Département d'informatique
<u>EMD</u> Module : ThL (Théorie des Langages),(Licence 2) **12/02/2018**

L'usage du téléphone portable est strictement interdit

<u>Exercice 1: (6 pts)</u>

Soient les grammaires G1, G2, G3 suivantes:

La grammaire G1 :	*La grammaire G2 :*	*La grammaire G3 :*
$S \to aSBC/aSC/\varepsilon$	$S \to aB/\varepsilon$	$S \to aaA$
$BC \to CB/B$	$aB \to ab$	$A \to Sbb/\varepsilon$
$aC \to ac/a$	$B \to S$	

1. Déterminer le type de chaque règle, puis le type de chaque grammaire.

<u>Réponse : (1 pt)</u>	**<u>Réponse : (1 pt)</u>**	**<u>Réponse : (1 pt)</u>**
La grammaire G1 :	*La grammaire G2 :*	*La grammaire G3 :*
$S \to aSBC$ type …2……	$S \to aB$ type …3……	$S \to aaA$ type …3……
$S \to aSC$ type …2……	$S \to \varepsilon$ type …3……	$A \to Sbb$ type …3……
$S \to \varepsilon$ type …3……	$aB \to ab$ type …1……	$A \to \varepsilon$ type …3……
$BC \to CB$ type …0……	$B \to S$ type …3……	
$BC \to B$ type …1……		
$aC \to ac$ type …1……		
$aC \to a$ type …1……		
Le type de G1 est …0……	**Le type de G2 est …0……**	**Le type de G3 est …2……**

2. Déterminer le langage généré par chaque grammaire.

<u>Réponse : (1 pt)</u>

Le langage généré par la grammaire G1 est :

$L(G1) = \{a, ac, \varepsilon\}$

<u>Réponse : (1 pt)</u>

Le langage généré par la grammaire G2 est :

$L(G2) = \{a^i b \ , i \geq 1\} \cup \{\varepsilon\}$

<u>Réponse : (1 pt)</u>

Le langage généré par la grammaire G3 est :

$L(G3) = \{(aa)^{i+1}(bb)^i \ , i \geq 0\}$ *au lieu de* $\{(aa)^{i+1}(bb)^i \ , i \geq 0\} \cup \{\varepsilon\}$

Exercice 2 : (7 pts)

Soient les langages suivants :

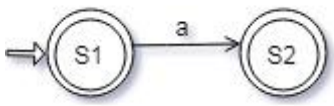
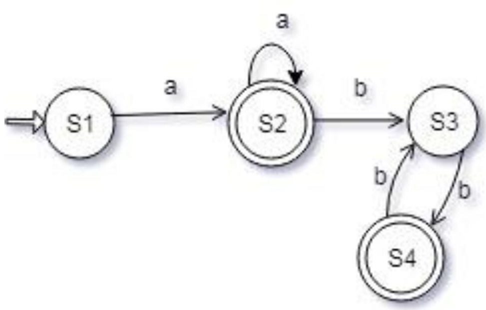
$L = \{\varepsilon, a\}$, $M = \{a^i b^{2j} \ , \ i \geq 1, j \geq 0\}$,

$K_n = \{a^{2i} b^{2i} \ , \quad i \geq n\} \quad \boldsymbol{n} \in \mathbb{N} \quad (\mathbb{N} \quad est\ l'ensemble\ des\ entiers\ naturels)$

1. Donner L^R.

Réponse (0,5 pt) : $L^R = \{\varepsilon, a\}$

2. Trouver les automates à états finis **simples et déterministes** (AEF) reconnaissant les langages L et M.

L'AEF reconnaissant L (1 pts):	***L' AEF reconnaissant M (1 pts) :***
	

3. Trouver les grammaires qui génèrent L, M et K_1.

La grammaire qui génère L (0,5 pt):	***La grammaire qui génère M (0,5 pt):***	***La grammaire qui génère K_1 (0,5 pt):***
$S \rightarrow a/\varepsilon$	$S \rightarrow AB$ $A \rightarrow aA/a$ $B \rightarrow bbB/\varepsilon$	$S \rightarrow aaSbb/aabb$

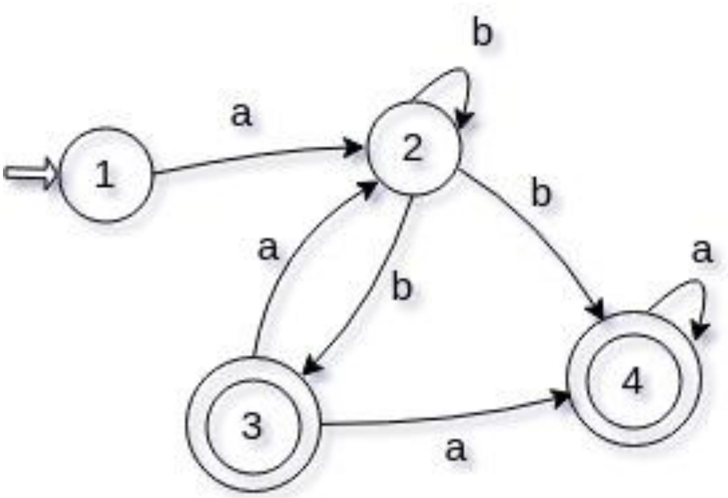
4. Donner une condition suffisante mais pas nécessaire sur « n » pour que $\boldsymbol{K_n \cap L = \emptyset}$.

Réponse (0,5 pt): $\boldsymbol{i} > 1$ / $\boldsymbol{i = 1}$

5. Calculer $M \cap L$, $M \cap K_1$, $M \cap K_n$.

Réponse (0,5 pt): $M \cap L = \{ a \}$
Réponse (0,5 pt): $M \cap K_1 = K_1 = \{a^{2i}b^{2i}, \ i \geq 1\}$
Réponse (0,5 pt): $M \cap K_n = K_n = \{a^{2i}b^{2i}, \ i \geq n, \ \ n \geq 1\}$

6. Donner une expression régulière qui dénote le langage reconnu par l'AEF suivant :



Réponse (1 pt):

$a(b^*(ba)^*)^*ba^*$

Exercice 3 (7 pts): Soient les langages suivants :

$L_1 = \{a^i b^j c^j,\ \ i \geq j \geq 0\}$, $\quad L_2 = \{a^{i-2j} b^i a^j,\ \ i \geq 0, j \geq 0\}$

1. Trouver les grammaires qui génèrent chaque langage.

Réponse : *(2 pts)*	***Réponse :*** *(2 pts)*
La grammaire qui génère L_1:	***La grammaire qui génère L_2:***
$S \ \rightarrow\ aS/aSBc/\varepsilon$	$S \rightarrow AB$
$cB \rightarrow Bc$	$A \rightarrow aAb/\varepsilon$
$aB \rightarrow ab$	$B \rightarrow bbBa/\varepsilon$
$bB \rightarrow bb$	

2. Calculer le langage $L = L_1 \cap L_2$, puis trouver la grammaire qui génère le langage L.

Réponse (1 pt) : Le langage $L = L_1 \cap L_2$ est :

$L = L_1 \cap L_2 = \ \{\varepsilon\}$ *au lieu de* $\{a^i,\ \ i \geq 0\}$

Réponse (1 pt) : La grammaire qui génère le langage $L = L_1 \cap L_2$ est :

$S \rightarrow \varepsilon$ ***au lieu de*** $S \rightarrow aS/\varepsilon$

3. Trouver la grammaire qui génère le langage $L' = L_1 \cup L_2$ en expliquant en 2 lignes la démarche suivie dans le calcul.

Réponse (0,5 pt) : La grammaire qui génère le langage $L' = L_1 \cup L_2$est :

$S \ \rightarrow\ S1/S2$

$S1 \ \rightarrow\ aS1/aS1Bc/\varepsilon$

$cB \rightarrow Bc$

$aB \rightarrow ab$

$bB \rightarrow bb$

$S2 \rightarrow A'B'$

$A' \rightarrow aA'b/\varepsilon$

$B' \rightarrow bbB'a/\varepsilon$

Explication *(0,5 pt)* :

À partir de l'axiome S, nous obtenons un mot appartenant à L_1 (à partir de S1) ou un mot appartenant à L_2 (à partir de S2).