U.S.T.H.B **Faculté des Mathématiques** **1ère année Licence ST** **Sections 1-15**	**Rattrapage de Maths** 1	**Coordination SM-ST du module MATHS I** **Année universitaire 2019-2020** **Durée: 01 h 15 mn**

La calculatrice, l'effaceur et le téléphone portable sont strictement interdits

Exercice 1 (5 points)

1. Résoudre dans son domaine de définition l'équation suivante: $\ln(x+2)+\ln(x+3)=\ln(x+5)$.

2. Calculer la limite suivante: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{x}E\left(x-\frac{1}{x}\right)+2\right]$.

2. Donner la contraposée de la proposition suivante: $-1\leq x\leq 1 \Rightarrow |x|\leq 1$.

Exercice 2 (4 points)

1. En utilisant le Théorème des accroissements finis, montrer que : $\forall x\in]1,+\infty[$, on a:

$$\frac{x-1}{1+x^2}<\arctan(x)-\arctan(1)<\frac{1}{2}(x-1).$$

2. Déduire que: $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{5}<\arctan(2)<\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$.

Exercice 3 (5 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases} x^2e^{\frac{1}{x}} & si \quad x<0 \\ 0 & si \quad x=0 \\ x^2(1+\ln x) & si \quad x>0. \end{cases}$

1. Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0=0$.

2. f est-elle de classe C^1 en $x_0=0$?

Exercice 4 (6 points)

1. Déterminer le développement limité de $f(x)=\dfrac{e^{\sqrt{1+x^2}}+e^{\sqrt{1-x}}}{1+\sin(x)}$ à l'ordre 2 au voisinage de 0, puis en déduire l'équation de la tangente au point $(0,f(0))$ à la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

2. En utilisant les développements limités, calculer la limite suivante: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(chx\cos x)}{x^4}$.

On donne les développements limités au voisinage de 0 suivants.

$\cos x=1-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{24}x^4+o(x^4)$, $\quad chx=1+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{24}x^4+o(x^4)$, $\quad \sqrt{1+x}=1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+o(x^2)$

$\sin x=x+o(x^2)$, $\quad \ln(1+x)=x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^4+o(x^4)$.