Université A. Mira – Béjaia
Département de Mathématiques /M.I
$L2$ STID

2019/2020

Analyse 4 - TD N°1

Exercice 1. *Etudier* $\lim\limits_{(x,y)\longrightarrow(0,0)} f_i(x,y)$ *où*

$f_1(x,y) = \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$; $f_2(x,y) = \dfrac{x\sin\frac{1}{x}+y}{x+y}$; $f_3(x,y) = \dfrac{x^3-y^3}{x^2+y^2}$; $f_4(x,y) = \dfrac{\sin xy}{x}$;
$f_5(x,y) = (x^2+y^2)^{x^2y^2}$; $f_6(x,y) = \dfrac{3x^2+xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $f_7(x,y) = \dfrac{|x|+|y|}{x^2+y^2}$;
$f_8(x,y) = \dfrac{\sin x^2-\sin y^2}{x^2+y^2}$; $\lim\limits_{(x,y)\longrightarrow(+\infty,+\infty)}\left(\dfrac{x+y}{x^2+y^2}\right)$.

Exercice 2. *soit* f *la fonction définie sur* $\mathbb{R}^2$ *par* $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y}{x^6+y^2} & si\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & si\ non \end{cases}$

1) Etudier la continuité de f *en* $(0,0)$.
2) f *admet-elle des dérivées partielles en* $(0,0)$?

Exercice 3. *Déterminer la classe de* f *sur* $\mathbb{R}^2$ *où* $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & si\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & si\ non \end{cases}$

Exercice 4. *On définit la fonction* $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ *par*

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4+y^4}{x^2+y^2} & si\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & sinon \end{cases}$$

1) Etudier la continuite de f *en* $(0,0)$.
2) Déterminer les dérivées partielles de f *sur* $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.
3) La fonction f *admet-elle des dérivées partielles en* $(0,0)$ *?*

Exercice 5. *Soit* $\alpha > 0$ *on définit la fonction* $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ *par*

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^\alpha \sin\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & si\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & si\ non \end{cases}$$

Etudier la différentiabilté de f *en* $(0,0)$.