

Interrogation

Exercice 1. (08 pts)

- Soit p la proposition "X connaît Y" et q la proposition "Y connaît X"

Ecrire sous forme propositionnelle les expressions suivantes :

1. X connaît Y mais Y ne connaît pas X.
2. X et Y se connaissent.
3. X et Y ne se connaissent pas.
4. Y est connu par X mais X n'est pas connu par Y

- Que peut-on dire des formules suivantes ? Sont-elles satisfaisables ? tautologies ? Insatisfaisables ? Utiliser pour chacune les tables de vérité.

1.

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

2.

$$((p \Rightarrow q) \wedge (s \Rightarrow m)) \Rightarrow ((p \vee s) \Rightarrow q)$$

3.

$$p \Rightarrow q \wedge p \wedge \neg q$$

4.

$$(p \wedge \neg p) \Rightarrow q$$

Corrigé de l'interrogation

1) soit p la proposition "X connaît Y" et q "Y connaît X"

1. $p \wedge \bar{q}$

2. $p \wedge q$

3. $\bar{p} \wedge \bar{q}$

4. $p \wedge \bar{q}$

2) 1. $\alpha \equiv (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{p} \Rightarrow \bar{q})$

α est ~~est~~ une tautologie, car elle est vraie sur toutes les lignes de sa table de vérité.

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \Rightarrow q$	$\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$	α
1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1

2. $B \equiv ((p \Rightarrow q) \wedge (s \Rightarrow m)) \Rightarrow ((p \vee s) \Rightarrow q)$

p	q	s	m	$p \Rightarrow q$	$s \Rightarrow m$	$\alpha_1 \wedge \alpha_2$	$p \vee s$	$(p \vee s) \Rightarrow q$	B
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1	0	1	1

$$3. \gamma \equiv p \Rightarrow q \wedge p \wedge \bar{q}$$

γ est satisfiable car elle est vraie sur ~~toutes~~ une ligne de sa table de vérité.

P	\bar{q}	q	$p \wedge p$	$q \wedge p \wedge \bar{q}$	γ
1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1

(\exists ligne où $v(\gamma) = 1$).

$$4. \sigma \equiv (p \wedge \bar{p}) \Rightarrow q$$

σ est une tautologie car elle est vraie sur toutes les lignes de sa table de vérité.

P	q	\bar{p}	$p \wedge \bar{p}$	σ
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1