

Interrogation

Exercice 1. (08 pts)

- Montrer que la formule $a \wedge b \Rightarrow c$ est logiquement équivalente à la formule $a \Rightarrow (b \Rightarrow c)$, où a, b et c sont des variables propositionnelles quelconques.

- On considère la formule

$$\alpha \equiv a \wedge b \wedge c \Rightarrow (a \Leftrightarrow \bar{b} \vee c)$$

dans laquelle a, b et c sont des variables propositionnelles.

Déterminer une formule logiquement équivalente à α , écrite sans autre symbole de connecteur que \Rightarrow et \Leftrightarrow .

- Soit α à trois variables propositionnelles formule définie comme suit

$$\begin{cases} \alpha(x, x, \bar{x}) = \alpha(x, 1, 1) = 1 \\ \alpha(x, \bar{x}, x) = \alpha(x, 0, 0) = 0 \end{cases}$$

1. Donner la table de vérité de α ;
2. Donner la FND et la FNC de α .

Corrigé de l'interrogation

1) $\alpha \equiv a \wedge b \Rightarrow c, \quad \beta \equiv a \Rightarrow (b \Rightarrow c)$

a	b	c	$a \wedge b$	$b \Rightarrow c$	β
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	1

d'après la table de vérité
 \forall ligne $v(\alpha) = v(\beta)$ alors
 $\alpha \equiv \beta$.

2)

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv a \wedge b \wedge c \Rightarrow (a \Leftrightarrow \bar{b} \vee c) \\ &\equiv \overline{(a \wedge b \wedge c)} \vee (a \Leftrightarrow (b \Rightarrow c)) \\ &\equiv (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c}) \vee (a \Leftrightarrow (b \Rightarrow c)) \\ &\equiv \bar{a} \vee (\bar{b} \vee (\bar{c} \vee a \Leftrightarrow (b \Rightarrow c))) \\ &\equiv a \Rightarrow (b \Rightarrow (c \Rightarrow (a \Leftrightarrow (b \Rightarrow c)))) \end{aligned}$$

3)

x	y	z	α
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

$$\begin{aligned} FND(\alpha) &\equiv (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \\ &\quad \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \\ FNC(\alpha) &\equiv (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \\ &\quad \vee (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (x \vee y \vee z) \end{aligned}$$