

التناسبية و تنظيم معطيات

التعرف على وضعية تناسبية

تمرين 1

باعت مكتبة كتاب الرياضيات بسعر 200 DA للنسخة الواحدة.
يريد صاحب المكتبة ملء الجدول التالي:

عدد الكتب						
السعر	2600	2400	2000			400
				8	7	5
				2		

1- ساعد صاحب المكتبة على ملء الجدول.

2- أكمل ثم أحسب: $\frac{2}{400}, \frac{5}{\dots}, \frac{7}{\dots}, \frac{\dots}{2000}, \frac{\dots}{2600}$ ماذا تلاحظ؟ (يعاد نفس العمل مع مقلوب كل كسر)

الحل

نقول أنّ الجدول يمثل وضعية تناسبية

$\frac{2}{400} = 0.05$ نسمي العدد 0.05 معامل التناسبية أي عدد الكتب متناسب مع سعرها.

$\frac{400}{2} = 200$ نسمي العدد 200 معامل التناسبية أي سعر الكتب متناسب مع عدد الكتب.

تعريف

يكون مقداران متناسبين عندما يمكن حساب أحدهما بضرب الآخر في نفس العدد هذا العدد يسمى معامل التناسبية
عندما يكون مقداران متناسبين، نقول إنّ أحدهما يعطى بدلالة الآخر.



مثال:

الحجم v	40	20	3
السعر p	920	460	69

نلاحظ أنّ $\frac{69}{3} = \frac{460}{20} = \frac{920}{40} = 23$ فالجدول يمثل وضعية تناسبية و العدد 23 هو معامل التناسبية

نقول أنّ السعر p للبتزين متناسب مع حجمه v ونكتب: $p = 23.v$ (يمكن كتابة v بدلالة p)

تمرين 2

- يسير درّاج بسرعة ثابتة على خط مستقيم فيقطع 63 متر خلال 9 ثواني
 - أحسب المسافة التي يقطعها في 1 ثانية .
 - استنتج المسافة التي يقطعها في 4 ثواني
- الجدول الآتي يترجم معطيات الوضعية السابقة .

المدة (s)	4	9
المسافة (m)	28	63

- هل الجدول يمثل وضعية تناسبية ؟
 - أحسب الجداء بين 9×28 و 4×63
- الجدول الآتي يمثل وضعية تناسبية

4	9
---	---

■ اكتب المساواة تترجم هذه الوضعية التناسبية .

■ استنتج أن : $x = \frac{63 \times 4}{9}$ ثم احسب x.

- يمكن استعمال الطريقة الثلاثية لحساب المسافة التي يقطعها في 1 ثانية و بالمثل في 4 ثواني .
- يمكن تقسيم العدد 63 على 9 لإيجاد المسافة المقطوعة خلال 01 ثانية ثم ضرب الناتج في 04
- يحاول التلميذ في كل مرة معرفة الرابع المتناسب بإتمام جدول تناسبية

تمرين 3

■ من بين الجداول الآتية , ما هي التي تمثل وضعية تناسبية ؟

5	6	7	8	9
10	12	14	16	18

5	8	6	9	10
10	16	11	18	21

5	6	7	8	9
1.5	1.8	2.1	2.4	2.7

■ الجدول الاتي يمثل وضعية تناسبية . أنقله ثم أكمله .

6	10		16	المدة (s)
2100		4550		المسافة (m)

الرابع المتناسب

■ إيجاد الرابع المتناسب يؤول إلى إتمام جدول تناسبية له أربعة أعداد , ثلاثة معلومة و الرابع مجهول .



مثال

لنبحث عن x بحيث يمثل الجدول المجاور وضعة تناسبية

3	7
1,2	x

الجدول السابق يمثل وضعية تناسبية $3 \times x = 1,2 \times 7$ إذن $x = \frac{1,2 \times 7}{3}$

النسبة مئوية

(1) - يسجل أحمد 7 أهداف في 10 محاولات بينما يسجل حميد 9 أهداف كل 15 محاولة.

- عبّر بكسر عن الوضعيتين (وضعية احمد ثم حميد)
- أيّ المتسابقين أوفر في التسديد ؟

(2) - في متوسطة يمارس الرياضة 480 تلميذا من بين 600 تلميذ .

■ ماذا يمثل الكسر $\frac{480}{600}$

■ ما هو عدد التلميذ الذين يمارسون الرياضة من بين كل 100 تلميذ

ملاحظة : يمكن التعبير عن هذه النسبة بنسبة مئوية من الشكل $\frac{x}{100}$ بحيث يمثل الجدول

480	x
600	100

وضعية تناسبية

■ النسبة المئوية لعدد التلاميذ الممارسين للرياضة في هذه المتوسطة هي : %.....

(3) - سعر قميص 750 دج صار سعره 1200 دج ما هي الزيادة في السعر ؟ - أحسب النسبة المئوية للزيادة ؟.

- 1- يمكن أن يقارن التلميذ ما يسجله كل من أحمد وحميد في كلّ 100 رمية أو 30 رمية يمكن أن يحسب نسبة الأهداف لكل من أحمد وحميد بتقسيم $10/7$ و $15/9$.
- 2- يحول في كل مرة ربط النسبة المئوية بملء جدول تناسبية.
- 3- يقارن الزيادة في سعر القميص 1200 دج بالزيادة في 100 دج .

النسبة المئوية



النسبة المئوية تمثل معامل تناسبية مكتوب على شكل كسر عشري
حساب نسبة مئوية يؤول إلى حساب الرابع المتناسب

مثال :

من بين 36 تلميذ تحصل 25 منهم على المعدل في مادة الرياضيات .
 p هي النسبة المئوية للتلاميذ الذين تحصلوا على المعدل في الرياضيات . وعليه

25	p
36	100

حسب الجدول فإنّ $25 \times 100 = 36 \times p$ وعليه $p = \frac{25 \times 100}{36}$ نجد: $p = 69,44$ ونكتب : $69,44\%$

المقياس

(1) - ميدان كرة القدم طوله 105 مترا و عرضه 75 مترا .
الجدول الآتي يتضمن البعدين الحقيقيين لهذا الملعب , و بعديه بمقياس رسم.

العرض	الطول	
10	14	البعدان على الرسم (cm)
7500	10500	البعدان في الحقيقة (cm)

تحقق أنّ هذا الجدول هو جدول تناسبية .

أنقل و عوض المجهول x بالعدد المناسب في : $\frac{10}{7500} = \frac{1}{x}$

يقال أنّ مخطط الملعب رسم بمقياس $\frac{1}{750}$

(2) -تبعد نقطة رميات الجزاء بـ 11m عن المرمى ، احسب هذه المسافة على المخطط بتقريب 1mm

(3) - يمثل موقع لاعب على المخطط بنقطة تبعد عن مركز الميدان بـ 5Cm - اوجد البعد الحقيقي لهذا اللاعب عن مركز الميدان

- يمكن أن يتحقق التلميذ من جدول التناسبية بطريقتين :

تقسيم البعد على الرسم على البعد على الحقيقة .

تقسيم البعد على الحقيقة على البعد على الرسم .

2- يركّز عل الوحدتين لإيجاد سلّم التصغير .

يركّز عل الوحدتين لإيجاد سلّم التكبير .



حساب مقياس هو إيجاد معامل التناسبية بين المسافات الحقيقية والمسافة على خارطة أو تصميم ، مقدران بنفس الوحدة

$$\text{أي: المقياس} = \frac{\text{المسافة على الخارطة}}{\text{المسافة الحقيقية}}$$

مثال:

ما هو مقياس خارطة إذا كانت 3Cm تمثل 12Km في الحقيقة ؟.

لدينا : 12Km = 1200000Cm

$$\frac{3}{1200000} = \frac{3}{3 \times 400000} = \frac{1}{400000}$$

- ملاحظات : - المقياس ليس له وحدة
- عندما يكون المقياس أكبر من 1 يكون التصميم تكبيراً.
- عندما يكون المقياس أصغر من 1 يكون التصميم تصغيراً.

تنظيم معطيات إحصائية

- 1- الجدول التالي يتضمن اللغات و أعداد البشر (سنة 1986) الذين يتحدثون بهذه كلغة أم
 - أ- ما هي اللغة الأم الأكثر استعمالاً في العالم ؟
 - ب- في أي مرتبة تأتي العربية . ماهي مرتبة الفرنسية ؟
 - ج- هل عدد الذين لغتهم الأم هي العربية أو الفرنسية هو بقدر الذين لغتهم هي الانجليزية ؟

اللغات	البشر بالملايين
الصينية	1100
الانجليزية	460
الهندية	390
الاسبانية	360
الروسية	280
العربية	220
البنغالية	200
اليابانية	130
الفرنسية	125
الألمانية	120

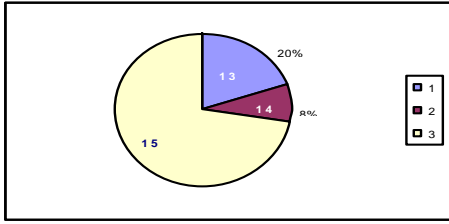
قد يقارن التلميذ عدد السكان باللغة المستعملة .
قد يقارن التلميذ اللغات الثلاثة المستعملة العربية الفرنسية الانجليزية.

2-المخطط التالي يمثل توزيع تلاميذ قسم من السنة الثانية متوسط مكون من 40 تلميذاً

- أحسب أعمارهم
- أحسب أعداد التلاميذ الذين أعمارهم 13 سنة – 14 سنة – 15 سنة
- ب- أعمار تلاميذ هذا القسم تدل على تدرس منتظم . لماذا ؟
- ج- ماذا تدل النسبة المئوية % 20 ؟

د- ماذا تمثل النسبة المئوية % 7.5 ؟

ه- ما هي النسبة المئوية لعدد التلاميذ الذين أعمارهم 14 سنة ؟



قراءة وفهم معطيات إحصائية

الجدول التالي يتضمن نتائج انتقال تلاميذ أربعة أقسام من السنة الأولى إلى السنة على السنة الثانية متوسط

القسم - أ -	القسم - ب -	القسم - ج -	القسم - د -
25	29	35	32
7	3	0	5

لقراءة الجدول نستعمل تقاطع سطر وعمود، كما هو مبين في المثال

■ 25 تلميذ من القسم - أ - انتقلوا.

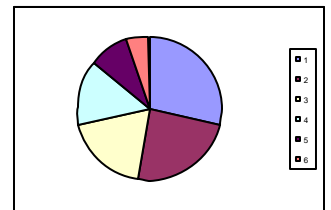
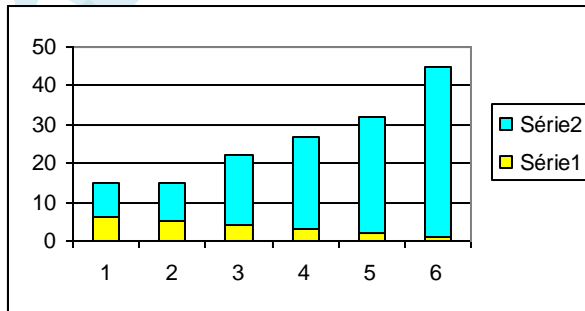
في القسم - ج - لا يوجد أي تلميذ يعيد السنة

تمثيل معطيات إحصائية

يمثل الجدول التالي مساحات القارات الستة

القارة	أسيا	إفريقيا	أمريكا الشمالية	أمريكا الجنوبية	أوروبا	أستراليا
المساحة بالمليون Km^2	44	30	24	18	10	9

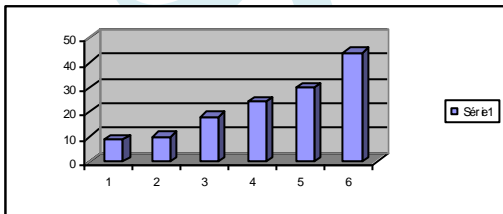
- نريد تمثيل معطيات هذا الجدول بمخطط أعمدة حيث كل 1 سنتمتر يمثل 4 مليون متر مربع
- ما هي ارتفاعات الأعمدة التي تمثل مساحة كل قارة ؟
- تحقق أن ارتفاعات الأعمدة متناسبة مع مساحات القارات.



■ نريد تمثيل معطيات هذا الجدول بمخطط دائري

■ ما هي الزوايا التي تمثل مساحة كل قارة ؟

تحقق أن قياس الزوايا متناسب مع مساحات القارات



لتمثيل معطيات إحصائية يمكن اختيار مخططات مختلفة

مخطط أعمدة

مخطط دائري أو نصف دائري



ب- مخطط أعمدة

فئات العلامات	من 0 إلى 5	من 6 إلى 10	من 11 إلى 15	من 16 إلى 20
عدد التلاميذ	5			

ارتفاعات الأعمدة أو
المستطيلات متناسبة
مع الأعداد الممثلة.

ت- مخطط دائري أو نصف دائري

في مخطط دائري أو نصف دائري تكون أقياس الزوايا متناسبة مع المقادير الممثلة لها

تنظيم معطيات إحصائية في فئات

إليك قائمة علامات تلاميذ قسم بعد استجواب في مادة الرياضيات

هذه القائمة لا تسمح بتقييم نتائج هذا القسم بصفة جيّدة ومن أجل تسهيل استغلالها بدأنا بتنظيمها في فئات ذات خمس علامات حسب الجدول :

15	7	6
13	11	4
10	8	11
5	7	18
14	7	2
13	12	6
5	11	4
15	8	12
13	7	7
10	14	8
11	11	9
7	6	6

- انقل ثم أتمم هذا الجدول.
- ما هو عدد التلاميذ الذين علامتهم محصورة بين 11 و 15 ؟
- إلى أي فئة ينتمي التلميذ المتحصل على العلامة 8 ؟
- كم تلميذا لم تتجاوز علاماتهم 10 في هذا الاستجواب ؟
- كم تلميذا تجاوزت علامتهم 15 ؟
- أيهما أفضل في الإجابة عن الأسئلة القائمة أم الجدول ؟
- عدد الفئات المختارة في النشاط هي أربع.
- يمكن اختيار وضع آخر لعدد الفئات. مثل : من 0 إلى 10 و من 10 إلى 15 ومن 15 إلى 20
- يمكن أن يقسم التلميذ النقاط إلى فئات متساوية ليستغل ذلك في تمثيل هذه المعطيات

عندما تكون المعطيات الإحصائية عديدة نقوم بتنظيمها في فئات من أجل تسهيل قراءتها



مثال: الجدول التالي يتضمن قامات 25 تلميذا بالمتر.

القامات (m)	1.42	1.44	1.45	1.64	1.47	1.48	1.49	1.5	1.52	1.53	1.55	1.58
التكرارات	1	3	2	1	4	1	2	3	4	2	1	1

الجدول -2- يبرز جميع القامات في فئات.

القامات (m)	-1.40 1.44	-1.45 1.49	154-1.50	-1.55 1.59
التكرارات	4	10	9	2

في العمود الثالث نقرأ 10 تلاميذ قامتهم من 1.45 إلى 1.49 (يسمى هذا العدد فئة).

حساب التكرارات والنسبة المئوية للتكرارات

إليك قائمة علامات تلاميذ قسم في استجواب لمادة الرياضيات

7	8	9	8	9	8	9	10	11
10	12	15	13	14	11	10	14	9
	11	14	10	10	14	11	10	14

- ما هو عدد تلاميذ القسم؟
- ما هو عدد التلاميذ المحصلين على العلامة 10 ؟
- عدد مرات ظهور العلامة 10 يسمى تكرار العلامة 10 من القائمة
- ما هو تكرار العلامة 11 من القائمة ؟
- أكتب تكرار العلامة 11 على شكل نسبة ثم استنتج النسبة المئوية لهذا التكرار
- أنقل ثم اتمم الجدول الموجود في الصفحة (37)
- استنتج كيفية حساب التكرار النسبي ثم عبر عنه بنسبة مئوية

- يبحث التلميذ عن تكرار العلامة
- ثم يقارن هذه العلامة من مجموع العلامات
- يركز أن مجموع العلامات يساوي مجموع التكرارات
- يقارن النسبة السابقة إلى المئة (النسبة المئوية)

تكرار المعلومة هو عدد مرات ظهور هذه المعلومة

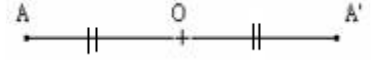


التكرار النسبي لمعلومة إحصائية هو حاصل قسمة تكرار هذه المعلومة على العدد الإجمالي للمعلومات الإحصائية.
يعطى تكرار معلومة أحيانا بنسبة مئوية .

التكرار النسبي = العدد الإجمالي / تكرار المعلومة

التناظر المركزي 2

1 - نظيرة نقطة بالنسبة لنقطة:



مثال: A و O نقطتان مختلفتان من المستوى.

لننشئ A' بحيث تكون O منتصف القطعة $[AA']$.

نسمي A' نظيرة A بالنسبة للنقطة O . ونقول كذلك A' : هي نظيرة A بالنسبة للتناظر المركزي الذي مركزه O . نلاحظ أن A هي كذلك مماثلة A' بالنسبة للنقطة O . ونقول إذن A و A' متماثلتان بالنسبة للنقطة O .

تعريف:

تكون A و A' نقطتين متناظرتين بالنسبة لنقطة O إذا كانت O منتصف القطعة $[AA']$

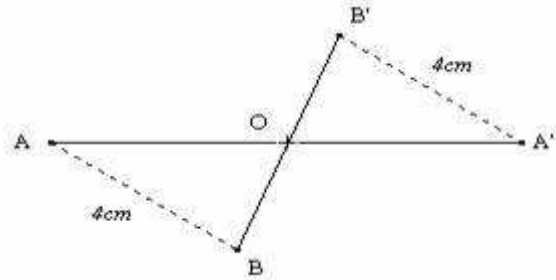
*ملاحظة هامة:

نظيرة النقطة O بالنسبة للنقطة O هي O نفسها.

2 - الحفاظ على المسافة:

مثال:

A و B نقطتان مختلفتان بحيث $AB = 4 \text{ cm}$ و O نقطة خارج المستقيم. (AB) لننشئ A' و B' نظيرتي A و B على التوالي بالنسبة للنقطة O .



لنحسب $A'B'$ باستعمال المسطرة.

نلاحظ أن: $A'B' = 4 \text{ cm}$ إذن $AB = A'B'$.

خاصية:

التناظر المركزي يحافظ على المسافة بين نقطتين.

3 - نظائر بعض الأشكال:

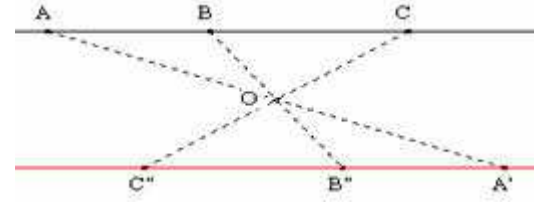
نظائر نقط مستقيمية:

مثال:

A و B و C نقط مستقيمية و O نقطة خارج المستقيم. (AC) لننشئ النقط A' و B' و C' نظائر النقط A و B و C بالنسبة للنقطة O نلاحظ أن A' و B' و C' هي كذلك نقط مستقيمية.

خاصية:

التناظر المركزي يحافظ على استقامة النقط.

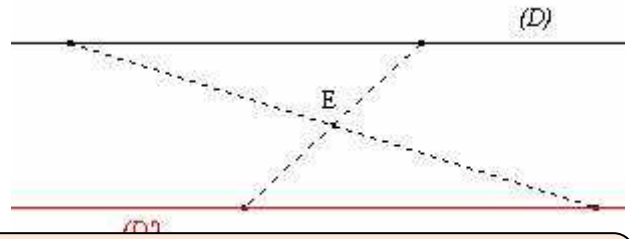


نظير مستقيم:



مثال:

(D) مستقيم و E نقطة لا تنتمي إليه.
لننشئ (D') نظير المستقيم (D) بالنسبة للنقطة E.
من أجل هذا سنأخذ نقطتين مختلفتين تنتميان إلى المستقيم (D)
ثم ننشئ نظيرتيهما بالنسبة للنقطة E.
نلاحظ أن المستقيم (D') يوازي المستقيم (D).



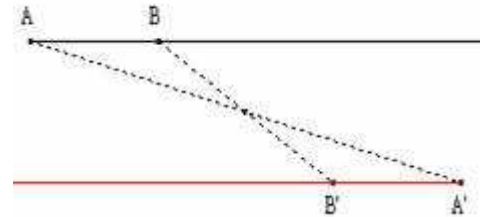
خاصية:

نظير مستقيم بالنسبة لنقطة هو مستقيم يوازيه.

نظير نصف مستقيم:

مثال:

(AB) نصف مستقيم و I نقطة لا تنتمي إلى المستقيم (AB).
لننشئ نصف المستقيم (A'B') نظير (AB) بالنسبة للنقطة I.
من أجل هذا سننشئ A' و B' نظيرتي A و B على التوالي
بالنسبة للنقطة I.



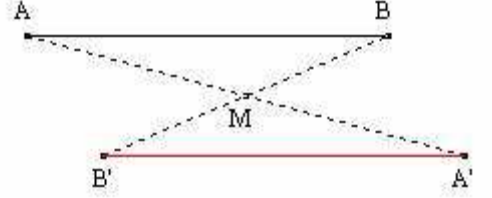
خاصية:

نظير نصف مستقيم (AB) بالنسبة لنقطة O هو نصف المستقيم (A'B')
بحيث A' و B' نظيرتي A و B على التوالي بالنسبة للنقطة O.

نظيرة قطعة:

مثال:

(AB) قطعة و M نقطة خارج المستقيم (AB).
لننشئ القطعة (A'B') نظيرة القطعة (AB) بالنسبة للنقطة M.
من أجل هذا سننشئ A' و B' نظيرتي A و B على التوالي بالنسبة للنقطة M.



سيكون لدينا : $AB = A'B'$ (الحفاظ على المسافة) و منه نستنتج أن القطعتين $[AB]$ و $[A'B']$ متقايستان.

خاصية:

نظيرة قطعة بالنسبة لنقطة هي قطعة تقايسها.

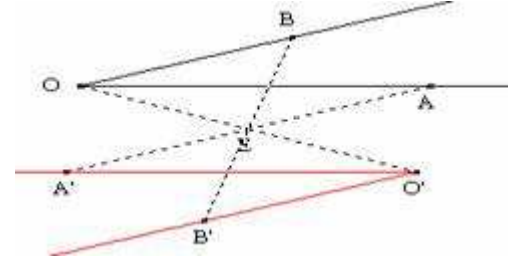
نظيرة زاوية :

مثال:

\hat{AOB} زاوية و E نقطة في المستوى.

لننشئ الزاوية $A'O'B'$ نظيرة الزاوية \hat{AOB} بالنسبة للنقطة E. من أجل هذا سننشئ A' و O' و B' نظائر A و O و B على التوالي بالنسبة للنقطة E.

نلاحظ أن : $\hat{AOB} = \hat{A'O'B'}$



خاصية:

نظيرة زاوية بالنسبة لنقطة هي زاوية تقايسها.

نظيرة دائرة:

مثال:

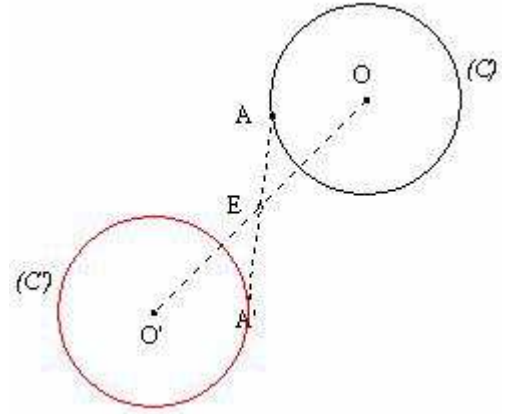
(C) دائرة مركزها O و نصف قطرها r و E نقطة في المستوى.

لننشئ الدائرة (C') نظيرة (C) بالنسبة للنقطة E.

من أجل هذا سنأخذ نقطة A تنتمي إلى الدائرة (C)

ثم ننشئ O' و A' نظيرتي A و O بالنسبة للنقطة E و الدائرة التي مركزها

O' و تمر من A' هي نظيرة (C) بالنسبة للنقطة E.



لنبين أن الدائرتين لهما نفس نصف القطر r .

لدينا :

O' نظيرة O بالنسبة للنقطة E .

A' نظيرة A بالنسبة للنقطة E .

إذن:

($OA = O'A'$ الحفاظ على المسافة.)

و بما أن :

$OA = r$ فإن $O'A' = r$

و منه نستنتج أن للدائرتين (C) و (C') نصف القطر r .

خاصية:

نظيرة دائرة مركزها O و نصف قطرها r بالنسبة لنقطة E هي دائرة مركزها

O' نظيرة O بالنسبة للنقطة E و نصف قطرها r .

تقنيات:

لرسم نظيرة دائرة بالنسبة لنقطة نرسم نظرة المركز بالنسبة لهذه النقطة ثم نحتفظ بنفس نصف القطر.

مركز تناظر شكل:

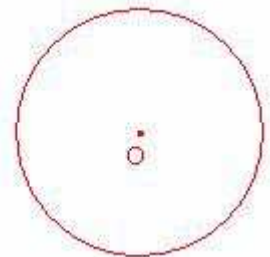
خاصية:

نسمي نقطة O مركز تناظر شكل \mathcal{F} إذا كان نظير هذا الشكل

بالنسبة للنقطة O هو الشكل \mathcal{F} نفسه.

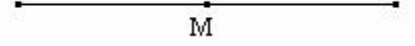
مثال:

مركز تناظر دائرة



مركز تناظر دائرة هو مركزها

مركز تناظر قطعة:

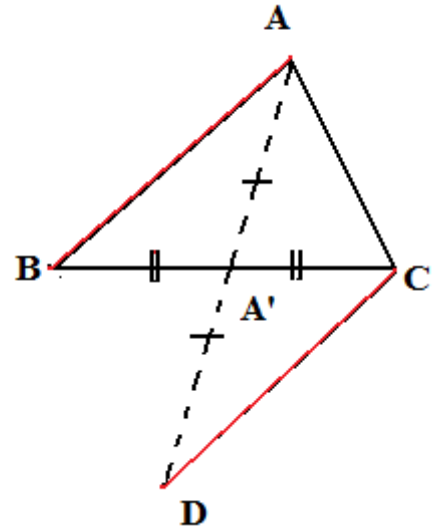


مركز تماثل قطعة هو منتصفها

التمرين :

ABC مثلث

1. أنشئ A' منتصف $[BC]$.
2. أنشئ D مماثلة A بالنسبة ل A' .
3. بين أن : (AB) يوازي (CD)



البرهان

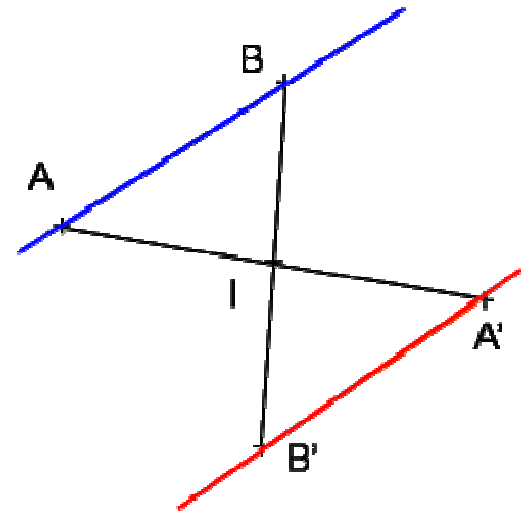
لدينا A' منتصف $[BC]$ إذن: نظيرة B بالنسبة ل A' هي C

و لدينا نظيرة A بالنسبة ل A' هي D
نستنتج أن نظير المستقيم (AB) هو المستقيم (DC)

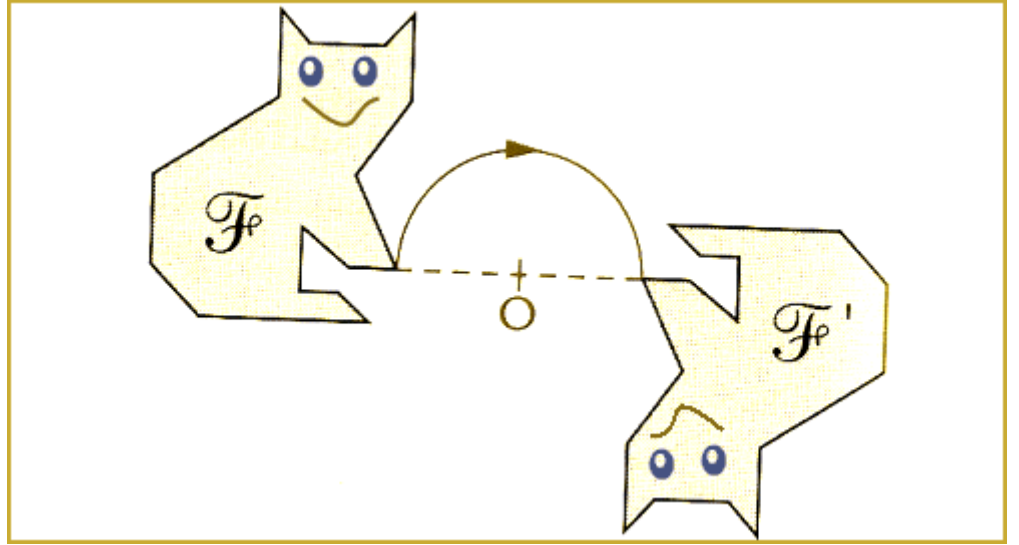
و حيث أن نظير مستقيم هو مستقيم يوازيه:
إذن (AB) : يوازي (DC)

خاصية: نظير مستقيم بالنسبة لنقطة هو مستقيم يوازيه

$$\begin{cases} S_I(A) = A' \\ S_I(B) = B' \end{cases} \Rightarrow (AB) \text{ يتوازى } (A'B')$$



التناظر المركزي



الشكل F' نظير الشكل F بالنسبة إلى O

نحصل على الشكل F' بتدوير الشكل F بنصف دورة حول النقطة O

تعريف :

التناظر المركزي الذي مركزه O هو تحويل نقطي يرفق بكل نقطة A من المستوي نقطة B بحيث تكون O منتصف $[AB]$.

النقطة B تسمى نظيرة النقطة A بالنسبة إلى O أو صورة النقطة A بالتناظر الذي مركزه O

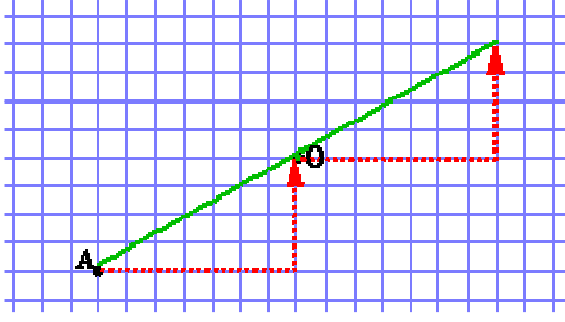
✦ خواص

إذا كانت B نظيرة A بالنسبة إلى O فإن O منتصف القطعة $[AB]$.
إذا كانت O منتصف القطعة $[AB]$ فإن A, B متناظرتان بالنسبة إلى O .

✦ إنشاء نظيرة نقطة

لإنشاء نظيرة A / O نستخدم طريقتين

حساب مربعات المرصوفة



1 - نعين النقطتين A و O .

2 - نحسب عدد المربعات التي تفصل A و O (7 الى اليمين و 4 الى الأعلى)

3 - من النقطة O نقوم بنفس العملية بنفس الترتيب (7 الى اليمين و 4 الى الأعلى)

النقطة التي نتحصل عليها هي نظيرة A بالنسبة الى O و O هي منتصف [AB]

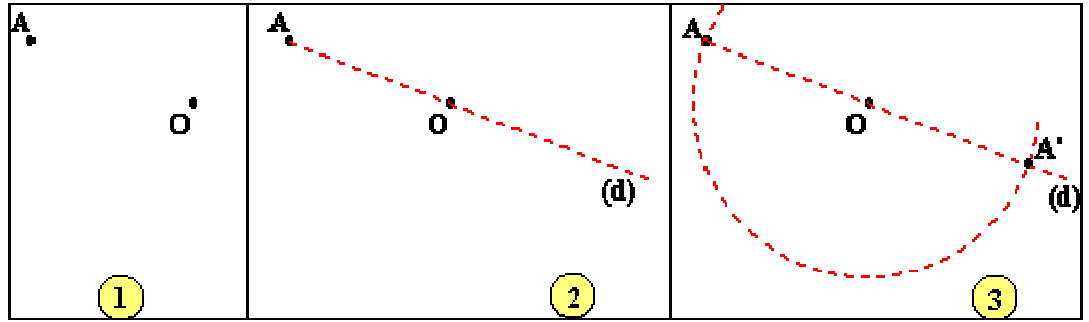
استعمال أدوات الهندسة

الأشكال الموالية تبين مراحل انشاء النقطة A' نظيرة A بالنسبة الى O

1 - المعطيات : مركز التناظر O و النقطة A .

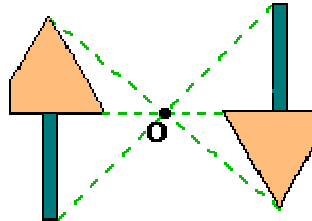
2 - أنشاء المستقيم (d) الذي يشمل النقطتين A و O .

3 - ركز رأس المدور في النقطة O ثم عين النقطة A' من (d) تبعد عن O بنفس الطول OA .



خواص التناظر المركزي:

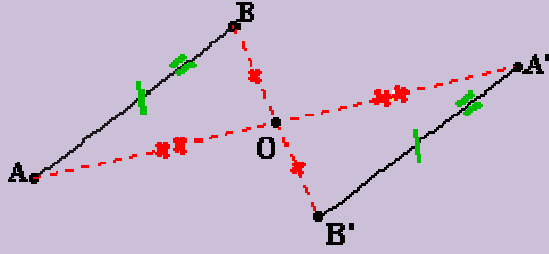
التناظر المركزي يحفظ المسافات ، التوازي ، التعامد ، أقياس الزوايا ، استقامية النقط ، المساحات



📌 نظائر بعض الأشكال الهندسية البسيطة :

📌 نظيرة قطعة :

نظيرة القطعة $[AB]$ بالنسبة الى O هي قطعة :

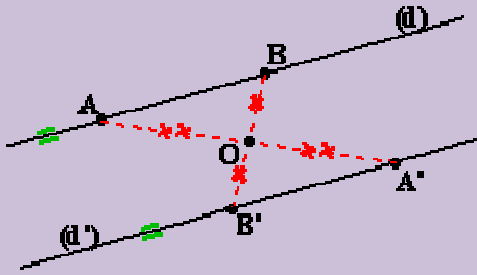


• لها نفس الطول .

• توازي القطعة $[AB]$.

◆ نظير مستقيم :

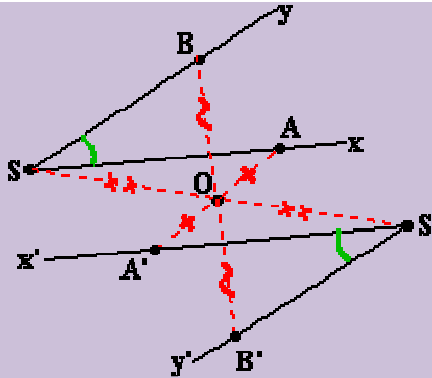
لإنشاء نظير مستقيم (d) نعين نقطتين A و B منه ثم نعين نظيرتيهما .



نظير مستقيم (d) بالنسبة الى O هو مستقيم (d') يوازي (d) .

◆ نظيرة زاوية :

لإنشاء نظيرة زاوية نعين نقطة من كل ضلع و نعين نظيرتيهما وكذا نظيرة رأس الزاوية .



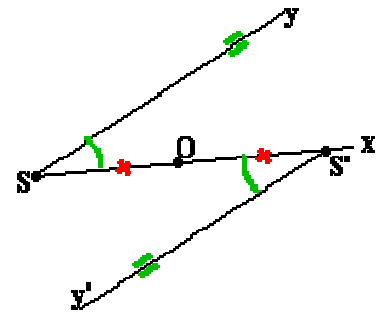
نظيرة زاوية بالنسبة الى O هي زاوية :

• لها نفس القيس .

ضلعها متوزيين مع ضلعي الزاوية المعطاة .

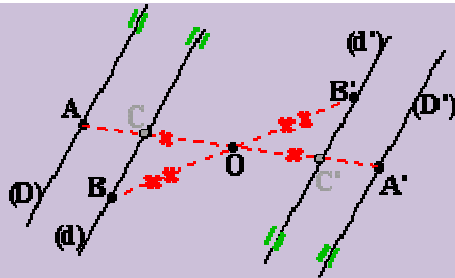
حالة خاصة :

مركز التناظر ينتمي الى أحد أضلاع الزاوية .



◆ نظائر مستقيمين متوازيين

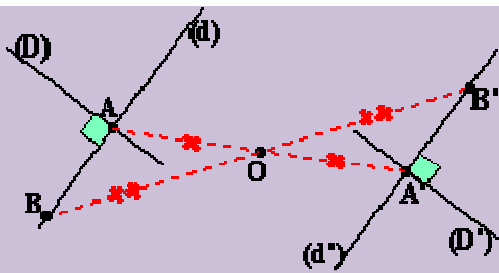
نظيري مستقيمين متوازيين (D) و (d) هما مستقيمين متوازيين (D') و (d') .



◆ نظائر مستقيمين متعامدين

نظيري مستقيمين متعامدين (D) و (d) هما مستقيمين متعامدين (D') و (d') .

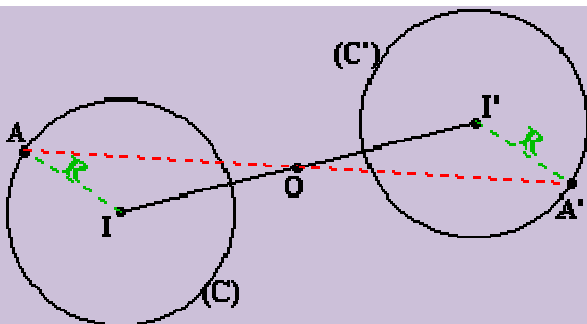
مع $(D') \parallel (D)$ و $(d') \parallel (d)$.



◆ نظيرة دائرة :

لإنشاء نظيرة دائرة مركزها I و نصف قطرها R

1 - نعين النقطة I' نظيرة I ثم نرسم الدائرة التي مركزها I' و نصف قطرها R .

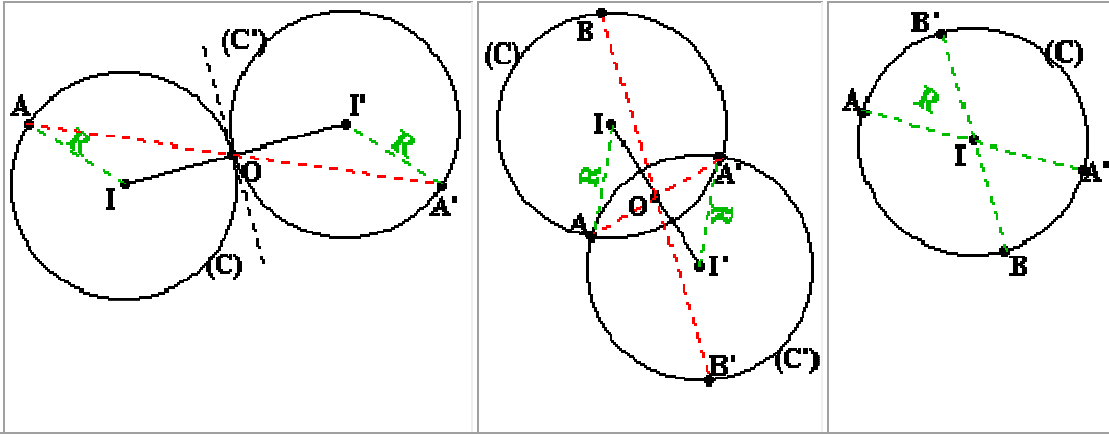


نظيرة دائرة مركزها I و نصف قطرها R هي الدائرة

التي مركزها I' و نصف قطرها R .

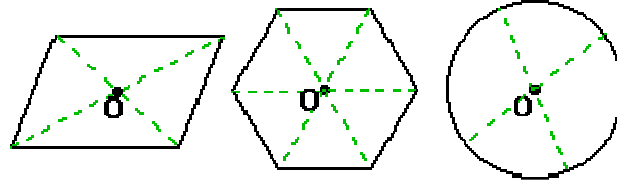
ملاحظة:

أوضاع أخرى للنقطة O



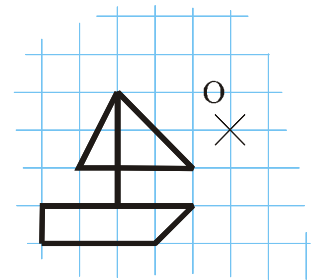
التعرف على شكل يقبل مركز تناظر

أمثلة:



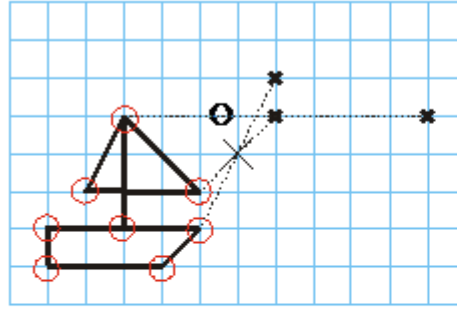
تمرين 1

أنشء نظير الشكل الموالي باستخدام المرصوفة

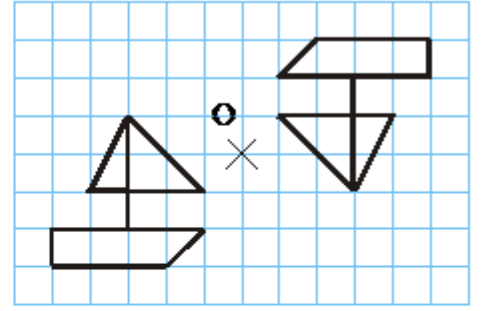


الأستاذة : لبجيري حورية

الحل



1- نعين النقاط الأساسية في الشكل
ثم نعين نظائرها
0 هي منتصف كل قل قطعة طرفها
نقطة و نظيرتها

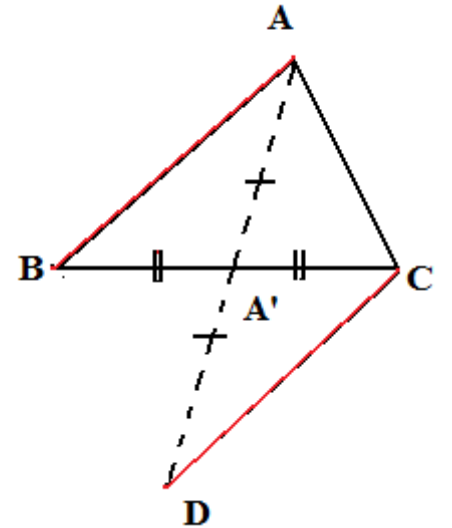


2- عندما نعين نظائر كل النقط
نوصلالنفك كما في الشكل المعطى :
انتبه الكل أصبح مقلوب

تمرين 2:

ABC مثلث

1. أنشئ A' منتصف $[BC]$.
2. أنشئ D مماثلة A بالنسبة ل A' .
3. بين أن : (AB) يوازي (CD)



البرهان

لدينا A' منتصف $[BC]$ إذن: نظيرة B بالنسبة ل A' هي C

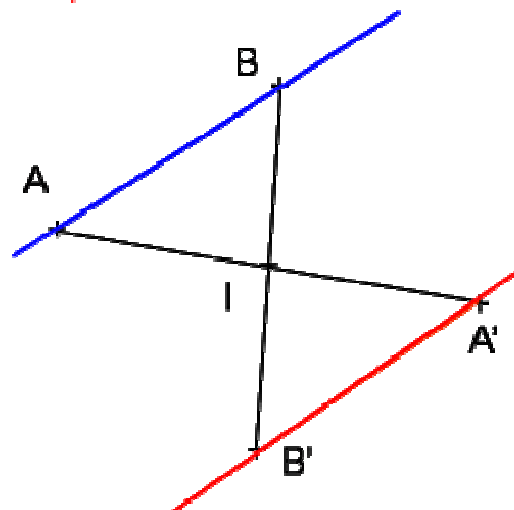
و لدينا نظيرة A بالنسبة ل A' هي D
نستنتج أن نظير المستقيم (AB) هو المستقيم (DC)

و حیث أن نظیر مستقیم هو مستقیم یوازیه:

إذن (AB) : يوازي (DC)

خاصية: نظير مستقيم بالنسبة لنقطة هو مستقيم يوازيه

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1(A) = A' \\ S_1(B) = B' \end{array} \right. \Rightarrow (AB) \text{ يتغير إلى } (A'B')$$



مسألة

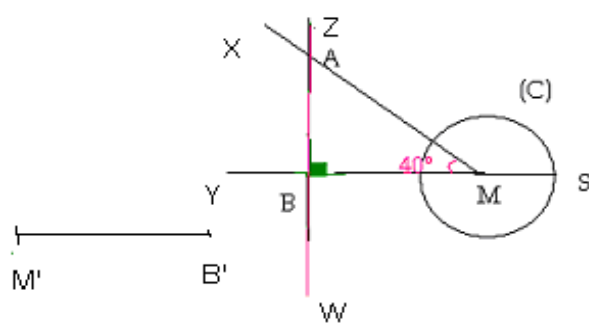
في الشكل الآتي ، قام عيسى بإنشاء النقطتين M' ، B' ،
نظيرتي النقطتين M ، B على الترتيب بالنسبة الى O ثم
أخفى النقطة O .

يريد عيسى بهذه الفكرة أن يتحدي زميله موسى بإتمام إنشاء نظير هذا الشكل بالنسبة الى O دون إستعمال النقطة O .

المطلوب:

1- قم بدور موسى لرفع هذا التحدي ، أي إتمام هذا الشكل دون الاعتماد على النقطة O .

2 - ما هو قيس الزاوية $\angle MAB$ نظيرة الزاوية $\angle MAB$ بالنسبة الى النقطة O ؟



$$BM = 2.5 \text{ cm}$$

$$MS = 1.5 \text{ cm}$$

الدوال و تنظيم معطيات

1 - قراءة و فهم معطيات إحصائية

نشاط (1) ص 84

1 (أ) اللغة الأم الأكثر استعمالا في العالم هي الصينية

(ب) تأتي اللغة العربية في المرتبة السادسة وتأتي اللغة الفرنسية في المرتبة 11

(ج) لا لأن $460 > 220 + 125$

2 (أ) 13 سنة 8 تلاميذ، 14 سنة 29 تلميذا

15 سنة 3 تلاميذ

(ب) لأن أكبر عدد من التلاميذ هو عدد اللذين سنهم 14 سنة والذي يوافق السنة الثانية متوسط

(ج) 20% تمثل عدد التلاميذ الأصغر سناً

(د) 7.5% تمثل عدد التلاميذ الأكبر سناً

(هـ) النسبة هي 72.5%

لقراءة جدول نستعمل تقاطع سطر و عمود

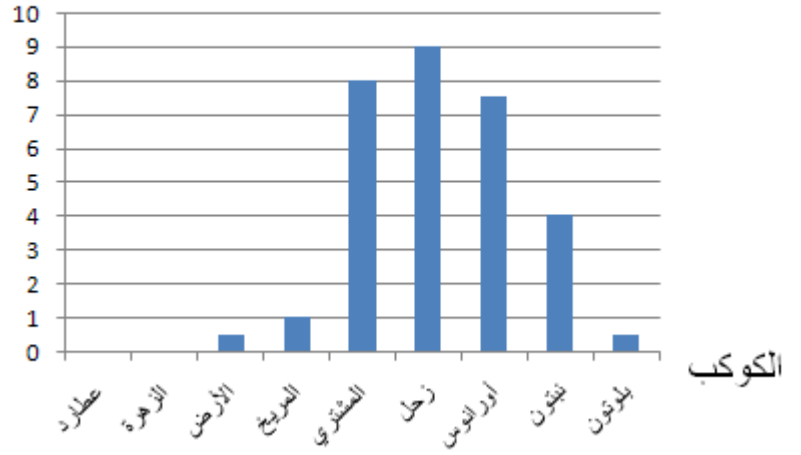
2- تمثيل معطيات إحصائية

نشاط (2) ص 35

1 إرتفاعات الأعمدة (cm) يبينها الجدول التالي

الكوكب	عطارد	الزهرة	الأرض	المريخ	المشتري	زحل	أورانوس	نبتون	بلوتون
إرتفاع العمود الممثل له	0	0	0.5	1	8	9	7.5	4	0.5

ارتفاع العمود الممثل له



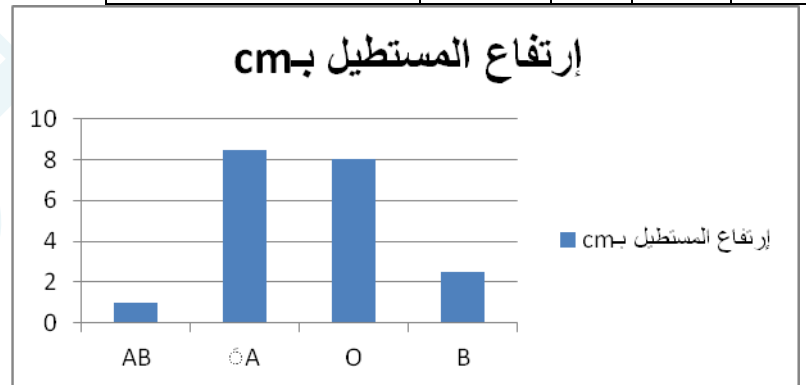
(ب) يتم هذا المخطط برسم إرتفاعات الأعمدة حيث كل قمر يمثل بـ 0.5cm

(ج) إرتفاعات الأعمدة متناسبة مع عدد الأقمار

2

(أ)

الفصيلة	B	O	A	AB
إرتفاع المستطيل بـ cm	2.5	8	8.5	1



(ج)

كل واحدة من النسب المعطاة تساوي $\frac{1}{10}$ فهي متساوية و معامل التناسبية هو 0.1

3

(أ) أقياس الزوايا التي تمثل الفصائل A , B , AB مبينة في الجدول

فصيلة الدم	O	A	B	AB
------------	---	---	---	----

عدد الأشخاص	144°	150°	45°	180°
-------------	------	------	-----	------

(ج) كل واحدة من النسب المعطاة تساوي $\frac{18}{10}$ فهي متساوية ومعامل التناسبية هو 1.8

ارتفاعات الأعمدة أو المستطيلات متناسبة مع الأعداد الممثلة لها
في مخطط دائري أو نصف دائري تكون أقياس الزوايا متناسبة مع المقادير الممثلة لها



3 - تنظيم معطيات إحصائية

نشاط 3 ص 36

الجدول هو

فئات العلامات	5—0	10—6	15—11	20—16
عدد التلاميذ	5	13	16	1

(ب) عدد التلاميذ الذين علامتهم محصورة بين 11 و 15 هو 16 تلميذا

(ج) التلميذ المتحصل على 8 إلى فئة من 6 إلى 10

(د) عدد التلاميذ الذين تجاوزت علامتهم 15 هو تلميذ واحد

(و) الجدول أفضل

عندما تكون المعطيات الإحصائية عديدة نقوم بتنظيمها في فئات من أجل تسهيل قراءتها وتفسيرها

حل تمرين 12 ص 45

تنظيم معطيات إحصائية في فئات

إتمام الجدول

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	العلامة
	1	0	3	3	2	4	2	2	4	4	4	2	0	2	التكرار

(2) إتمام الجدول

فئات العلامات	التكرار
$0 \leq n < 5$	0
$5 \leq n < 10$	8
$10 \leq n < 15$	16
$15 \leq n < 20$	6

4 - حساب التكرارات

نشاط (4) ص 37

(1) أ) عدد تلاميذ هذا القسم 25 تلميذاً

ب) عدد التلاميذ المتحصّلين على العلامة 10 هم 5 تلاميذ

ج) تكرار العلامة 11 هو 4

د) نسبة تكرار العلامة 11 هي $\frac{4}{25}$

النسبة المئوية لهذا التكرار هي : $16 = 100 \times \frac{4}{25}$ أي 16%

(2) إتمام الجدول

15	14	13	12	11	10	9	8	7	العلامة
1	6	1	1	3	5	4	3	1	التكرار
$\frac{1}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{25}$	التكرار النسبي
0.04	0.94	0.04	0.04	12	20	0.16	12	0.04	النسبة المئوية للتكرار

ب) التكرار النسبي هو حاصل قسمة التكرار على العدد الكلي

النسبة المئوية للتكرار النسبي هي كسر عشري مقامه 100

التكرار النسبي لمعلومة إحصائية هو حاصل قسمة تكرار هذه المعلومة على العدد الاجمالي للمعلومات الاحصائية
يعطى تكرار معلومة أحيانا بنسبة مئوية

التكرار النسبي = $\frac{\text{تكرار المعلومة}}{\text{العدد الاجمالي}}$

حل تمرين (1) ص 43

عدد المصوتين هو 8208 شخصاً

الترتيب هو كالاتي آ ، د ، ج ، ب

حل تمرين 2 ص 43

(1) اللون الأزرق يمثل الماء

(2)

(1) يمثل الدلاع ، (2) يمثل القمح ، (3) يمثل الطماطم

حل تمرين 3 ص 43

(1) اللون الرمادي يمثل العلامة 10 ،

اللون الأخضر يمثل العلامة 12

اللون الوردي يمثل العلامة 15

اللون الأزرق يمثل العلامة 18

اللون الأصفر يمثل العلامة 7

(2) قياس زاوية اللون الرمادي $\frac{360 \times 37.5}{100}$ أي 135°

قياس زاوية اللون الأخضر $\frac{360 \times 25}{100}$ أي 90°

قياس زاوية اللون الوردي $\frac{360 \times 20}{100}$ أي 72°

قياس زاوية اللون الأزرق $\frac{360 \times 5}{100}$ أي 18°

قيس زاوية اللون الأصفر $\frac{360 \times 12.5}{100}$ أي 45°

حل تمرين 4 ص 43

الجدول

القارات	إفريقيا	أمريكا	آسيا	أوربا	أستراليا
عدد المرات	0	6	2	14	2

تمثيل الجدول بمخطط مستطيلات حيث محور الفواصل يمثل القارات و محور الترتيب يمثل عدد المرات

حل تمرين 13 ص 45

(1) ترتيب الأيام حسب امتلاء الفندق

الخميس ، الإربعاء ، الجمعة ، الإثنين ، الأحد ، السبت ، الثلاثاء

(2)

الأيام	الخميس	الإربعاء	الجمعة	الإثنين	الأحد	السبت	الثلاثاء
غرف فارغة	50	80	110	160	170	180	190

حل تمرين 14 ص 46

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 45 إلى 49 هو 24mm

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 50 إلى 54 هو 63mm

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 55 إلى 59 هو 144mm

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 60 إلى 64 هو 99mm

إرتفاع مستطيل فئة الكتل من 65 إلى 69 هو 114mm

يمكن أخذ عرض كل مستطيل 5mm

حل تمرين 25 ص 48

إتمام جدول الفئات

فئات الأوزان بـ kg	التكرار
من 37.5 إلى 39.9	2
من 40 إلى 42.4	8
من 42.5 إلى 44.9	14
من 45 إلى 47.4	4
من 47.5 إلى 49.9	2

الفئة الأكبر تكراراً هي فئة الأوزان من 42.5 إلى 44.9

حل تمرين 28 ص 49

النسب المئوية لأقياس الزوايا هي :

15% , 20% , 30% , 10% , 25 %

حل تمرين 16 ص 46

(1)

النسبة المئوية لتكرار العلامة 5 هي 40%

- النسبة المئوية لتكرار العلامة 0 هي 5%

(2)

عدد التمارين التي كانت العلامة فيها 4 هو $\frac{20 \times 10}{100}$ أي 2

حل تمرين 17 ص 46

الأرقام	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
التكرار	3	5	6	9	4	6	4	4	6	8
النسبة %	5.6 8	2.8	3.3 6	5.0 4	2.2 4	3.36	2.2 4	2.24	3.36	4.48

لتمثيل التكرار بمخطط أعمدة نأخذ 1cm لتكرار واحد

نتحصل على أعمدة إرتفاعاتها هي

3 ، 5 ، 6 ، 9 ، 4 ، 6 ، 4 ، 4 ، 6 ، 8

حل تمرين 18 ص 46

النسبة المئوية لتكرار ظهور الوجه هي $\frac{100 \times 15}{23}$

أي 65.22% تقريباً

النسبة المئوية لتكرار ظهور النقش هي $\frac{8 \times 100}{23}$

أي 34.78% تقريباً

حل تمرين 23 ص 48

(1) المبلغ الباقي هو (350+400+250+300) - 1800 أي 500 دج

(2) تمثيل مبلغ 1800 دج بقرص أي بزاوية قياسها 360°

المبلغ 350 دج يمثل بزاوية قياسها $\frac{350 \times 360}{1800}$ أي 70°

المبلغ 400 دج تمثل بزاوية قياسها $\frac{400 \times 360}{1800}$ أي بـ 80°

المبلغ 250 دج تمثل بزاوية قياسها $\frac{250 \times 360}{1800}$ أي بـ 50°

المبلغ 300 دج تمثل بزاوية قياسها $\frac{300 \times 360}{1800}$ أي بـ 60°

فالمبلغ الباقي هو 500 دج

يمثل بزاوية قياسها $\frac{500 \times 360}{1800}$ أي بـ 100°

حل تمرين 24 ص 48

(1) عدد التلاميذ الذين أجابوا هو 200 تلميذا

(2) النسب المئوية للتكرارات هي :

اللون	الأخضر	البنفسجي	الأصفر	الوردي	الرمادي	الأزرق
النسب المئوية للتكرار	22.5	15	20	10	12.5	20
قيس الزاوية	81°	54°	72°	36°	45°	72°

(3) تمثيل التكرارات بمخطط دائري حسب أقياس الزوايا الموافقة لكل لون

العمليات على الكسور

القسمة على عدد عشري غير معدوم :

$$0.45 \div 0.3 = \frac{0.45}{0.3} = \frac{0.45 \times 10}{0.3 \times 10} = \frac{4.5}{3} = 4.5 \div 3 \quad [1]$$

$$1.254 \div 0.05 = \frac{1.254}{0.05} = \frac{1.254 \times 100}{0.05 \times 100} = \frac{125.4}{5} = 125.4 \div 5$$

لإجراء عملية قسمة عدد على عدد عشري غير معدوم ، نحول القاسم الى عدد طبيعي بضرب كل من القاسم و المقسوم في 10 ، 100 ، 1000 ،

$ \begin{array}{r} 125.400 \\ - 10 \\ \hline 25 \\ - 25 \\ \hline 04 \\ - 0 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array} $	5	$ \begin{array}{r} 4.5 \\ - 3 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array} $
$ \begin{array}{r} 25.080 \\ - 25 \\ \hline 080 \\ - 80 \\ \hline 00 \end{array} $	5	$ \begin{array}{r} 3 \\ - 3 \\ \hline 0 \end{array} $

[2] طول قطعة بالمتر هو حاصل قسمة 58.25 على 9 أي $\frac{58.25}{9} \text{ m}$ القسمة $58.25 \div 9$ لا تنتهي ف الحاصل غير عشري.

$$58.25 \text{ m} = 5825 \text{ cm} \quad \frac{5825}{9} \text{ cm} \text{ فطول كل قطعة هو}$$

$$5825 = 9 \times 647 + 2$$

647 هي القيمة المقربة الى الوحدة بالنقصان للحاصل $\frac{5825}{9}$.

648 هي القيمة المقربة الى الوحدة بالزيادة للحاصل $\frac{5825}{9}$.

$$9 \times 647 < 5825 < 9 \times 648$$

$$647 < \frac{5825}{9} < 648 \text{ أي}$$

نقول أن طول كل قطعة محصور بين 647cm و 648cm

$$\text{و منه } 6.47 < \frac{58.25}{9} < 6.48$$

نتحصل عمليا على 6.47 من قسمة 58.25 على 9 كما نجري قسمة عدد عشري على عدد طبيعي ، و بعد وضع الفاصلة في الحاصل نتوقف عند رقمين بعد الفاصلة

$$\frac{2.985}{0.7} = \frac{2.985 \times 10}{0.7 \times 10} = \frac{29.85}{7} \quad [3]$$

بإجراء القسمة $29.85 \div 7$ عمليا نتوصل الى أنه :

- لإيجاد القيمة المقربة الى الوحدة بالنقصان وهي 4 ، نوقف القسمة عند الجزء الصحيح للحاصل.

- لإيجاد القيمة المقربة الى $\frac{1}{10}$ بالنقصان وهي 4.2 ، نوقف القسمة عند رقم واحد بعد الفاصلة في الحاصل.

- لإيجاد القيمة المقربة الى $\frac{1}{100}$ بالنقصان وهي 4.26 ، نوقف القسمة عند رقمين بعد الفاصلة في الحاصل .

- لإيجاد القيمة المقربة الى $\frac{1}{1000}$ بالنقصان وهي 4.264 ، نوقف القسمة عند ثلاث أرقام بعد الفاصلة في الحاصل .

خاصية

قسمة عدد على عدد عشري غير معدوم تؤول الى قسمة عدد على عدد طبيعي بضرب كل من المقسوم و القاسم في 10 أو 100 أو 1000

ملاحظة

بمواصلة القسمة نتحصل على أي تقريب نشاء ، ولكننا نكتفي

بالتقريب الى $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$

ت 1 ص 35

$$\frac{64}{1.6} = \frac{64 \times 10}{16 \times 10} = \frac{640}{16}$$

$$640 \div 16 = 40$$

$$64 \div 1.6 = 40$$

ت 3 ص 35

أ - القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 39 على 7 هي : 5.5 ، 5.571 ، 5.57

ب - القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 293.72 على 43 هي : 6 ، 6.8 ، 6.83 ، 6.830

ج - القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 735.7 على 40.1 هي : 18 ، 18.3 ، 18.34 ، 18.346

د - القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 2.432 على 0.45 هي : 5 ، 5.4 ، 5.40 ، 5.404

ه - القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 3.708 على 0.56 هي : 6 ، 6.6 ، 6.62 ، 6.621

و - القيم المقربة بالنقصان الى الوحدة ، الى $\frac{1}{10}$ الى $\frac{1}{100}$ الى $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة 9.877 على 7.9 هي : 1 ، 1.2 ، 1.25 ، 1.250

ضرب كسرين

1 أ - عدد المستطيلات الصغيرة في المربع ABCD هو 35

- الكسران الذان يمثلان مساحة المستطيل الصغير هما $\frac{1}{35}$ ، $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$

ب - مساحة المستطيل AEFG بالكسر $\frac{18}{35}$

$$\frac{6}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{18}{25}$$

$$\frac{11}{6} \times \frac{9}{2} = \frac{99}{12} , \quad \frac{6}{0.4} \times \frac{0.2}{5} = \frac{1.2}{2} , \quad 3 \times \frac{7}{5} = \frac{21}{5} , \quad 3 \times \frac{5}{6} = \frac{15}{6} \quad [3]$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

القاعدة

لضرب كسرين نضرب البسط في البسط و المقام في المقام أي:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad (b \neq 0 , d \neq 0)$$

حالة خاصة

ضرب كسر $\frac{a}{b}$ في عدد k

تعلم أن كل عدد k هو كسر مقامه 1 أي : $k = \frac{k}{1}$

$$\text{إذن: } \frac{a}{b} \times k = \frac{a}{b} \times \frac{k}{1} = \frac{a \times k}{b \times 1} = \frac{ak}{b}$$

تمرين 8 ص 35 :

$$A = \frac{13}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{65}{100} = 0.65$$

$$B = \frac{47}{10} \times \frac{7}{100} = \frac{329}{1000} = 0.329$$

$$C = 1.62 \times \frac{3}{100} = \frac{4.86}{100} = 0.0486$$

$$D = \frac{24}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{120}{1000} = 0.12$$

$$11/2.5 \times 9/40E = \frac{6}{1000} \times 2.75 = \frac{1650}{1000} = 1.65$$

$$F = \frac{234}{100} \times \frac{8}{100} = \frac{1872}{10000} = 0.1872$$

تمرين 16 ص 36 :

$$\frac{3}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{18}{35}$$

$$\frac{11}{13} \times \frac{13}{11} = 1$$

$$\frac{2.5}{11} \times \frac{40}{9} = \frac{10}{99}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{8}$$

مقارنة كسرين

$$\frac{1}{12} < \frac{2}{12} < \frac{3}{12} < \frac{5}{12} < \frac{7}{12} < \frac{12}{12}$$

الكسور التي لها نفس المقام ترتب حسب ترتيب بسوطها

لمقارنة كسرين مقام أحدهما مضاعف للآخر نكتبها بنفس المقام
نطبق خاصية مقارنة كسرين لهما نفس المقام

حل تمرين 56 ص 40

$$7 > 6 \text{ و } \frac{3}{4} = \frac{6}{8} \text{ إذن : } \frac{6}{8} < \frac{7}{8} \text{ أي } \frac{7}{8} > \frac{3}{4}$$

وبالتالي ممثل القسم هو أحمد

حل تمرين 57 ص 40

$$\frac{3.5}{5} = \frac{14}{20} \text{ و } \frac{13.5}{20}$$

$$14 > 13.5 \text{ إذن } \frac{14}{20} > \frac{13.5}{20} \text{ وبالتالي } \frac{3.5}{5} > \frac{13.5}{20}$$

العلامة الأفضل هي : $\frac{3.5}{5}$

جمع و طرح كسرين :

1 أ - الكسور التي تمثل قطعة واحدة ، ثلاث قطع ، أربع قطع هي على التوالي : $\frac{1}{15}$ ، $\frac{3}{15}$ ، $\frac{4}{15}$

ب - الكسر الذي يمثل عدد القطع التي أخذها أمين و أمينة من اللوحة هو $\frac{7}{15}$

الكسر الذي يمثل عدد القطع الباقية هو $\frac{8}{15}$

$$\frac{3}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15} \text{ ، } \frac{15}{15} - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \text{ ج -}$$

2 أ - الكسر الذي يمثل الجزء الملون هو : $\frac{3}{15}$

ب - للحصول على الكسر $\frac{4}{15}$ يلون التلميذ بلاحمر 4 خانات.

الكسر الذي يمثل الجزء غير الملون هو $\frac{8}{15}$

$$1 - \frac{7}{15} = \frac{15}{15} - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{15} = \frac{3}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{3}{15} - \frac{1}{15} = \frac{2}{15} \quad [3]$$

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

أ - الكسران لهما نفس المقام

قاعدة

لجمع (أو لطرح) كسرين لهما نفس المقام نجمع (أو نطرح) البسطين و نحتفظ بنفس المقام .

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \quad (a \leq c)$$

ب - مقام أحد الكسرين مضاعف للآخر

في هذه الحالة نكتب الكسرين بنفس المقام ثم نطبق القاعدة السابقة

تمرين 31 ص 37 :

$$A = \frac{5}{10} + \frac{7}{10} = \frac{5+7}{10} = \frac{12}{10}$$

$$B = 4 + \frac{13}{10} + \frac{37}{100} = \frac{400}{100} + \frac{130}{100} + \frac{37}{100} = \frac{567}{100}$$

$$C = \frac{39}{100} - \frac{33}{1000} = \frac{390}{1000} - \frac{33}{1000} = \frac{357}{1000}$$

تمرين 52 ص 40

$$1) \left(\frac{3+7}{4} \right) \times \frac{5}{8} = \frac{10}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} + \frac{7}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32} + \frac{35}{32} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16}$$

$$2) \quad \frac{(12-2)}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{10}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{30}{30} = 1$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{2} - \frac{2}{15} \times \frac{3}{2} = 1$$

$$3) \quad \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{12} = \frac{8+5}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \left(\frac{8+5}{6} \right) = \frac{13}{12}$$

$$\frac{6}{21} = \frac{190}{21} - \frac{196}{21} = \frac{6}{21} - \frac{28}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{14} - \frac{4}{3} \times 4) 7$$

$$\frac{4}{3} \times \left(7 - \frac{3}{14} \right) = \frac{4}{3} \times \left(\frac{98-3}{14} \right) = \frac{4}{3} \times \frac{95}{14} = \frac{190}{21}$$

المجموع الجبري

تعريف : نسمي مجموع جبري كل سلسلة عمليات جمع وطرح أعداد نسبية
أمثلة :

$$A = (-9) + (-6) - (+13) - (-10) + (+5)$$

$$B = (-5) - (-6) - (+12) + (-21) + (+15)$$

نشاط 4 ص 62

(1)

$$A = (-9) + (-6) - (+13) - (-10) + (+5)$$

$$A = (-15) - (+13) - (-10) + (+5)$$

$$A = (-28) - (-10) + (+5)$$

$$A = (-18) + (+5)$$

$$A = (-13)$$

(2)

$$A = (-9) + (-6) + (-13) + (+10) + (+5)$$

$$A = (-15) + (-13) + (+10) + (+5)$$

$$A = (-15) + (-13) + (+10) + (+5)$$

$$A = (-18) + (+5)$$

$$A = (-13)$$

(3)

$$C = -11 ; D = 5 ; E = -16 ; F = 13$$

تبسيط مجموع جبري

قاعدة : لتبسيط مجموع جبري نتبع مايلي :

* نحوله الى سلسلة عمليات جمع فقط باضافة معاكس العدد المطروح

* ثم نحذف علامة (+) للجمع و نحذف القوسين لكل عدد.

* ثم نحذف قوسي العدد الأول من المجموع .

$$A = (-5) - (-7) - (+3) + (-2) \quad \text{اليك المجموع الجبري}$$

$$A = (-5) + (+7) + (-3) + (-2) \quad \text{عند التبسيط}$$

$$A = -5 + 7 - 3 - 2 \quad \text{نحذف القوسين و+ العملية}$$

$$A = 10 - 7 \quad \text{نجمع الأعداد السالبة ثم الموجبة}$$

$$A = -3$$

حساب مجموع جبري :

قاعدة : لحساب مجموع جبري نبسط كتابته , ثم نجمع الأعداد الموجبة معاً و الأعداد السالبة معاً, فنحصل على

مجموع او فرق عددين نسبيين

مثال: حساب مجموع جبري :

$$B = (-5) - (-6) - (+12) + (+16) - (+15)$$

$$B = (-5) + (+6) + (-12) + (+16) + (-15)$$

$$B = -5 + 6 - 12 + 16 - 15$$

$$B = \underbrace{6+16}_{22} - \underbrace{5+12+15}_{32}$$

$$B = 22 - 32$$

$$B = -10$$

Tiens, des équations !...

I) Résoudre les équations suivantes :

- 1) $2 + x = 5$; 2) $-5 + a = 8$; 3) $12 - t = 3$; 4) $-5 - y = -11$; 5) $-3 = 2 + t$; 7) $-4 = -3 - z$;
 8) $3,1 - x = 0,95$ 9) $0,1 + a = 0,01$; 10) $\frac{1}{3} + e = \frac{1}{2}$; 11) $2 = \frac{4}{5} - x$; 12) $0,3 = y + \frac{2}{5}$; 13) $-a = 5$;
 14) $2x = x + x$; 15) $x = x + 1$.

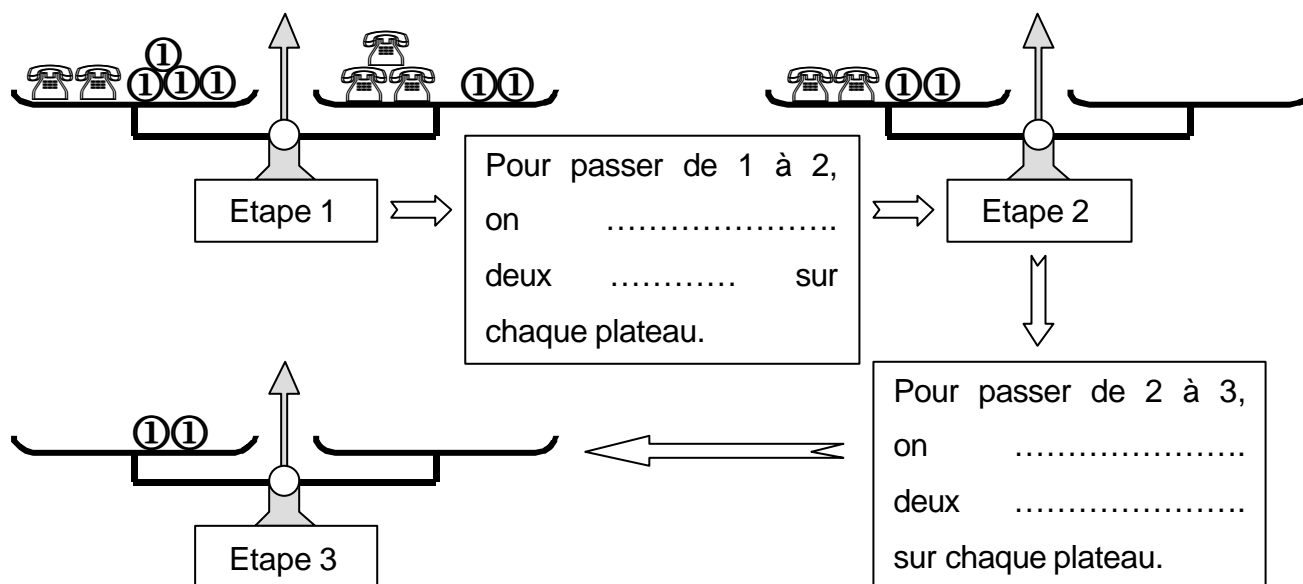
II) Résoudre les équations suivantes :

- 1) $2 \times x = 12$; 2) $4x = 48$; 3) $1 = 5a$; 4) $-24 = 2x$; 5) $-36 = -3x$; 6) $7 = 3p$; 7) $0,1g = -2$;
 8) $17e = 0$; 9) $2x = \frac{3}{4}$; 10) $-3x = \frac{4}{5}$; 11) $\frac{2}{3}x = 4$; 12) $-\frac{3}{4}x = 3$; 13) $\frac{4}{3}a = \frac{3}{2}$; 14) $5 = -\frac{3}{2}t$.

III) Compléter :

- 1) $2 + 3 = \dots$; 2) $2 + 3 + 6 = 5 + \dots$; 3) $2 + 3 - 4 = 5 - \dots$; 4) $2 + 3 - 4 + \dots = 5 - 4 + 8$;
 5) $3x + 4x = \dots$; 6) $3x + 4x - 2x = 7x - \dots$; 7) $3x + 4x + \dots = 7x + 9x$;
 8) $3x + 4x - 2 = 7x - \dots$.

IV) On sait que deux téléphones et quatre poids de 1 kg pèsent autant que trois téléphones et deux poids de 1 kg. On voudrait connaître la masse d'un téléphone. Compléter :



Donc un téléphone pèse kg.

V) Compléter :

$$2x + 4 = 3x + 2 \quad \text{donc} \quad 2x + 4 - 2 = 3x + 2 - \dots \quad \text{donc} \quad 2x + \dots = 3x$$

$$\text{donc} \quad 2x + 2 - \dots = 3x - 2x \quad \text{donc} \quad \dots = 1x$$

VI) Julie et Roger sont allés le même jour chez un vendeur d'appareils photo qui ne vend qu'un seul modèle d'appareil. Julie a acheté trois appareils (les deux autres pour le cas où elle oublierait où elle a rangé le premier!), et le vendeur lui a offert une remise de 760 € sur l'ensemble pour remercier cette bonne cliente. Roger, lui, n'a acheté qu'un appareil, mais a pris en plus des cartes mémoire et une housse, et a finalement payé 380 € de plus que le prix de base...

Mais Julie et Roger ont payé ce jour là exactement le même prix ! Pour savoir combien coûte un appareil photo, compléter :

$$\text{📷} + \text{📷} + \text{📷} - 760 = \text{📷} + 380 \quad \text{donc} \quad \text{📷} + \text{📷} + \text{📷} - 760 - \text{📷} = \text{📷} + 380 - \dots\dots$$

$$\text{donc} \quad \text{📷} + \text{📷} - 760 = \dots\dots \quad \text{donc} \quad \text{📷} + \text{📷} - 760 + \dots\dots = 380 + 760$$

$$\text{donc} \quad \text{📷} + \text{📷} = \dots\dots \quad \text{donc} \quad \text{📷} = \dots\dots \div \dots\dots \quad \text{donc} \quad \text{📷} = \dots\dots \text{ €}$$

VII) Compléter :

$$3x - 760 = x + 380 \quad \text{donc} \quad 3x - 760 \dots\dots\dots = x + 380 \dots\dots\dots \quad \text{donc} \quad 2x - 760 = \dots\dots$$

$$\text{donc} \quad 2x - 760 \dots\dots\dots = 380 \dots\dots\dots \quad \text{donc} \quad 2x = \dots\dots \quad \text{donc} \quad x = \dots\dots \div \dots\dots \quad \text{donc} \quad x = \dots\dots$$

VIII) Résoudre les équations suivantes :

- 1) $2x - 3 = 3x - 1$; 2) $3x - 4 = 4x + 5$; 3) $17x + 256 = 16x - 8$; 4) $-3x - 4 = -2x + 8$;
 5) $2a + 8 = 4a$; 6) $-2a - 3 = a + 12$; 7) $-5x + 3 = 2x - 6$; 8) $2t + 8 = 5t - 2$;
 9) $2t + 3 + 3t - 4 + 7t + t = 5 - 2t + 8 - 3t - 1$; 10) $\frac{3}{4} - 2x = 5x + \frac{7}{2}$; 11) $0,1 + 3x = 2x - \frac{2}{7}$;
 12) $\frac{3}{4}x - 4 = \frac{1}{3}x + 8$; 13) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{5} = \frac{2}{3}x - \frac{3}{4}$; 14) $\frac{1}{11}x + 3 = 2x$.

IX) Traduire chacun des problèmes suivants sous la forme d'une équation, puis résoudre cette équation :

- 1) En additionnant un nombre, son double et son triple, je trouve 102. Quel est ce nombre ?
- 2) En additionnant un nombre, son double et son tiers, je trouve 130. Quel est ce nombre ?
- 3) La somme d'un entier et de son suivant est 155. Trouver cet entier.
- 4) Trouver le nombre tel que son tiers augmenté de son quart donne 84.
- 5) Trouver le nombre tel que son double augmenté de 5 soit égal à son triple diminué de 7.
- 6) Dans un triangle rectangle, un angle aigu est le triple de l'autre angle aigu.
Déterminer la mesure en degrés du plus petit angle.
- 7) Un réservoir d'essence est plein au $\frac{1}{6}$. Il faut ajouter 28 litres pour qu'il soit plein aux $\frac{3}{4}$.

Quelle est sa contenance?

- 8) Un restaurateur fait payer un repas 20,7 €. Sachant qu'il réalise 15 % de bénéfices, combien lui coûtent les matières premières ?

الموشور القائم و الأسطوانة القائمة

الموشور القائم :

1 - تعريف

الموشور القائم هو مجسم يتكون من :

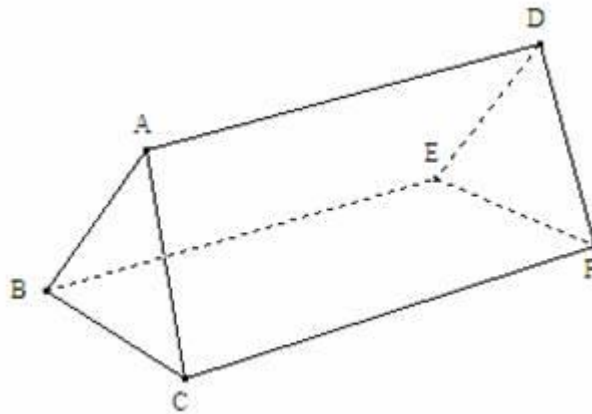
- (1) - وجهين متوازيين قابلين للتطابق هما : قاعدتان الموشور القائم .
- (2) - أحرف جانبية متقايسة هي : ارتفاع الموشور القائم .
- (3) - أوجه جانبية و هي على شكل : مستطيلات .

ملاحظات هامة :

- (1) - عدد الأوجه الجانبية لموشور قائم يساوي عدد أضلاع قاعدته .
- (2) - قاعدتا الموشور القائم إما أن تكونا على شكل مثلث أو مربع أو مستطيل أو مضلع رباعي أو مضلع خماسي

(2) - أمثلة :

- موشور قائم قاعدته مثلث :



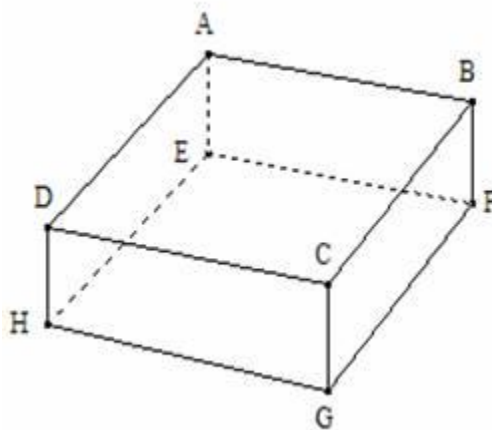
-- القاعدتان هما : المثلثان ABC و DEF .

-- الأحرف الجانبية هي : [AD] و [BE] و [CF] .

-- الأوجه الجانبية هي : المستطيلات ADFC

و ADEB و BEFC .

- موشور قائم قاعدته مستطيل :



-- القاعدتان هما : المستطيلان ABCD و EFGH .

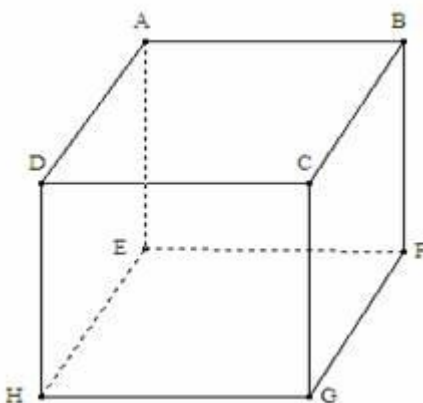
-- الأحرف الجانبية هي : [AE] و [BF] و [CG] و [DH] .

-- الأوجه الجانبية هي : المستطيلات ADEB و BEFC و CDFG و AEHD

و BCGF و ABFE .

نسمي هذا الموشور القائم : متوازي المستطيلات القائم .

- موشور قائم قاعدته مربع :



-- القاعدتان هما : المربعان ABCD و EFGH .

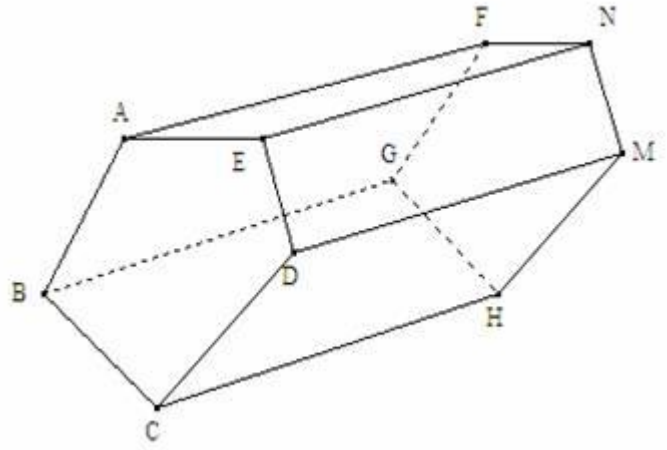
-- الأحرف الجانبية هي : [AE] و [BF] و [CG] و [DH] .

-- الأوجه الجانبية هي : المربعات AEHD و DCGH

و BCGF و ABFE .

نسمي هذا الموشور القائم : **مكعب** .

- موشور قائم قاعدته مضلع خماسي :



-- القاعدتان هما : المربعان ABCDE و FGHMN .

-- الأحرف الجانبية هي : [AF] و [BG] و [CH]

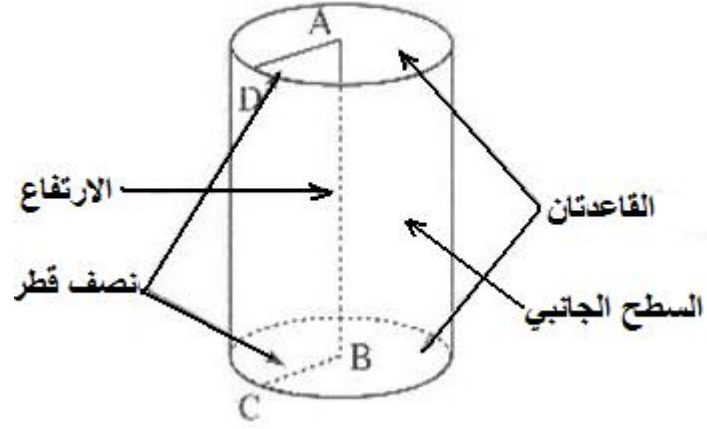
و [EN] و [DM] .

-- الأوجه الجانبية هي : المستطيلات AENF و DMNE

و BCGF و DCHM و BCHG .

الأسطوانة القائمة :

* مثال :



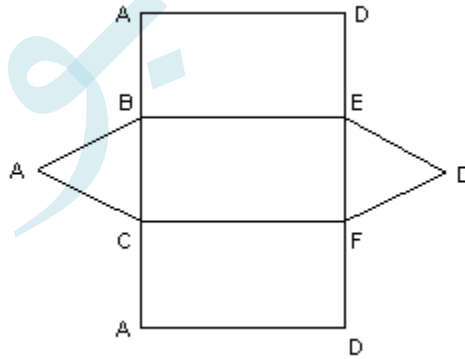
-- القاعدتان هما : الدائرتان اللتان مركزهما A و B .

-- الارتفاع هو : AB .

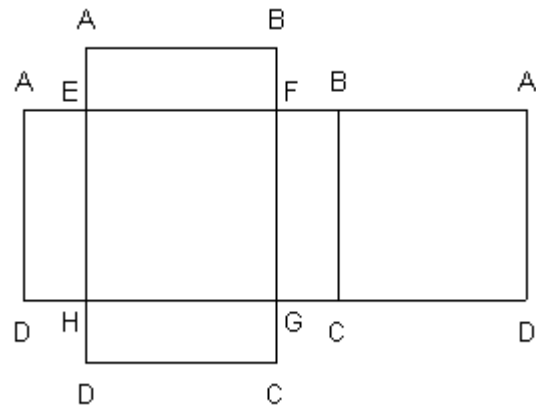
III - نشر الموشو القائم و الأسطوانة القائمة :

1 - نشر الموشور القائم :

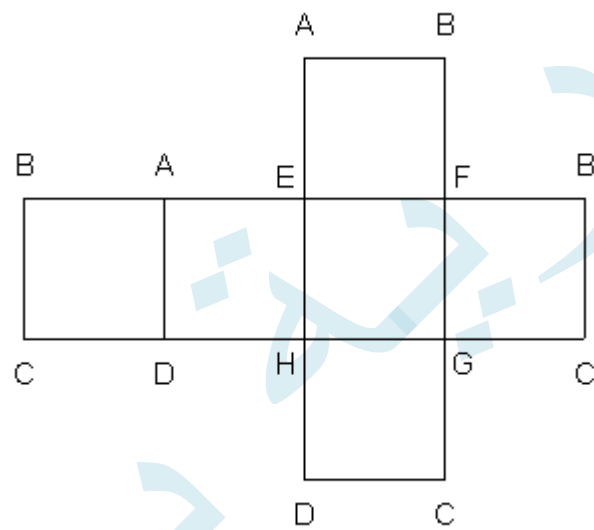
- موشور قائم قاعدته مثلث :



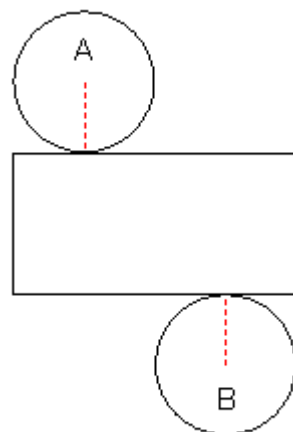
- موشور قائم قاعدته مستطيل :



- مؤشر قائم قاعدته مربع :



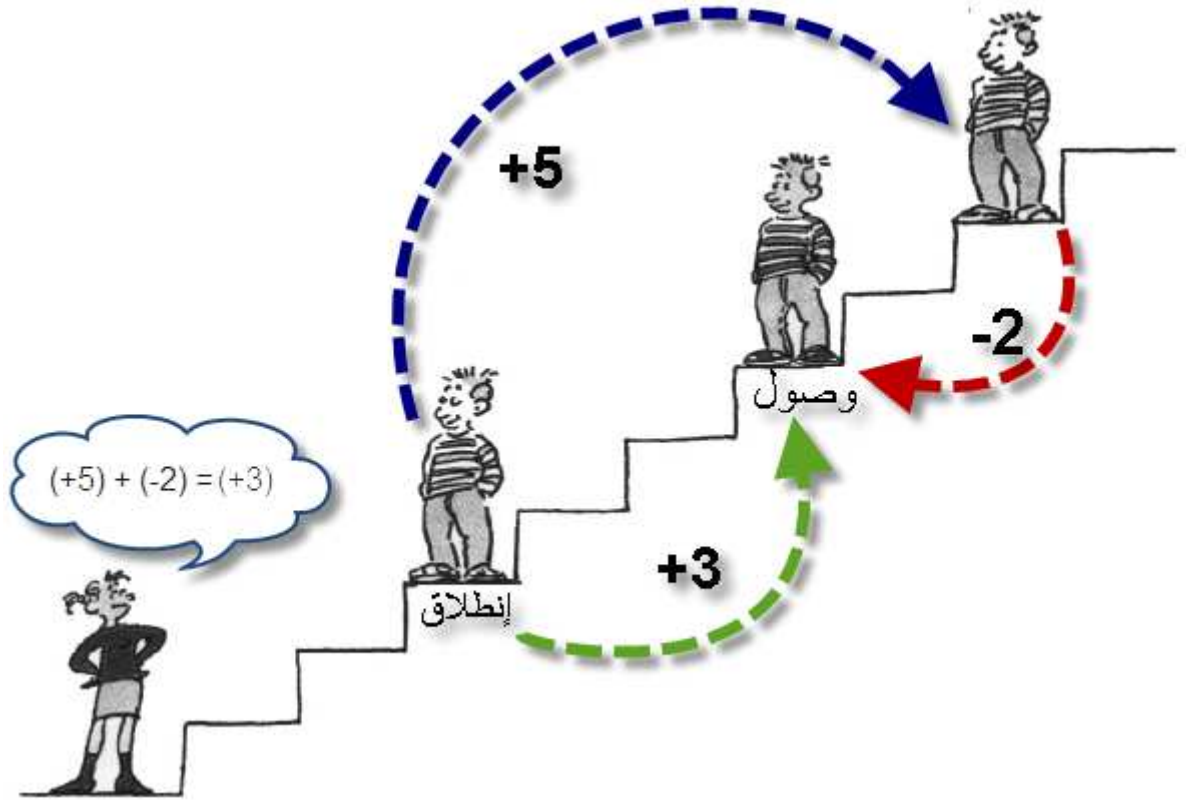
(2) - نشر الأسطوانة القائمة :



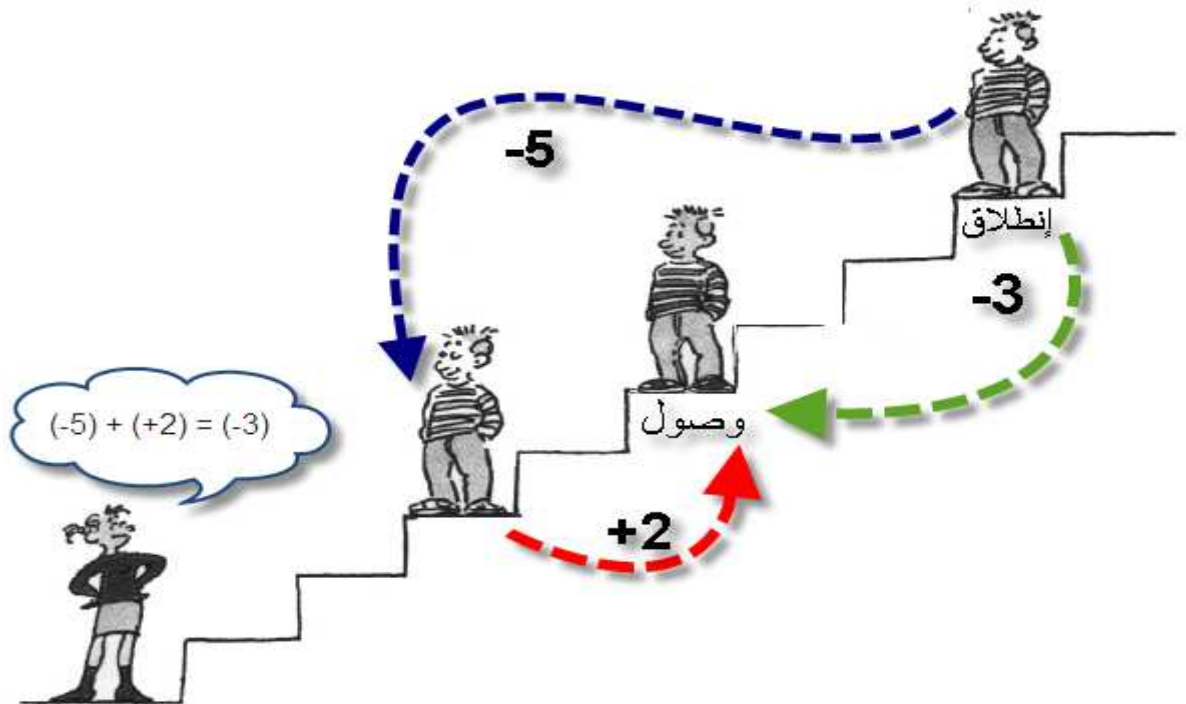
جمع و طرح الاعداد النسبية

لكي يختبر قدرة هند على الحساب، يستعمل إسماعيل أدراج سلم صعودا ونزولا من خلال وضعية إنطلاق ثم وصول كما هو مبين في الصور التالية:

• وضعية الإنطلاق

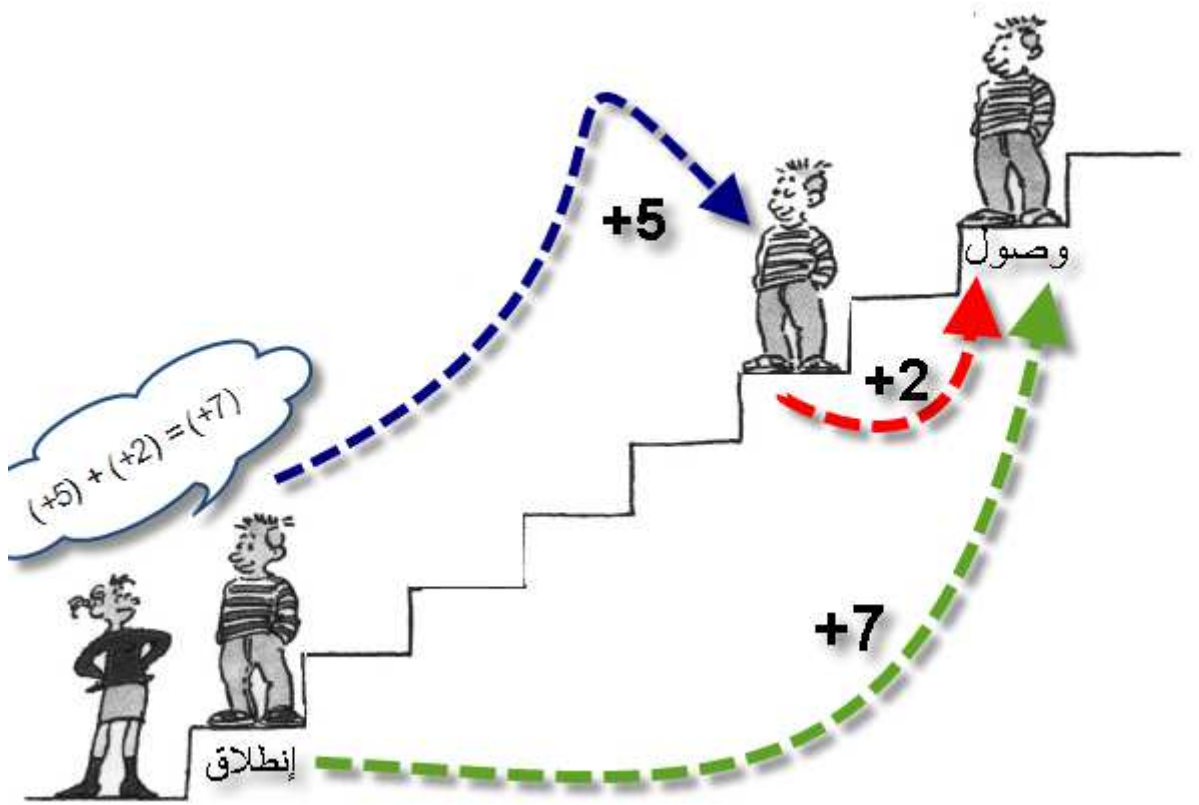


مجموع العددين (-2) و $(+5)$ هو العدد $(+3)$



مجموع العددين $(+2)$ و (-5) هو العدد (-3)

مجموع العددين (-2) و (-5) هو العدد (-7)



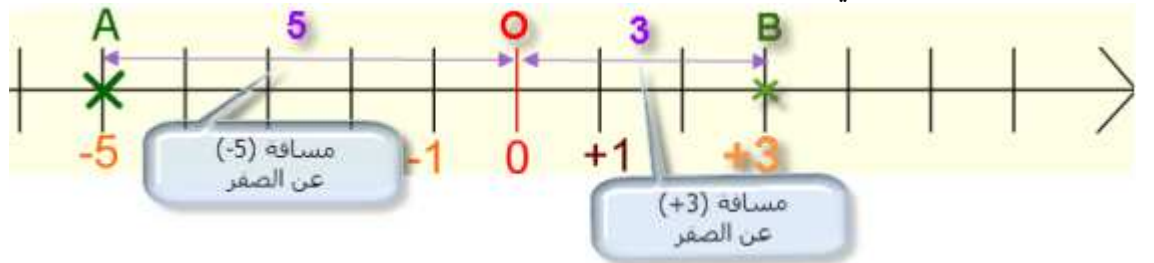
مجموع العددين (+2) و (+5) هو العدد (+7)

• مصطلحات : الجمع

العددان (+2) و (-5) يسمى **حدي المجموع**.
 العدد (-3) يسمى **مجموع العددين** (+2) و (-5)
 العددان (-2) و (-5) **لهما نفس الإشارة**
 العددان (+2) و (-5) **مختلفا الإشارة**

مسافة عدد عن الصفر

مسافة عدد عن الصفر هي المسافة الفاصلة بين فاصلة النقطة 0 و فاصلة هذا العدد.



ملاحظة : مسافة عدد عن الصفر تكون دائما موجبة.

• قواعد : مجموع عددين صحيحين نسبيين

قاعدة



قاعدة 1 : مجموع عددين صحيحين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد صحيح نسبي :
- إشارته هي إشارة هذين العددين.
- مسافته عن الصفر هي مجموع مسافتي هذين العددين عن الصفر.

مثال: $(+8) + (+9) = +17$; $(-8) + (-9) = -17$

قاعدة



قاعدة 2 : مجموع عددين صحيحين نسبيين مختلفي الإشارة هو عدد صحيح نسبي :
- إشارته هي إشارة العدد الذي له أكبر مسافة عن الصفر.
- مسافته عن الصفر هي فرق مسافتي هذين العددين عن الصفر.

مثال: $(+8) + (-9) = -1$; $(-8) + (+9) = +1$

قاعدة



قاعدة 3 : مجموع عددين صحيحين نسبيين متعاكسين يكون دائما منعدما .
ولدينا : a عدد نسبي $a + (-a) = 0$ و $a - a = 0$

مثال: $13 - 13 = 0$; $(-10) + (+10) = 0$

قاعدة



قاعدة 4 : لحساب فرق عددين صحيحين نسبيين نضيف إلى الحد الأول معاكس الحد الثاني .
 $a - b = a + (-b)$: a و b عددان نسبيان

مثال: $(+8) - (-9) = (+8) + (+9) = +17$
 $4 - 16 = 4 + (-16) = -12$

تمرين 1:

ماهو معاكس كل من الاعداد التالية $+6.5$ ، -3 ، $25,7$ ، -36 ؟

تمرين 2:

أحسب ما يلي:

$$13 + 4,5 =$$

$$-13 + (-4,5) =$$

$$(-8) - (+3,5) =$$

$$(+75) + (+11,50) =$$

$$(-75) + (-11,50) =$$

$$(+80,30) + (-10) =$$

$$(+16) + (-53) =$$

تمرين 3:

أحسب ما يلي:

$$A = (-3 + 6,9) - (4 + 0,5 - 8) + (10 - 7) - (-1 + 5)$$

$$B = [(-3 + 9) - (5,2 - 7)] - [(-2 - 15) + (-1 + 3,4)]$$

تمرين 4:

أحسب ما يلي:

$$2 - 7 - 3,1 + 9 =$$

$$-11,6 + 10 - 7 + 2,5 =$$

$$12 - 0,7 + 4 - 2 + 6 =$$

تمرين 5:

الجدول التالي يعطي أرباح و خسائر صانع تقليدي بالدينار الجزائري خلال ثلاثة أشهر متتالية:

أفريل	ماي	جوان	حصيلة 3 أشهر
4 698 +	809 -	?	8 195 +

ربح أم خسر هذا الصانع التقليدي في شهر جوان؟



حل التمرين 1:

معاكس 6,5 هو -6,5

معاكس 3 هو +3

معاكس 25,7 هو -25,7

معاكس 36 هو +36

حل التمرين 2:

$$\rightarrow 13 + 4,5 = 17,5$$

$$\rightarrow -13 + (-4,5) = -17,5$$

$$\rightarrow (-8) - (+3,5) = -8 + (-3,5) = -11,5$$

$$\rightarrow (+75) + (+11,50) = 75 + 11,5 = 86,5$$

$$\rightarrow (-75) + (-11,50) = -86,5$$

$$\rightarrow (+80,30) + (-10) = 80,3 - 10 = 70,3$$

$$\rightarrow (+16) + (-53) = -37$$

حل التمرين 3:

$$\rightarrow A = (-3 + 6,9) - (4 + 0,5 - 8) + (10 - 7) - (-1 + 5)$$

$$A = 3,9 - (4,5 - 8) + 3 - 4$$

$$A = 3,9 - (-3,5) + 3 - 4$$

$$A = 3,9 + 3,5 + 3 - 4$$

$$A = 10,4 - 4$$

$$A = 6,4$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow B &= [(-3 + 9) - (5,2 - 7)] - [(-2 - 15) + (-1 + 3,4)] \\
 B &= [6 - (-1,8)] - [(-17) + 2,4] \\
 B &= (6 + 1,8) - (-17 + 2,4) \\
 B &= 7,8 - (-14,6) \\
 B &= 7,8 + 14,6 \\
 B &= 22,4
 \end{aligned}$$

حل التمرين 4:

$$\begin{aligned}
 \rightarrow 2 - 7 - 3,1 + 9 \\
 &= -5 - 3,1 + 9 \\
 &= -8,1 + 9 \\
 &= 0,9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow -11,6 + 10 - 7 + 2,5 \\
 &= -1,6 - 7 + 2,5 \\
 &= -8,6 + 2,5 \\
 &= -6,1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow 12 - 0,7 + 4 - 2 + 6 \\
 &= 11,3 + 4 - 2 + 6 \\
 &= 15,3 - 2 + 6 \\
 &= 13,3 + 6 \\
 &= 19,3
 \end{aligned}$$

حل التمرين 5:

حصيلة شهر جوان:

$$\begin{aligned}
 \rightarrow 8\,195 - (4\,698 + (-809)) \\
 &= 8\,195 - (4\,698 - 809) \\
 &= 8\,195 - 3\,889 \\
 &= 4\,306
 \end{aligned}$$

حساب مجموع أو فرق عددين نسبيين باستعمال طريقة المستقيم المدرج

تعتبر طريقة المستقيم المدرج أو (مستقيم الأعداد)، من الطرق الناجعة و المفيد التدرب عليها في البداية لإكتساب مهارة جمع و طرح الأعداد العشرية النسبية . إن تمكنك من هذه الطريقة ، سيساعدك في إجراء عمليتي الجمع و الطرح على الأعداد العشرية النسبية بشكل سليم و صحيح ، و سجعلك قادرا على التغلب على مشكل الخلط الذي يقع في الإشارات السالبة و الموجبة.

(1) - شرح طريقة المستقيم المدرج في حساب مجموع أو فرق عددين نسبيين

يتحرك أمين على مستقيم الأعداد يمينا و يسارا و يجري مجموعة من عمليتي الجمع و الطرح، عندما يخطو أربع خطوات نحو اليمين يكتب +4 أو 4 (بدون +)، عندما يخطو خطوتين نحو اليسار يكتب -2 و هكذا ...
تو صل أمين إلى ما يلي :

أ- في الجمع

مجموع عددين نسبيين موجبين



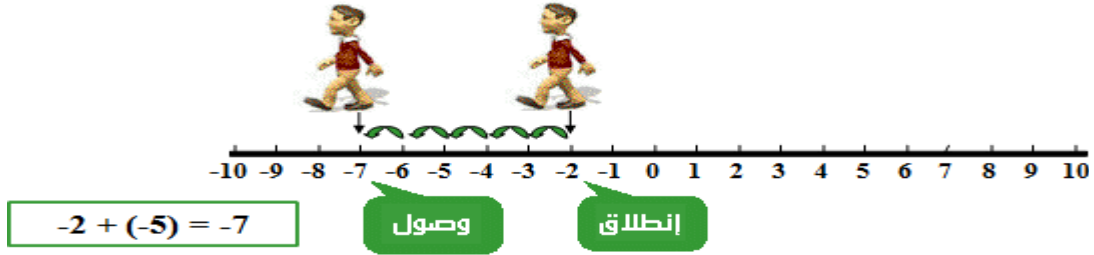
مجموع عددين عشريين نسبيين مختلفي الإشارة



مجموع عددين عشريين نسبيين مختلفي الإشارة



مجموع عددين عشرين نسبين سالبين

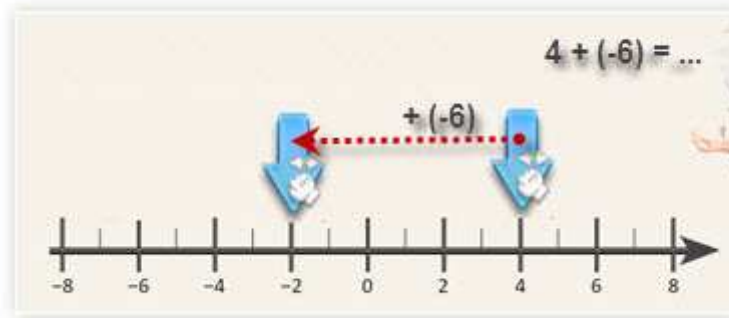


ب- في الطرح

لكي نطرح عدد b من عدد آخر a (a و b عدنان عشرين نسبين) نضيف إلى a مقابل b و نتصرف بنفس الكيفية السابقة

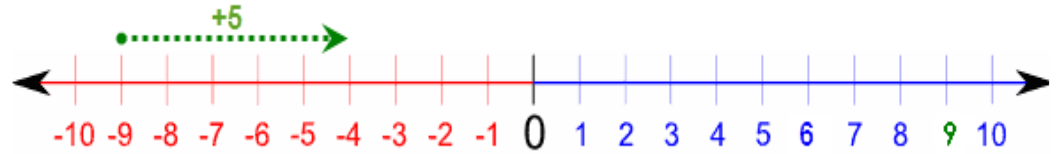
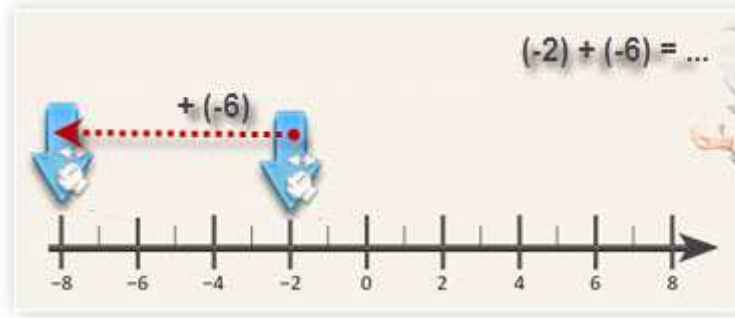
$$a - b = a + (-b)$$

تدريب على جمع الأعداد النسبية

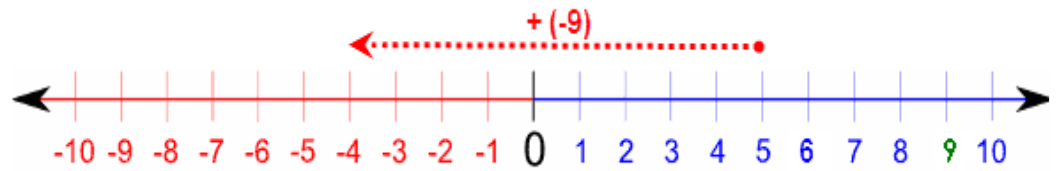


$$4 + (-6) = -2$$

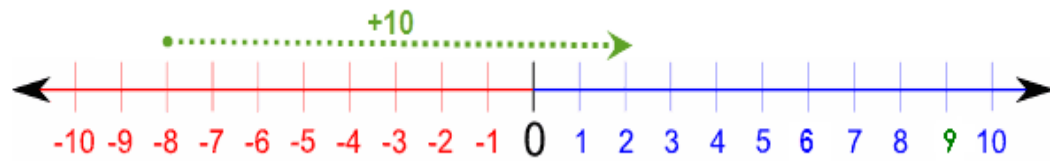




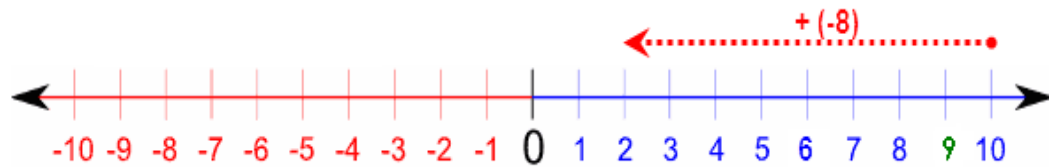
أحسب مايلي
 $(-9) + 5 = ?$



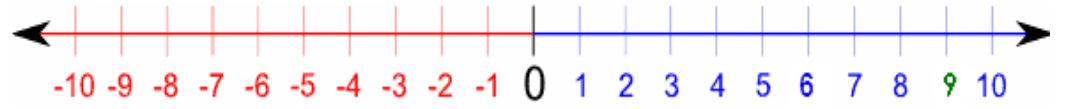
أحسب مايلي
 $5 + (-9) = ?$



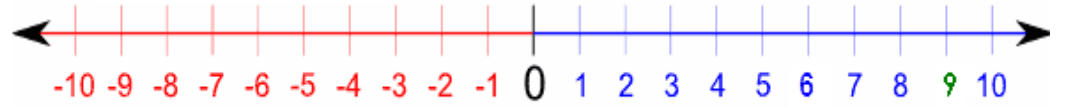
أحسب مايلي
 $(-8) + 10 = ?$



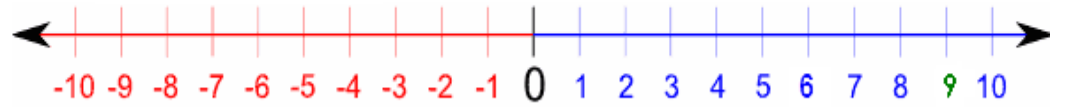
أحسب مايلي
 $10 + (-8) = ?$



أحسب مايلي
 $-3 + (-5) = ?$



أحسب مايلي
 $5 + (-3) = ?$



أحسب مايلي
 $8 - 5 = ?$

جمع و طرح الأعداد النسبية

(1) - مجموع عددين نسبيين : (أ) مجموع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة : * قاعدة 1 :

لحساب مجموع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة نحتفظ بالإشارة ثم نجمع مسافتيهما إلى الصفر .

* أمثلة :

$$\begin{aligned}22,4 + 1,5 &= 23,9 \\ -5,5 + (-7) &= -(5,5 + 7) = -12,5 \\ 112 + 58,15 &= 170,15 \\ -514,225 + (-57) &= -(514,225 + 57) = -571,225\end{aligned}$$

(ب) مجموع عددين نسبيين مختلفين في الإشارة : * قاعدة 2 :

لحساب مجموع عددين نسبيين مختلفين في الإشارة نأخذ إشارة العدد الأبعد عن الصفر ثم نحسب فرق مسافتيهما عن الصفر .

* أمثلة :

$$\begin{aligned}12,14 + (-25,4) &= -(25,4 - 12,14) = -13,26 \\ -14,11 + 36 &= +(36 - 14,11) = 21,89 \\ 125 + (-45,5) &= +(125 - 45,5) = 79,5 \\ -31,65 + 11,5 &= -(31,65 - 11,5) = -20,15\end{aligned}$$

(ج) مجموع عددين نسبيين متقابلين : * قاعدة 3 :

مجموع عددين نسبيين متعاكسين يكون دائما منعدما (أي يساوي صفر) .
 a عدد نسبي . $a + (-a) = 0$ و $-a + a = 0$

* أمثلة :

$$\begin{aligned}125,88 + (-125,88) &= 0 \\ -3367 + 3367 &= 0 \\ -359,7 + 359,7 &= 0 \\ 11258 + (-11258) &= 0\end{aligned}$$

(2) - فرق عددين نسبيين : * قاعدة 4 :

لحساب فرق عددين نسبيين نضيف إلى الحد الأول معاكس الحد الثاني .
 a و b عددان نسبيان : $a - b = a + (-b)$

* أمثلة :

$$\begin{aligned}21,25 - 11,5 &= 21,25 + (- 11,5) = + (21,25 - 11,5) = 9,75 \\13,55 - (- 12) &= 13,55 + 12 = 25,55 \\- 34 - 16 &= - 34 + (- 16) = - (34 + 16) = - 50 \\- 65,14 - (- 20) &= - 65,14 + 20 = - (65,14 - 20) = - 45,14\end{aligned}$$

2 - المجموع الجبري.

تعريف : نسمي مجموع جبري كل سلسلة عمليات جمع وطرح أعداد نسبية

أمثلة :

$$\begin{aligned}A &= (-9) + (-6) - (+13) - (-10) + (+5) \\B &= (-5) - (-6) - (+12) + (-21) + (+15)\end{aligned}$$

تبسيط مجموع جبري

قاعدة :

لتبسيط مجموع جبري نتبع مايلي :
* نكتب المجموع الجبري على شكل سلسلة من عمليات الجمع باضافة معاكس العدد المطروح
* ثم نحذف علامة (+) للجمع و نحذف القوسين لكل عدد.
* ثم نحذف قوسي العدد الأول من المجموع .

مثال

$$\begin{aligned}A &= (-5) - (-7) - (+3) + (-2) \text{ اليك المجموع الجبري} \\A &= (-5) + (+7) + (-3) + (-2) \text{ نحوله الى سلسلة عمليات جمع فقط :} \\A &= -5 + 7 - 3 - 2 \text{ نحذف علامة (+) للجمع و نحذف القوسين لكل عدد :} \\A &= 7 - 5 - 3 - 2 \text{ نجمع الأعداد السالبة ثم الموجبة} \\A &= 7 - 10 \\A &= - 3\end{aligned}$$

حساب مجموع جبري.

قاعدة:

لحساب مجموع جبري نبسط كتابته , ثم نجمع الأعداد الموجبة معاً و الأعداد السالبة معاً , فنحصل على مجموع او فرق عددين نسبيين

مثال:

حساب المجموع الجبري :

$$\begin{aligned}B &= (-5) - (-6) - (+12) + (+16) - (+15) \\B &= (-5) + (+6) + (-12) + (+16) + (-15) \\B &= -5 + 6 - 12 + 16 - 15 \\B &= 6 + 16 - 5 - 12 - 15 \\B &= 22 - 32\end{aligned}$$

تقنيات

* لإزالة الأقواس المسبوقة بعلامة + : نزيل علامة + و نحذف الأقواس بدون تغيير إشارة الأعداد التي بداخلها.
 * لإزالة الأقواس المسبوقة بعلامة - : نزيل علامة - و نحذف الأقواس مع تغيير إشارة الأعداد التي بداخلها .

* أمثلة :

$$A = 11 + (- 2,5 + 33 - 1,5) + (54 - 11 + 2) \\ = 11 - 2,5 + 33 - 1,5 + 54 - 11 + 2$$

$$B = 2,6 - (- 55 + 12,44 - 58 + 1) - (52 - 1,5 + 24,66) \\ = 2,6 + 55 - 12,44 + 58 - 1 - 52 + 1,5 - 24,66$$

* أمثلة :

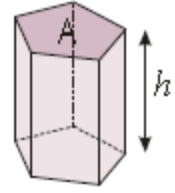
$$A = 2,5 + (- 11,5 + 1) - (- 14 + 2,5) - 7 \\ = 2,5 - 11,5 + 1 + 14 - 2,5 - 7 \\ = 2,5 - 2,5 + 1 + 14 - 11,5 - 7 \\ = 0 + 15 - 17,5 \\ = - (17,5 - 15) \\ = - 2,5$$

$$B = (3,5 - 1) - [- 11,5 + (3,5 - 7) - 1] + 22 - (-5,5 + 3) \\ = 3,5 - 1 - [-11,5 + 3,5 - 7 - 1] + 22 + 5,5 - 3 \\ = 3,5 - 1 + 11,5 - 3,5 + 7 + 1 + 22 + 5,5 - 3 \\ = 3,5 - 3,5 + 1 - 1 + 11,5 + 22 + 5,5 + 7 - 3 \\ = 0 + 0 + 46 - 3 \\ = 46 - 3 \\ = 43$$

حجم الموشور القائم

حجم الموشور القائم قاعدته مضلع مساحته A وارتفاعه h هو :

$$V = A \times h$$



أمثلة

①

نعتبر الموشور القائم $ABCEFG$ (الشكل جانبه) حيث

$AC = 29 \text{ mm}$ و $BC = 14 \text{ mm}$ و $BE = 24 \text{ mm}$

حساب V حجم الجسم

$$V = \frac{AC \times BC}{2} \times BE$$

$$V = \frac{29 \times 14}{2} \times 24 = 4872 \text{ mm}^3$$

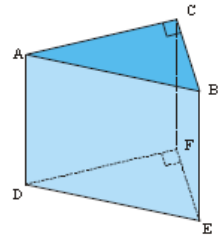
$$V = 4,87 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{AC \times BC}{2} \times BE$$

$$V = \frac{29 \times 14}{2} \times 24 = 4872 \text{ mm}^3$$

$$V = 4,87 \text{ cm}^3$$

حجم الموشور القائم
يساوي جداء مساحة القاعدة في
الارتفاع أي $V = B \times h$



لا تنس أن :

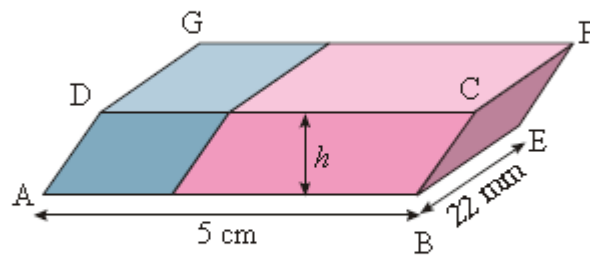
$$1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$$

②

ممحات جديدة لها شكل موشور قاعدته متوازي الاضلاع

$ABCD$ و ارتفاعه h حيث $h = 17 \text{ mm}$

نحسب V حجم الممحات .



$$V = (AB \times \dots) \times \dots = (\dots \times \dots) \times 22$$

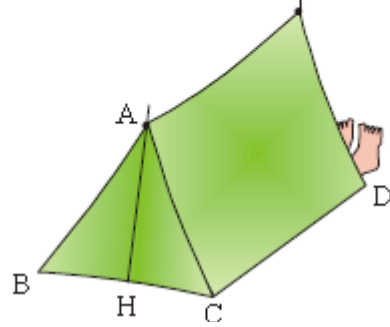
$$= \dots \times 22 = \dots (\text{mm}^3).$$

③

خيمة على شكل موشور قائم ارتفاعها $AH=2m$

قاعدته مستطيلة الشكل طولها $4m$

إذا علمت أن $2m$ وأن المثلث ABC متساوي الساقين
في A احسب BC ثم استنتج V حجم الخيمة

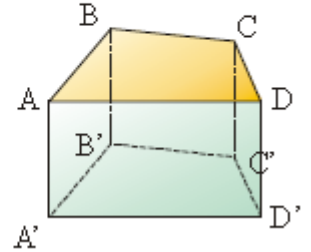


④

المشور القائم جانبه ارتفاعه $AA'=5cm$ ومساحته

$$B = 15cm^2 \quad B = 15cm^2$$

احسب V حجمه .



⑤

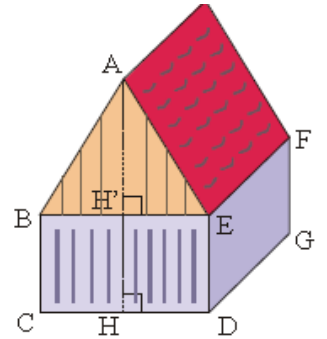
الشكل جانبه يمثل مسكنا على شكل موشور قائم قاعدته الخماسي $ABCDE$ ارتفاعه EF

حيث $AH=12,5m$ و $CD = 9 m ; ED = 5,2 m ; GD = 16 m$

1 - احسب AH' ارتفاع المثلث ABE المتساوي الساقين في A

2 - احسب مساحة المضلع $ABCDE$

3 - استنتج حجم المسكن



الخماسي $ABCDE$ مكون
من مثلث ABE ومستطيل
 $BCDE$

متوازي الأضلاع

في هذا الدرس نتعرف على أحد الرباعيات الشهيرة و المعروف بمتوازي الأضلاع. هذا الشكل الهندسي يمتلك مجموعة من الخصائص تميزه عن الأشكال الهندسية الأخرى و يعتبر من الرباعيات الخاصة كالمربع و المستطيل و المعين ...

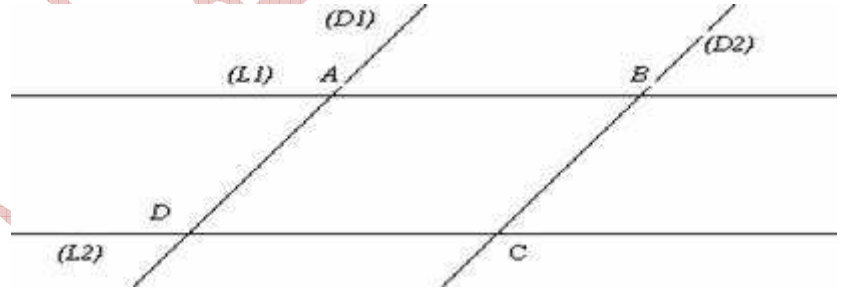


تعريف متوازي الأضلاع

(1) - مثال :

(D_1) و (D_2) مستقيمان متوازيان .

(L_1) و (L_2) مستقيمان متوازيان يقطعان (D_1) و (D_2) على التوالي في : A و B و C و D .



نسمي الرباعي ABCD متوازي الأضلاع

تعريف :

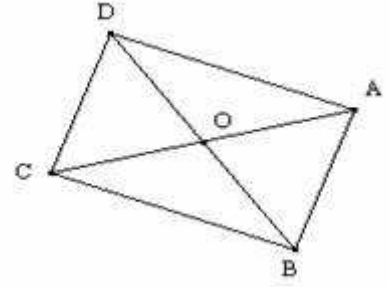
متوازي الأضلاع هو رباعي يكون فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان

خاصية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع

(أ) - الخاصية المباشرة :

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

لنبين : $AB = CD$ و $AD = BC$



نعلم أن O مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

إذن O منتصف القطرين $[AC]$ و $[BD]$.

و منه نستنتج أن : A و C متناظرتين بالنسبة للنقطة O وكذلك B و D .

وبالتالي فإن : $AB = CD$ و $AD = BC$ (حسب خاصية الحفاظ على المسافة بين نقطتين).

خاصية 1 :

إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن كل ضلعين متقابلين فيه

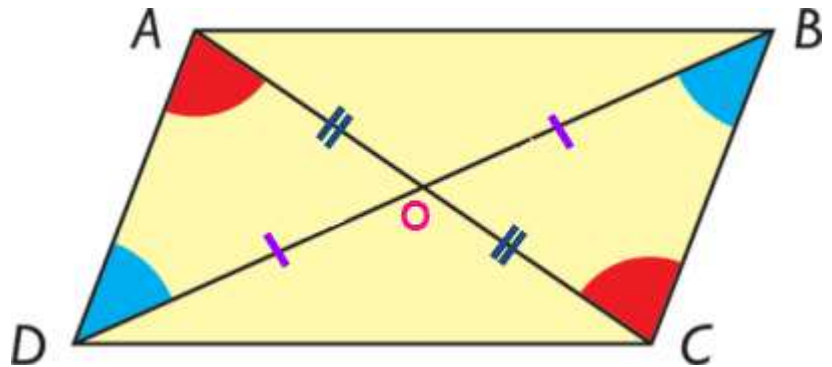
(ب) - الخاصية العكسية :

خاصية 2 :

إذا كان كل ضلعين متقابلين متقايسين في رباعي فإنه يكون متوازي

خاصية القطرين في متوازي الأضلاع

(أ) - الخاصية المباشرة :



$ABCD$ متوازي الأضلاع قطراه يتقاطعان في O .

نلاحظ أن O منتصف القطريين $[AC]$ و $[BD]$.

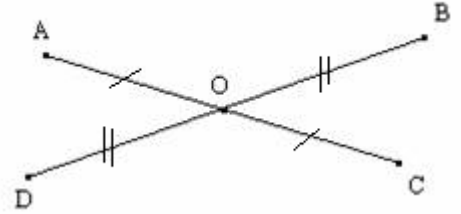
خاصية 1 :

إذا كان رباعي متوازي الأضلاع فإن لقطريه نفس المنتصف

ملاحظة هامة : نسمي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع مركزه .

(ب) - الخاصية العكسية :

A و B و C و D نقط بحيث [AC] و [BD] لهما نفس المنتصف O و حاملهما غير متعامدين :



لنبرهن أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

من أجل هذا سنبرهن أن (AB) يوازي (CD) و أن (AD) يوازي (BC) :

نعلم أن O منتصف [AC] و [BD] إذن :

A و C متناظرتين بالنسبة للنقطة O .

B و D متناظرتين بالنسبة للنقطة O .

إذن : المستقيمين (AB) و (CD) متناظرين بالنسبة للنقطة O و كذلك المستقيمين (AD) و (BC) .

و منه فإن (AB) // (CD) و (AD) // (BC)

و بالتالي فإن ABCD متوازي الأضلاع (حسب التعريف) مركزه النقطة O .

خاصية 2 :

إذا كان لقطري رباعي نفس المنتصف فإنه متوازي الأضلاع

* تمرين تطبيقي :

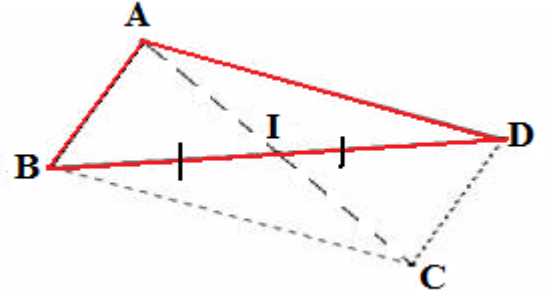
ABC مثلث و I منتصف [AC] .

(1) – أنشئ D نظيرة B بالنسبة للنقطة I .

(2) – أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

الحل :

(1) – الشكل :



(2) - لنثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع :

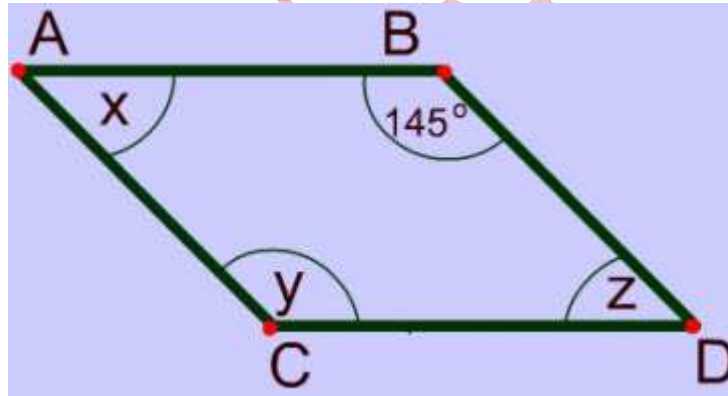
نعلم أن I : منتصف [AC] ... (1)

و لدينا D نظيرة B بالنسبة للنقطة I .

إذن I : منتصف [BD] (2)

من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع . (حسب الخاصية العكسية للقطرين) .

(3) - خاصية الزوايا المتقابلة :

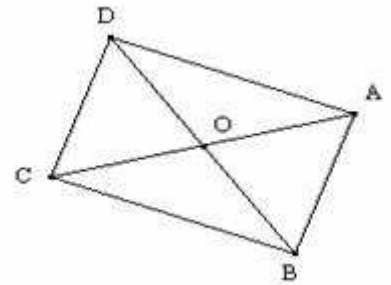


**خاصية الزوايا
في متوازي
الأضلاع**

(أ) - الخاصية المباشرة :

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

لنبين أن $\hat{A}BC = \hat{A}DC$ و أن $\hat{B}AC = \hat{B}CD$.



نعلم أن ABCD متوازي الأضلاع مركزه O .

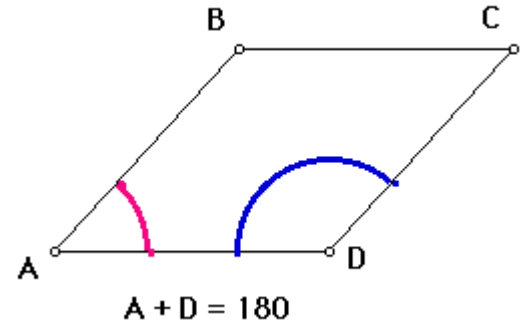
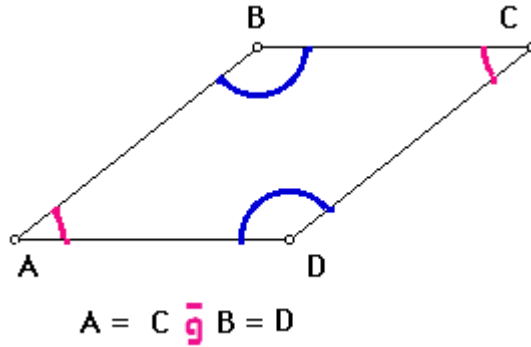
إذن : O منتصف القطرين [AC] و [BD] .

ومنه فإن : A و C متناظرتين بالنسبة للنقطة O وكذلك B و D .

إذن الزاويتان $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$ و $\hat{A}\hat{D}\hat{C}$ متناظرتين بالنسبة للنقطة O

وكذلك الزاويتين $\hat{B}\hat{C}\hat{D}$ و $\hat{B}\hat{A}\hat{D}$

وبالتالي فإن : $\hat{A}\hat{B}\hat{C} = \hat{A}\hat{D}\hat{C}$ و $\hat{B}\hat{C}\hat{D} = \hat{B}\hat{A}\hat{D}$

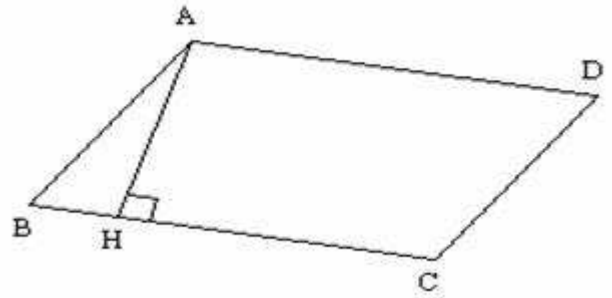


خاصية 2 :

إذا كانت زاويتين متقابلتين في مضلع رباعي متقايستان فإنه متوازي

4 - ارتفاع متوازي الأضلاع :

ABCD متوازي الأضلاع و H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (CD) .

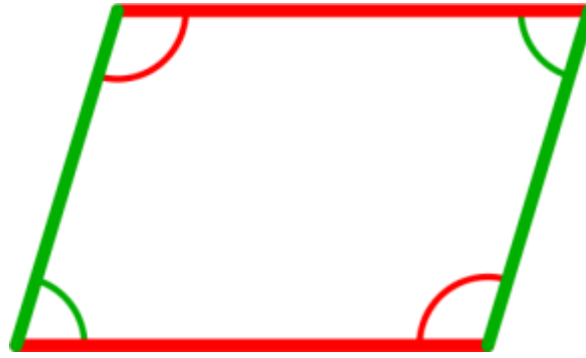


نسمي AH ارتفاع متوازي الأضلاع ABCD .

(5) - خاصية إضافية :

خاصية 2 :

إذا كان لرباعي ضلعان متقابلان و حاملهما متوازيين فإنه يكون متوازي الأضلاع .



طرق إنشاء متوازي الأضلاع

الطريقة الأولى: ننشئ متوازي الأضلاع بإستعمال التعريف .

الطريقة الثانية: ننشئ متوازي الأضلاع بإستعمال خاصية القطرين .

الطريقة الثالثة: نستعمل فيها خاصية الأضلاع المتقابلة.

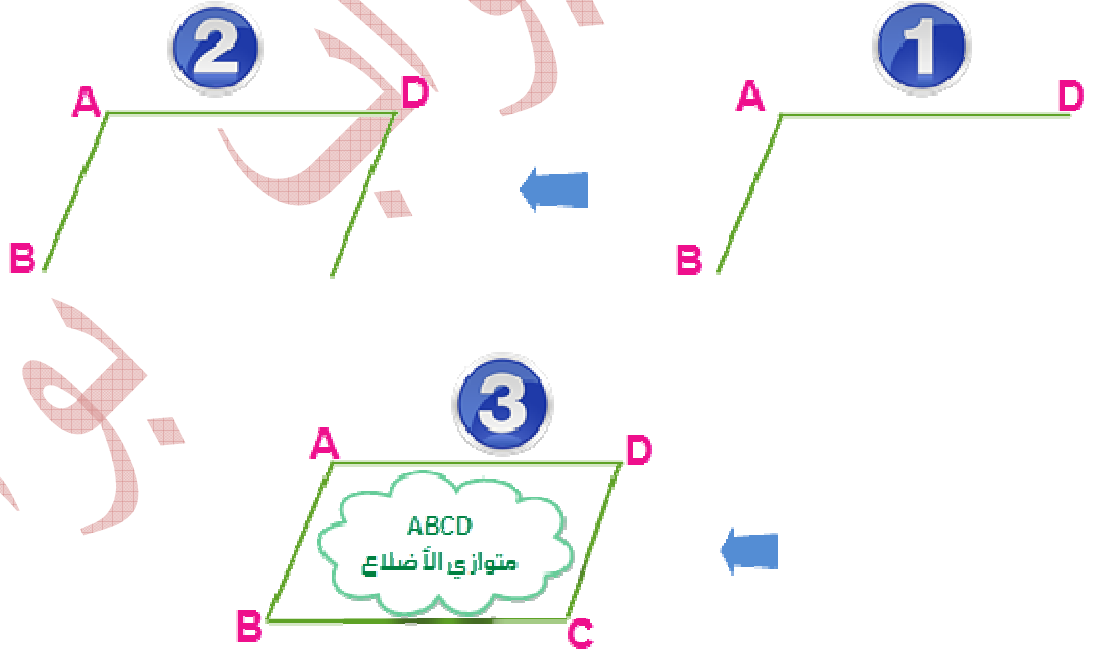
إنشاء متوازي الأضلاع بإستعمال التعريف :

لكي ننشئ ABCD متوازي الأضلاع بمعرفة طولي ضلعين متتاليين نتبع المراحل التالية :

1. ننشئ ضلعين متتاليين $[AB]$ و $[AD]$

2. ننشئ المستقيم الموازي ل (AB) و المار من D

3. ننشئ الموازي ل (AD) و المار من B ثم ننشئ C.



ABCD متوازي الأضلاع لأن كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان

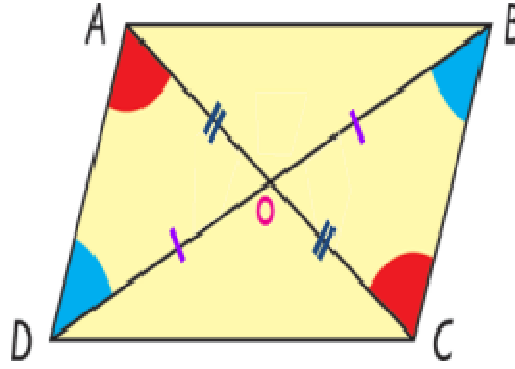
إنشاء متوازي الأضلاع بإستعمال خاصية القطرين :

1. ننشئ مستقيمين متقاطعين في نقطة O

2. ننشئ A و C بحيث يكون O هو منتصف القطعة $[AC]$

3. ننشئ B و D بحيث يكون O هو منتصف القطعة $[BD]$

4. ننشئ المضلع ABCD



خاصية القطرين

ABCD متوازي الأضلاع لأن لقطريه نفس المنتصف

إنشاء متوازي الأضلاع باستعمال خاصية الأضلاع المتقابلة:

1. ننشئ ضلعين متتاليين [AB] و [AD]
2. ننشئ نقطة C بحيث $BC = AD$ و $DC = AB$
3. ننشئ ABCD

ABCD متوازي الأضلاع لأن كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان