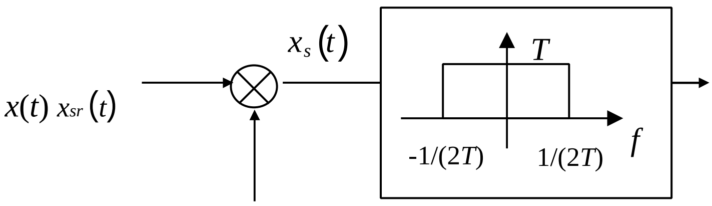
1.2 Partie 1 : Théorème de l'échantillonnage

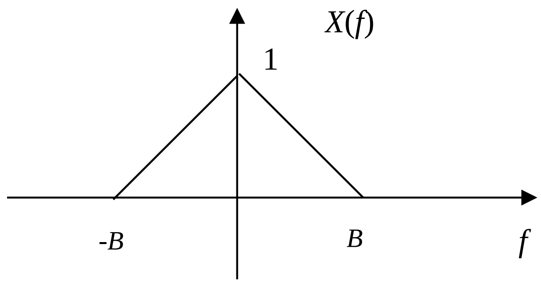
On étudie l'échantillonnage et la reconstruction du signal. Soit un signal continu à échantillonner $x(t)$, multiplié par un train d'impulsions, ce qui donne un signal échantillonné $x_s(t)$.

Ce dernier signal est l'entrée d'un filtre passe bas idéal qui donne le signal reconstruit $x_{sr}(t)$.



$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$$

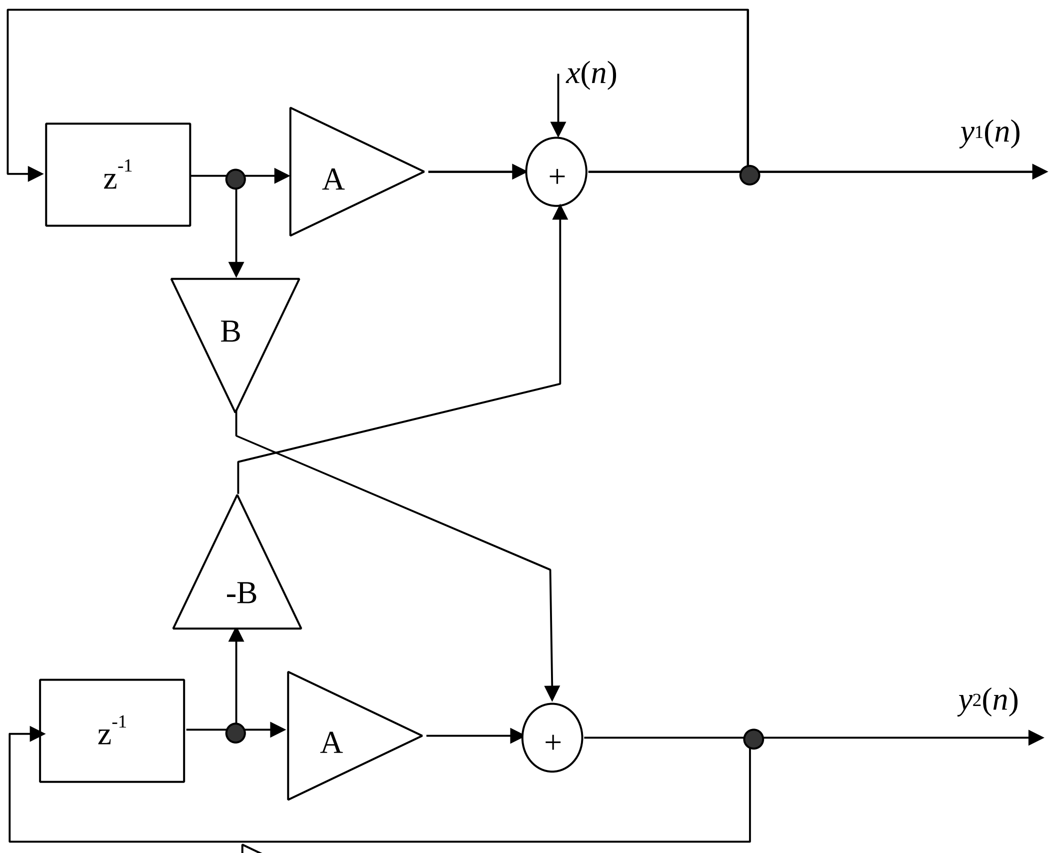
1) Donner la transformée de Fourier de $x_s(t)$ en fonction de celle de $x(t)$. La réponse ne doit pas faire intervenir de produit de convolution. 2) La transformée de Fourier de $x(t)$ est :

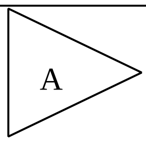


3) Donner théoriquement la transformée de Fourier de $x_s(t)$ dans les cas où $T = \frac{1}{4B}$, $T = \frac{1}{2B}$ et $T = \frac{1}{B}$. La représenter à l'aide de *Matlab*.

4) Pour les trois cas ci dessus, quelle est la représentation de la transformée de Fourier de $x_{sr}(t)$?
5) Quelle est la plus grande valeur de T pour laquelle $x_{sr}(t) = x(t)$. Commentaires ?
6) Application : générer le signal $x(t)$ et représenter le à l'aide de *Matlab*. Application numérique : B=100*Hz*.

Partie 2 : Un système particulier à analyser



où z^{-1} est l'opérateur retard et 

une amplification par le facteur A.

1) Exprimer $y_1(n)$ en fonction de $y_1(n\text{-}1)$, de $y_2(n\text{-}1)$ et de $x(n)$. Faire de même pour $y_2(n)$.

2) Prendre $A = \cos(\theta_0)$, $B = \sin(\theta_0)$, $y_1(-1) = \cos(-\theta_0)$ et $y_2(-1) = \sin(-\theta_0)$. Si $x(n)$=0, donner l'expression de $y_1(n)$ et de $y_2(n)$. Justifier votre réponse. Que représente ce circuit ?

3) Donner la fonction de transfert $H_1(z) = Y_1(z) / X(z)$ et $H_2(z) = Y_2(z) / X(z)$. Donner à l'aide de *Matlab* le diagramme en phase et en amplitude des transformations associées aux deux fonctions de transfert $H_1(z)$ et $H_2(z)$.

4) Prendre $A = B = \sqrt{2}/2$. Tracer le diagramme des pôles et des zéros pour $H_1(z)$ et $H_2(z)$.

5) Prendre $A = B = \sqrt{2}/2$ et $x(n) = \delta(n)$. Donner l'expression des réponses impulsionnelles $h_1(n)$ et $h_2(n)$.