Université de Béjaia — Février 2020

Département d'Informatique

$2^{ème}$ année LMD — Logique

Interrogation

Exercice 1. (08 pts)

1. Soient les propositions suivantes :
   p :"il a besoin d'un avocat"
   q : "il a été arrêté"
   r : "il a fait un accident"
   s : "il a besoin d'un docteur"
   t : "il est malade"
   Exprimer les formules suivantes dans le langage naturel :
   (a) $(t \to s) \wedge (q \to p)$
   (b) $p \to (q \vee r)$
   (c) $\neg(q \vee r) \to \neg p$
   (d) $(s \wedge q) \to r$
2. Dire si les ensembles suivants sont satisfiables ou non.
   (a)
   $$\Gamma_1 = \{p \vee q \vee \neg r; \neg p \vee q \vee \neg r; p \vee \neg q \vee r\}$$
   (b)
   $$\Gamma_2 = \{p \Rightarrow q \Rightarrow p; r \Rightarrow (r \Rightarrow 0) \Rightarrow p; (p \Rightarrow q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \Rightarrow p \Rightarrow r\}$$

Corrigé de l'interrogation.

1.

(a) s'il est malade alors il a besoin d'un docteur, et s'il a été arrêté alors il a besoin d'un avocat.

(b) s'il a besoin d'un avocat alors il a été arrêté ou il a fait un accident.

(c) s'il n'a pas été arrêté et il n'a pas fait un accident alors n'a pas besoin d'un avocat.

(d) s'il a besoin d'un docteur et il a été arrêté alors il a fait un accident.

2. $\Gamma_1 = \{p \vee q \vee \bar{r} \,;\, \bar{p} \vee q \vee \bar{r} \,;\, p \vee \bar{q} \vee r\}$.

p	q	r	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\bar{r}$	$p \vee q \vee \bar{r}$	$\bar{p} \vee q \vee \bar{r}$	$p \vee \bar{q} \vee r$
1	1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1

Γ_1 est satisfiable car $\exists$ ligne où $v(p \vee q \vee \bar{r}) = v(\bar{p} \vee q \vee \bar{r}) = v(p \vee \bar{q} \vee r) = 1$.

soit $\Gamma_2 = \{\overbrace{p \Rightarrow q \Rightarrow p}^{\alpha_1} \,;\, \overbrace{r \Rightarrow (r \Rightarrow 0) \Rightarrow p}^{\alpha_2} \,;\, \overbrace{(p \Rightarrow q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \Rightarrow p \Rightarrow r}^{\alpha_3}\}$

			σ_1					σ_2	σ_3		
p	q	r	$p \Rightarrow q$	$\boxed{\alpha_1}$	$r \Rightarrow 0$	$r \Rightarrow (r \Rightarrow 0)$	$\boxed{\alpha_2}$	$\sigma_1 \Rightarrow r$	$\sigma_2 \Rightarrow \sigma_1$	$\sigma_3 \Rightarrow p$	$\boxed{\alpha_3}$
1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1

Γ_2 est satisfiable car $\exists$ ligne où $v(\alpha_1) = v(\alpha_2) = v(\alpha_3) = 1$