



Exercice 1

Soit E un espace vectoriel des polynômes de degré inférieur ou égal à 2 à coefficients réels. $E = \mathbb{R}_2[x]$.
On définit l'application

$$(P, Q) \mapsto \langle P, Q \rangle = \int_0^2 (2-t)P(t)Q(t)dt$$

1. Montrer que $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ est un espace euclidien.
2. Donner une base orthonormée de E .

Exercice 2

Soit $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$ tels que $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 2$. Montrer que

$$\left(\sum_{k=1}^n \sqrt{kx_k} \right)^2 \leq n(n+1)$$

Etudier les cas d'égalité.

