Université de Bejaia **Systèmes dynamiques discrets.**
Département de mathématiques **2016-2017.**

Interrogation n$^\circ = 2$.
Durée : 40 mn.

Exercice 1 *Montrer que les systèmes dynamiques* $([0,1], T)$ *et* $([-2,2], V)$ *sont conjugués*

$$T(x) = \begin{cases} 2x : 0 \leq x < \frac{1}{2}. \\ 2 - 2x : \frac{1}{2} \leq x < 1. \end{cases} ; V(x) = 2|x| - 2$$

Exercice 2 *Soit* (Y, g) *un facteur de* (X, f) *par une fonction de conjugaison* $\pi : X \to Y$.

1. Soit $y_0 \in Y$ un point périodique pour g et $\pi^{-1}\{y_0\} = \{x_0\}$ où x_0 est périodique pour f.
   Est ce qu'il existe une relation entre la période de x_0 et celle de y_0? Si oui préciser la nature de la relation.

2. Donner un exemple où $y_0 \in Y$ est un point périodique pour g et l'image réciproque $\pi^{-1}\{y_0\}$ contient un point périodique pour f d'une période différente de celle de y_0.

Université de Bejaia **Systèmes dynamiques discrets.**
Département de mathématiques **2016-2017.**

Interrogation n° $= 2$ Remplacement.
Durée : 30 mn.

Exercice 3 *Montrer que le système dynamique* $([-2, 2], -x)$ *possède pour facteur le système dynamique* (I, x).
Où I *est un intervalle à spécifier.*

Exercice 4 *Soit* (X, f) *et* (Y, g) *deux systèmes conjugués. Montrer que si* (X, f) *est transitif alors* (Y, g) *est transitif.*

Université de Bejaia **Département de mathématiques**

Systèmes dynamiques discrets.
2016-2017.

Interrogation n° $= 1$ Remplacement.
Durée : 30 mn.

Exercice 5 *Montrer que la fonction* $f(x) = \frac{2}{2x^2-1}$ *possède un point fixe dans l'intervalle* $[1, 2]$.
Donner la nature de ce point fixe.

Exercice 6 *Soit* g *une fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *et* r *un point fixe de* g.

- Supposons que $\forall x \in]-\infty, r[\, : g(x) > x$. Démontrer que $]-\infty, r[\subset B(r)$.