

## Interrogation

### Exercice 1. (08 pts)

Soient  $\alpha, \beta, \gamma$  trois formules du calcul propositionnel tel que :

$$\alpha : x \Rightarrow x \Rightarrow x$$

$$\beta : \bar{x} \Rightarrow \bar{x} \Rightarrow \bar{x}$$

$$\gamma : \bar{x} \wedge y \wedge x$$

1. donner la table de vérité de chaque formule (les trois dans la même table). Que pouvez-vous dire de ces formules ?
2. Est-ce que  $\alpha, \beta \models \gamma$  (justifier) ?
3. La formule  $\alpha \wedge \beta$  est elle logiquement équivalente à la formule  $\gamma$  ?
4. La formule  $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma$  est elle une contradiction ?
5. L'ensemble  $\{\alpha, \beta, \gamma\}$  est il satisfiable ?
6. Donner la FND de chacune des formules  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Corrigé de l'interrogation

1. La table de vérité

$x$	$\bar{x}$	$y$	$x \Rightarrow x$	$\alpha$	$\bar{x} \Rightarrow \bar{x}$	$\beta$	$\bar{x} \wedge y$	$\gamma$	$\alpha \wedge \beta$	$\alpha \wedge \beta \wedge \gamma$
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0

$\alpha$  est une formule satisfiable car  $\exists$  ligne où  $v(\alpha)=1$

$\beta$  " " " "  $\exists$  ligne où  $v(\beta)=1$

$\gamma$  " " " insatisfiable car  $\nexists$  ligne où  $v(\gamma)=1$ .

2. Effectivement  $\alpha, \beta \models \gamma$  car  $\nexists$  ligne où

$$v(\alpha)=v(\beta)=1 \text{ et } v(\gamma)=0.$$

3. Oui, on a bien  $\alpha \wedge \beta \equiv \gamma$  car  $\forall$  ligne de la table de vérité, on a  $v(\alpha \wedge \beta)=v(\gamma)$ .

4. La formule  $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma$  est une contradiction car  $\forall$  ligne de la table de vérité, on a  $v(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)=0$ .

5. L'ensemble  $\{\alpha, \beta, \gamma\}$  n'est pas satisfiable car  $\nexists$  ligne où  $v(\alpha)=v(\beta)=v(\gamma)=1$ .

$$6. FND(\alpha) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y}); FND(\beta) \equiv (\bar{x} \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})$$

$$FND(\gamma) \equiv 0.$$