Université de Béjaia
Département d'Informatique
$2^{ème}$ année LMD

Février 2020

Logique

# Interrogation

**Exercice 1. (08 pts)**

1. Trois étudiants, d'une même section, font chacun une déclaration sur les cours qu'ils ont eu le jour du récit :
   1er étudiant : " Aujourd'hui nous avons eu : Analyse numérique, Logique et SI."
   2ème étudiant : " Aujourd'hui nous avons eu : SI, mais pas Analyse numérique, ni Logique. "
   3ème étudiant : " Aujourd'hui nous avons eu : Analyse numérique, mais pas SI, ni Logique. "
   Sachant que chaque étudiant a menti exactement deux fois, dans sa déclaration ; qu'est ce qu'ils ont eu réellement comme cours le jour du récit ?
2. Monter que $\neg p$ est une consequence logique de $p \Rightarrow m$ et $\neg m$.
3. Montrer que $\neg m$ n'est pas une consequence logique de $p \Rightarrow m$ et $\neg p$.

# Corrigé de l'interrogation

1) Considérons les propositions :

a : " Ils ont eu Analyse numérique "

l : " Ils ont eu Logique " 2

s : " Ils ont eu SI "

et soit $\alpha_i$ $(i=1,2,3)$, la formule correspondante à la déclaration de l'étudiant i. On aura alors :

$\alpha_1 \equiv a \wedge l \wedge s$ ; $\alpha_2 \equiv \bar{a} \wedge \bar{l} \wedge s$ ; $\alpha_3 \equiv a \wedge \bar{l} \wedge \bar{s}$. 0,5

En supposant que chaque étudiant a menti exactement deux fois ds son récit, On aura alors :

$\alpha_1' \equiv (\bar{a} \wedge \bar{l} \wedge s) \vee (\bar{a} \wedge l \wedge \bar{s}) \vee (a \wedge \bar{l} \wedge \bar{s})$. 0,5

$\alpha_2' \equiv (a \wedge l \wedge s) \vee (a \wedge \bar{l} \wedge \bar{s}) \vee (\bar{a} \wedge l \wedge \bar{s})$

$\alpha_3' \equiv (a \wedge l \wedge s) \vee (\bar{a} \wedge \bar{l} \wedge s) \vee (\bar{a} \wedge \bar{l} \wedge s)$

On cherche une distribution des valeurs de vérité telles que

$v(\alpha_1') = v(\alpha_2') = v(\alpha_3') = 1$. (6e ligne). 1

| $a$ | $l$ | $s$ | $\bar{a}$ | $\bar{l}$ | $\bar{s}$ | $\alpha_1'$ | $\alpha_2'$ | $\alpha_3'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

1

On aura : $v(a) = 0$, $v(l) = 1$, et $v(s) = 0$ donc, Ils ont eu Logique mais pas Analyse numérique, ni SI.

2) Montrons que $p \Rightarrow m, \bar{m} \models \bar{p}$, d'après la table de vérité, $\bar{p}$ est vraie sur toutes lignes où $v(p \Rightarrow m) = 1$ et $v(\bar{m}) = 1$. donc On a bien $p \Rightarrow m, \bar{m} \models \bar{p}$

| $p$ | $m$ | $p \Rightarrow m$ | $\bar{m}$ | $\bar{p}$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

1

3) On a $p \Rightarrow m, \bar{p} \not\models \bar{m}$ car $\exists$ ligne où $v(p \Rightarrow m) = v(\bar{p}) = 1$ et $v(\bar{m}) = 0$ (voir ligne 3) 1