$2^{émé}$ Partié

But du TP

Ce TP consiste à mètre en évidence, le théorème de BERNOULLI ainsi que :

- Construction du diagramme BERNOULLI
- Mesure des vitesses locales.
- Détermination du coefficient de débit.
- Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux.

GENERALITIES :

Pour pouvoir appliquer le théorème de BERNOULLI certaines hypothèses doivent être émises.

* L'incompressibilité du fluide.

* L'écoulement est permanent.

* L'écoulement est soumis uniquement a l'action de la pesanteur, dans ces conditions et pour un liquide parfait, le théorème de BERNOULLI exprime le principe de conservation de l'énergie mécanique totale dans un fluide en mouvement le long d'une ligne de courant.

Installation expérimentale :

1. Fondement théorique

Dynamique des fluides parfaits (hydrodynamiques) elle étudie le mouvement des fluides en tenant compte des forces qu'elle engendre.

Cette étude consiste à établir les relations entre les positions des particules fluides, les forces agissant sur celles-ci et le temps.

A partir de la méthode d'EULER, on aboutit à l'équation

- 1 ^{ère} forme

$$\frac{1}{\rho}\,\overrightarrow{\text{grad}}\,P = \vec{g} - \vec{\gamma}$$

$\vec{g}$: champ de pesanteur $\vec{g}\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix}$

ρ : Masse spécifique des fluide.

γ : Accélération.

- 2eme forme $$\frac{1}{\rho}\left(dp - \frac{\partial P}{\partial t}dt\right) = Xdx + Ydy + Zdz - Vdv$$

- **3eme forme** $$\frac{1}{\rho}\overrightarrow{gradP} = g - V\overrightarrow{gradV} - \frac{dv}{dt}$$

2. *Théorème*

- Dans un fluide parfait incompressible en mouvement permanent dans un champ de pesanteur l'énergie mécanique se conserve l'équation de BERNOULLI est applicable
- régime permanent : ligne de courant et trajectoire sont fixées et confondues et le débit volumique est constant.
- Fluide incompressible : ρ= etc. - Fluide parfait.
- Dans un champ de pesanteur : $\vec{g}$
- Le long d'une ligne de courant.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 0 \qquad x = y = 0 \qquad \text{et} \quad z = - g$$

A partir de la 2eme forme $\Rightarrow \frac{1}{\rho}dP = -gdz - Vdv$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho}P\Big|_{P0}^{P} = -gZ\Big|_{Z0}^{Z} - \frac{V^2}{2}\Big|_{V0}^{V}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho}P + gz + \frac{v2}{2} = cte$$

$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = cte$ Équation de BERNOULLI représente l'équilibre d'une particule d'un fluide parfait incompressible en mouvement permanent dans un champ de pesanteur.

Interprétation graphique

Z : représente la ligne de cote (hauteur de position)

$\mathbf{z + \frac{P}{\rho g}}$: Hauteur piezometrique sa courbe représente la ligne piezometrique.

$\mathbf{\frac{P}{\rho g}}$: La cote de pression

$\mathbf{\frac{V^2}{2g}}$: Hauteur dynamique.

$\mathbf{z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}}$: La charge totale, sa courbe représente la ligne de charge (plan de charge).

Interprétation énergietique

On considère une particule de poids unitaire.

Z : Représente l'énergie potentielle de cette particule.

$\frac{P}{\rho g}$: Représente l'énergie due à la pression (d'écoulement)

$\frac{v^2}{2g}$: Représente l'énergie cinétique

$z+\frac{P}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}$: Représente l'énergie mécanique totale.

Dynamique des fluides réels

Un fluide réel se distingue principalement d'un fluide parfait par l'existence de la viscosité qui entraîne des frottements internes ou bien des contraintes tangentielles entre les filets de courant.

On considère un écoulement permanent d'un fluide incompressible dans un champ de pesanteur l'équation de **Bernoulli** s'écrit :

$$\frac{P1}{\rho g}+z_1+\frac{u1^2}{2g}=\frac{P2}{\rho g}+z_2+\frac{u2^2}{2g}$$

$z_1=H_1$, $z_2= H_2+98mm$

$P_1=P_2=Patm$

$$H_1+\frac{u1^2}{2g}=(H_2+98)+\frac{u2^2}{2g} \quad ...(1)$$

Mesure de débit :

$Q_1=Q_2$, $Q=\frac{V}{t}$ $\left(\frac{cm^3}{s}\right)$

u théorique

$u_1.S_1=u_2.S_2$

$u_1.(H_1.b) = u_2.(H_2.b)$

- $u_1=\frac{H2.b}{H1}$

u réel

(1) $\longrightarrow$ $H_1+\frac{\left(\frac{H2.b}{H1}\right)^2}{2g}=(H_2+98)+\frac{u2^2}{2g}$

$\longrightarrow$ $H_1+\frac{H2^2.b^2}{H1^2.2g}=(H_2+98)+\frac{u2^2}{2g}$

$$\frac{u2^2}{2g} = H_1 + \frac{H2^2.b^2}{H1^2.2g} - (H_2 + 98)$$

$$u_2^2 = \frac{H1}{2g} + \frac{H2^2.b^2}{H1^2} - \frac{(H2+98)}{2g}$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{H1}{2g} + \frac{H2^2.b^2}{H1^2} - \frac{(H2+98)}{2g}}$$

Le nombre de REYNOLDS :

La détermination du régime d'écoulement est par le calcul d'un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds (Re).

$$\boxed{Re = \frac{D.u.\rho}{\mu} = \frac{D.u}{\nu}}$$

Avec : D : diamètre de la conduite (en m)

u : vitesse moyenne d'écoulement (en m / s)

ρ : masse volumique du fluide (en kg / m³)

μ : coefficient de viscosité dynamique (en Pa.s)

ν : coefficient de viscosité cinématique (en m² / s)

Si $Re < 2000$ le régime est laminaire

Si $Re > 4000$ le régime est turbulent

Si $2000 < Re < 4000$ le régime est transitoire

Remarque : si la section n'est pas circulaire, on définit le diamètre équivalent (De) par :

$$De = \frac{4 * \text{la section de la conduite}}{\text{le périmètre mouillé par le fluide}}$$

$D_h = \frac{4.s}{P}$, $s = H_2.b$, $P = 2(H_2 + b)$

$$D_h = \frac{4(H2.b)}{2(H2+b)}$$

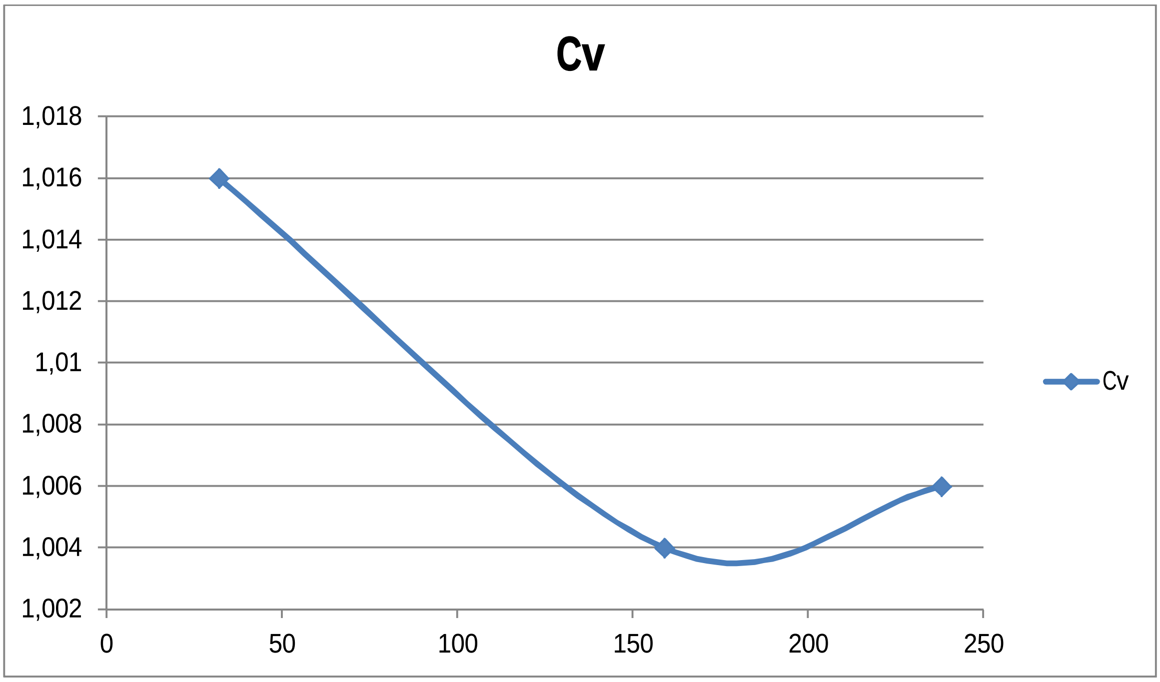
- La température de l'eau est de 19°c

La viscosité cinimatique dans ce TP est tirée à partir de l'abaque sachant la température de l'eau : $\upsilon = 1.1\ 10^{-6}$ m² / S

Calculs et résultats :

	v	t	Q	H1	H2	U réel	U théo	Cv	Re
fort	10 L	5.78	$1.73\ 10^{-3}$	165	28	12.80	12.72	1.006	$238\ 10^{6}$
moyen	10 L	8.47	$1.18\ 10^{-3}$	136	20	11.07	11.02	1.004	$159\ 10^{6}$
faible	10 L	25.37	$3.94\ 10^{-4}$	123	8	4.96	4.88	1.016	$32\ 10^{6}$

Graphe Cv en fonction de Re :



Conclusions

A partir de ce TP, nous avons pu mettre en pratique et vérifier en même temps l'équation de Bernoulli pour les fluides réels (l'eau), et on peut dire que la loi de DARCY est une excellente approximation pour les faibles nombres de Reynolds mais qu'elle devient de moins en moins bonne lorsque la vitesse d'écoulement augmente.

Nous avons aussi calculé les pertes de charge linéaire et singulière avec leurs coefficients. C'est justement ce que l'ingénieur doit prendre en considération lors du calcul des distributions de l'eau potable.