Epreuve Physique 3 : Ondes & Vibrations — 2ème Année

Exercice 1 (06 points) *Questions de Cours*

- Répondez aux questions suivantes :

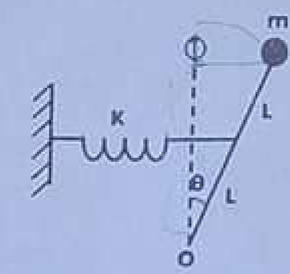
1. La pulsation de résonance est la pulsation qui donne l'amplitude maximale, ou l'amplitude minimale ?
2. Le facteur de qualité est relié à la pulsation propre ω_0 et l'amortissement α par : $\frac{\omega_0}{2\alpha}$ ou $\frac{2\alpha}{\omega_0}$
3. C'est quoi le phénomène de résonnance ?
4. La pulsation propre ω_0 d'un oscillateur harmonique est liée a sa période propre T_0 par : $\omega_0 = 2\pi/T_0$, ou $\omega_0 = 2\pi.T_0$
5. C'est quoi un oscillateur harmonique ?
6. Quels sont les paramètres qui influent sur un oscillateur harmonique libre-amorti.

Exercice 2 (06 points) Considéré comme une interrogation

Le système ci-contre (**Système 1**) peut tourner librement autour du point « o ». ($\theta \ll 1$)
La boule est supposé ponctuelle, et la tige sans masse. **Par la méthode de Lagrange** :

1. Trouver l'énergie cinétique **T** et l'énergie potentielle **U**. et le lagrangien L.
2. Trouver l'équation différentielle du mouvement et la pulsation propre ω_0.
3. Calculer la valeur de la pulsation propre ω_0

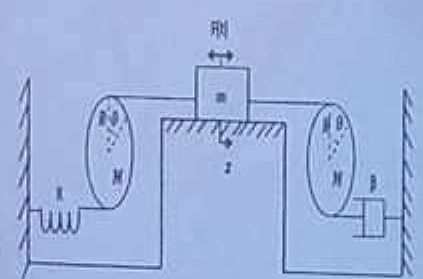
   On donne : $m = 1$ Kg, $L = 1$m, $g = 10$ m.s^{-2} et $K = 36$ N.m^{-1}.



Système (1)

Exercice 3 (08 points)

Dans le système ci-contre. Une masse **m** est relié par deux disques de masse **M** Et de rayon **R**, le fil autour des disques est inextensible et non glissant. L'un des disques est relié par un coefficient de frottement visqueux β, et l'autre par un ressort de raideur **K**. A l'équilibre le ressort était non déformé. **Voir (Système 2)**.
Une excitation sinusoïdale : $F(t) = F_0\cos\Omega t$. Est appliquée sur la masse **m**



Système (2)

1. Trouver l'énergie cinétique **T**, l'énergie potentielle **U**, et la fonction de dissipation D.
2. Trouver le Lagrangien, et l'équation différentielle du mouvement en fonction de x.
3. En utilisant les nombres complexes : Trouver l'amplitude **A**, et la phase Ψ de la solution permanente $x(t) = A\cos(\Omega t + \Psi)$.
4. Calculer la pulsation de résonance Ω_r et le facteur de qualité **Q** du système.

   On donne : $M = 2$ Kg, $m = 1$ Kg, $g = 10$ m.s^{-2}, $\beta = 0.6$ N.s.m^{-1} et $K = 27$ N.m^{-1}.

Bonne Chance !

- Université de Batna-2.
Département LMD/ST.
Année Universitaire
2016 - 2017.

Corrigé de l'Examen.
Physique: P03.
ONDES ET VIBRATIONS.

- Exo : 01. Questions de Cours : (06 points).

1. La pulsation de résonance est la ~~pulsation~~ qui donne : l'Amplitude maximale. 1pts

2. Le Facteur de qualité est relié à la pulsation propre ω_0 et l'amortissement α : $\frac{\omega_0}{2\alpha} = Q$. 1pts

3. La résonance est un phénomène selon lequel certains systèmes physiques (électriques, mécaniques, ...) sont sensibles à certaines fréquences. Un système résonant peut accumuler une énergie, si celle-ci est appliquée sous forme périodique, et proche d'une certaine fréquence dite « fréquence de résonance ». 1pts

4. La pulsation propre : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$. 1pts

5. Un Oscillateur harmonique est un système animé par des va et vi
on l'appelle aussi un mouvement qui s'effectue de part et d'au
d'une position d'équilibre. 1pts

6. Les paramètres qui influent : l'augmentation de l'amortissement et aussi l'influence des paramètres masse et rigidité (K) sur la période propre. 1pts

Exo. 03 : (08 points).

1. Trouver l'energie cinètique:

$$T = T_m + T_M + T_M = \tfrac{1}{2} m \dot{x}^2 + \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{2} MR^2 \dot{\theta}^2 + \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{2} MR^2 \dot{\theta}^2$$

$$\boxed{T = \tfrac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2}$$ car $\boxed{x = R\theta}$. 0,25 pts

2. L'energie potentielle, $U \simeq U_K \simeq \tfrac{1}{2} K (R\theta)^2$

$$\boxed{U_K \simeq \tfrac{1}{2} K x^2}$$ 0,25 pts

3. Le lagrangien : $\mathcal{L} = T - U = \tfrac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 - \tfrac{1}{2} K x^2$. 0,25 pts

4. La fonction de dissipation. $D = \tfrac{1}{2}\beta(R\dot{\theta})^2 = \tfrac{1}{2}\beta \dot{x}^2$. 0,25 pts

5. L'equation diff du mouvement

- Formalisme de lagrange :

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}}\right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}\right) = -\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} + F(t)}$$ 0,25 pts

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (M+m)\dot{x} \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}}\right) = (M+m)\ddot{x}.$$ 0,5 pts ; 0,25 pts

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -Kx \;;\; \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = \beta \dot{x}$$ 0,25 pts ; 0,25 pts

$$(M+m)\ddot{x} + Kx = -\beta\dot{x} + F(t).$$

$$(M+m)\ddot{x} + \beta\dot{x} + Kx = F(t).$$

Les_Examen_Final.pdf

$$(M+m)\ddot{x} + \beta\dot{x} + Kx = F(t).$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{\beta}{(M+m)}\dot{x} + \frac{K}{(M+m)}x = \frac{F_0}{(M+m)}\cos\Omega t}$$

1pts

$\Rightarrow$ L'equation est de la Forme: $\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = \left(\frac{F_0}{(M+m)}\right)\cos$

avec: $\boxed{\alpha = \frac{\beta}{2(M+m)}}$ 0,25pts ; $\boxed{\omega_0^2 = \frac{K}{(M+m)}}$ 0,25pts

$\Rightarrow$ La solution permanente est: $x(t) = A\cos(\Omega t + \varphi)$.

Utilisons les nombres complexes pour trouver A et φ.

$\Rightarrow \left(\frac{F_0}{(M+m)}\right)\cos\Omega t \longrightarrow \left(\frac{F_0}{(M+m)}\right)e^{j\Omega t}$. 0,25pts

$\Rightarrow x(t) = A\cos(\Omega t + \varphi) \longrightarrow \tilde{x} = Ae^{j\Omega t}e^{j\varphi}$. 0,25pts

$\Rightarrow \dot{\tilde{x}}(t) = jA\Omega e^{j(\Omega t + \varphi)} \longrightarrow \dot{\tilde{x}}(t) = j\Omega\tilde{x}_p(t)$ 0,25pts

$\ddot{\tilde{x}}(t) = -A\Omega^2 e^{j(\Omega t + \varphi)} \longrightarrow -\Omega^2\tilde{x}_p(t) = \ddot{\tilde{x}}_p(t)$. 0,25pts

$\Rightarrow -\Omega^2\tilde{x}_p(t) + j2\alpha\Omega\tilde{x}_p(t) + \omega_0^2\tilde{x}_p(t) = \frac{F_0}{(M+m)}e^{j\Omega t}$. 0,25pts

$\Rightarrow \left[(\omega_0^2 - \Omega^2) + j2\alpha\Omega\right]\tilde{x}_p(t) = \frac{F_0}{(M+m)}e^{j\Omega t}.$

$$\Rightarrow \left[\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)+j2\alpha\Omega\right]A\,e^{j(\Omega t+\varphi)}=\frac{F_0}{(M+m)}\,e^{j\Omega t}$$ 0,25pts

$$\Rightarrow \left[\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)+j2\alpha\Omega\right]A\cancel{e^{j\Omega t}}\,e^{j\varphi}=\frac{F_0}{(M+m)}\cancel{e^{j\Omega t}}$$

$$\Rightarrow \left[\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)+j2\alpha\Omega\right]A\,e^{j\varphi}=\frac{F_0}{(M+m)}$$ 0,25pts on divise par $e^{j\varphi}$ et on trouve

$$\Rightarrow \left[\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)+j2\alpha\Omega\right]A=\frac{F_0}{(M+m)}\,e^{-j\varphi}$$ 0,25pts $e^{-j\varphi}=\cos\varphi-j\sin\varphi$.

$$\begin{cases}\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)A=\dfrac{F_0}{(M+m)}\cos\varphi & \text{------ (1)} \\[2ex] 2\alpha A\Omega=\dfrac{-F_0}{(M+m)}\sin\varphi & \text{------ (2)}\end{cases}$$ 0,25pts 0,25pts

$$(1)^2+(2)^2\Rightarrow\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)^2A^2+\left(2A\alpha\Omega\right)^2=\left(\frac{F_0}{(M+m)}\right)^2$$ 0,25pts

et que $\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1$:

$$\Rightarrow \boxed{A(\Omega)=\frac{F_0/M+m}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)^2+\left(2\alpha\Omega\right)^2}}}$$ 0,25pts

$$\Rightarrow (2)/(1)\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi=\frac{-2\alpha\Omega}{\omega_0^2-\Omega^2}\Rightarrow \boxed{\varphi(\Omega)=\operatorname{arctg}\left(\frac{-2\alpha\Omega}{\omega_0^2-\Omega^2}\right)}$$ 0,25pts 0,25pts

4/

$\Rightarrow$ La pulsation de résonance. $\boxed{\Omega_r=\sqrt{\omega_0^2-2\alpha^2}}$ AN = 0,25pts $\boxed{\Omega_r=3\text{rad/s}}$

$\Rightarrow$ Le Facteur de qualité : $\boxed{Q=\dfrac{\omega_0}{2\alpha}}$ 0,25pts AN : $\boxed{Q=15}$ 0,25pts

Copié dans le Presse-papiers

Chargée de Cours.
Dr. Youb. L.