

**Exercice 1** (07 Pts)

Soit  $q$  la forme quadratique sur  $\mathbb{R}^3$  définie par

$$\forall X = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, q(x, y, z) = x^2 + y^2 + 5z^2 - 2yz - 2zx + 6xy.$$

1. Déterminer la forme bilinéaire symétrique associée à  $q$  et sa matrice dans la base canonique.
2. Trouver la décomposition en combinaison linéaire de carrées de formes linéaire indépendantes. Préciser le rang et la signature de  $q$ .
3. En déduire une base orthogonale relativement à  $q$ .

