عن كل من  $f(x)$  و  $h(x)$ :**

$$f(x) = 15x \quad \text{دالة خطية}$$

$$g(x) = 5x + 300 \quad \text{دالة تألفية}$$

**(3) تمثيل الدالتين  $f$  و  $g$  بيانيا:**

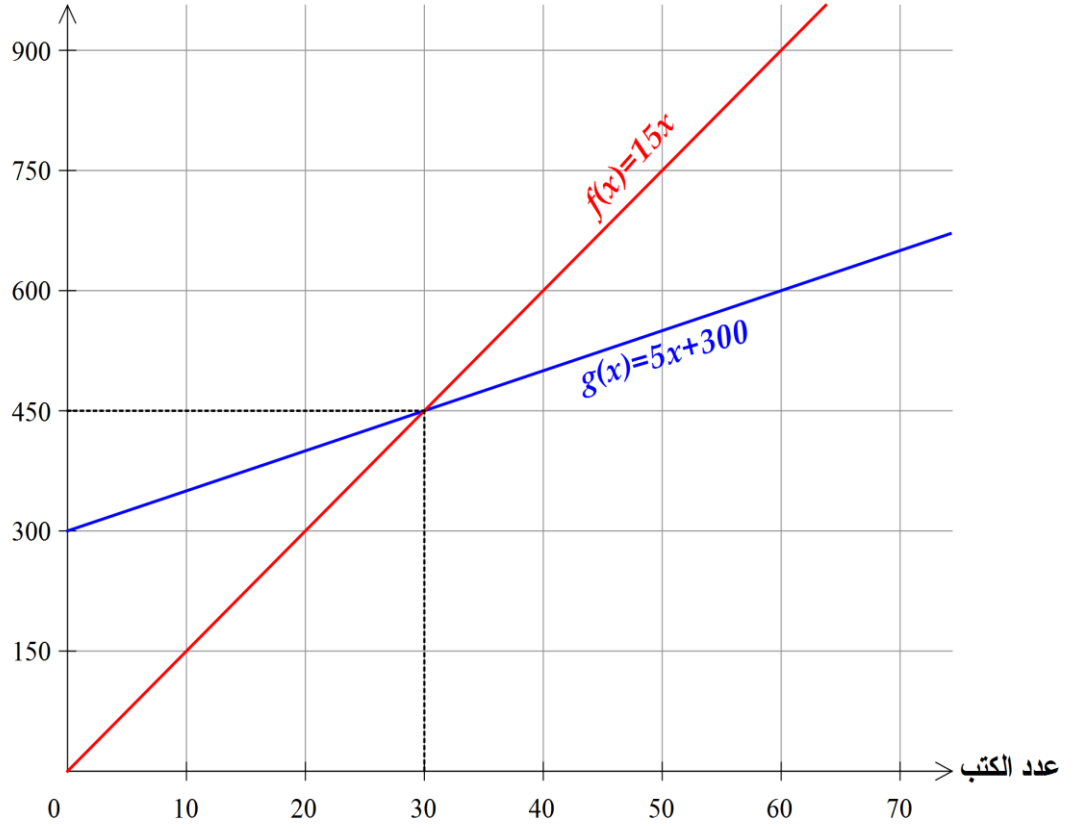
$x$	0	30
$g(x)$	300	450

$x$	0	30
$f(x)$	0	450

بالنسبة للدالة  $f$  نعلم النقطتين :  $(0; 0)$  ،  $(30; 450)$

و بالنسبة للدالة  $g$  نعلم النقطتين :  $(0; 300)$  ،  $(30; 450)$

ثمن الإعارة (DA)



• تحديد الصيغة الأكثر فائدة للقارئ بيانياً:

لما يكون عدد الكتب المعارة:

**$0 < x < 30$**  : على القارئ اختيار الصيغة الأولى لأن تمثيلها البياني يقع أسفل التمثيل البياني للصيغة الثانية و بالتالي يكون أقل تكلفة.

**$x > 30$**  : على القارئ اختيار الصيغة الثانية لأن تمثيلها البياني يقع أسفل التمثيل البياني للصيغة الأولى و بالتالي يكون أقل تكلفة .

و لهذا يمكن القول أن التكلفة الجيدة مرتبطة بعدد الكتب المراد استعارتها

## شبكة تصحيح المسألة

السؤال	المعيار	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة الجزئية	العلامة النهائية
الجزء الأول	1م	<ul style="list-style-type: none"> <li>توظيف عملية القسمة لحساب الزاوية المركزية.</li> <li>توظيف عملية الجمع لحساب الزاوية <math>\widehat{ABC}</math>.</li> <li>توظيف نسبة مثلثية لحساب <math>AB</math>.</li> <li>توظيف قانون حساب مساحة مثلث.</li> <li>توظيف عملية الضرب لحساب مساحة الأرضية.</li> </ul>	0.25 إن وُفق في مؤشر واحد. 0.5 إن وُفق في مؤشرين. 01 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.	1	02
	2م	<ul style="list-style-type: none"> <li>قيس الزاوية المركزية صحيح.</li> <li>قيس الزاوية <math>\widehat{AB}</math> صحيح وفق القيم المحسوبة.</li> <li>الطول <math>AB</math> صحيح وفق القيم المحسوبة.</li> <li>مساحة المثلث <math>AOB</math> صحيحة وفق القيم المحسوبة.</li> <li>مساحة الخماسي صحيحة وفق القيم المحسوبة.</li> </ul>	0.25 إن وُفق في مؤشر واحد. 0.5 إن وُفق في مؤشرين. 01 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.	1	
الجزء الثاني	1م	<ul style="list-style-type: none"> <li>ترميز عددي الصنفين بحرفين.</li> <li>وضع جملة معادلتين</li> <li>توظيف إحدى طريقتي حل جملة.</li> </ul>	0.5 إن وُفق في مؤشر واحد 01 إن وُفق في مؤشرين على الأقل	01	02
	2م	<ul style="list-style-type: none"> <li>الجملة المعبرة عن المجهولين صحيحة.</li> <li>حل الجملة صحيح وفق القيم المختارة.</li> </ul>	0.5 إن وُفق في مؤشر واحد 01 إن وُفق في مؤشرين	01	
الجزء الثالث	1م	<ul style="list-style-type: none"> <li>توظيف العمليات الأربع في اتمام الجدول.</li> <li>التعبير عن الصيغتين بعبارتين حرفيتين</li> <li>انشاء مستقيمين ممثلين للدالتين</li> <li>تحديد مجالين يبينان افضلية كل صيغة.</li> </ul>	0.5 إن وُفق في مؤشر واحد. 01 إن وُفق في مؤشرين. 1,5 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.	01,5	03
	2م	<ul style="list-style-type: none"> <li>قيم الجدول صحيحة.</li> <li>عبارتي الدالتين الخطية و التآلفية صحيحتين.</li> <li>التمثيل البياني للدالتين صحيح.</li> <li>تحديد الصيغة المناسبة صحيح وفق مجالين.</li> </ul>	0.5 إن وُفق في مؤشر واحد. 01 إن وُفق في مؤشرين. 1,5 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.	01,5	
كل المسألة	3م	<ul style="list-style-type: none"> <li>تسلسل خطوات الحل منطقي</li> <li>وحدة القياس محترمة</li> <li>التصريح بالإجابة</li> </ul>	0,25 إن وُفق في مؤشر واحد 0,5 إن وُفق في مؤشرين على الأقل	0,5	01
	4م	<ul style="list-style-type: none"> <li>الكتابة مقروءة</li> <li>لا يوجد تشطيبات</li> <li>تأطير النتائج</li> </ul>	0,25 إن وُفق في مؤشر واحد 0,5 إن وُفق في مؤشرين على الأقل	0,5	

### المعايير:

1م : التفسير السليم للوضعية

2م : الإستعمال السليم للأدوات

3م : الانسجام

4م : الإتقان