TD2.

Exo 1.

$$F : \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ t \longrightarrow \left(\frac{t}{1+t^4}, \frac{t^3}{1+t^4}\right) = (x(t), y(t)) \end{array}$$

$D = \mathbb{R}$.

$$x\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{\frac{1}{t}}{1+\frac{1}{t^4}} = \frac{1}{t+\frac{1}{t^3}} = \frac{t^3}{t^4+1} = y(t)$$

$$y\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{\frac{1}{t^3}}{1+\frac{1}{t^4}} = \frac{1}{t^3+\frac{1}{t}} = \frac{t}{1+t^4} = x(t)$$

$\Rightarrow$ symétrie p/r à la 1ère bissectrice.

$F(t) = (x(t), y(t))$
$F\left(\frac{1}{t}\right) = (y(t), x(t))$

$F(t) = F\left(\frac{1}{t}\right) \Leftrightarrow x(t) = y(t)$
donc sur la 1ère bissectrice

sym. p/r à (0,0)

$F(-t) = -F(t) \Rightarrow F$ impaire $\Rightarrow D_1 = [0, +\infty[$.

si $t \in I = [0, 1]$ alors $\frac{1}{t} \in J = [1, +\infty]$

$I \cup J = D_1 = [0, +\infty[$.

il suffit de faire l'étude sur I.

t	0		$\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$		1
$x'(t)$	1	$+$	0	$-$	
$x(t)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{4\cdot 3^{-1/4}}$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$
$y'(t)$	0	$+$	0	$+$	
$y(t)$	0	$\nearrow$	$\frac{3^{1/4}}{4}$ vérifier!	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$

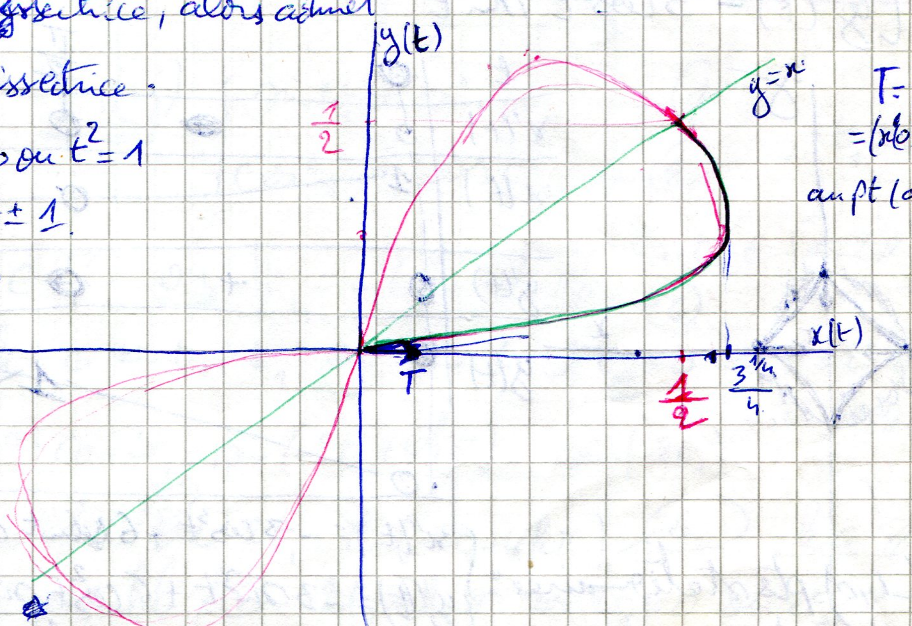
$$x'(t) = \frac{1-3t^4}{(1+t^4)^2}$$

$$y'(t) = \frac{t^2(3-t^4)}{(1+t^4)^2}$$

La courbe est sym. p/r à la 1ère bissectrice, alors admet une tg au pt $\cap$ avec la bissectrice.

$y(t) = x(t) \Rightarrow t = t^3 \Rightarrow t = 0$ ou $t^2 = 1$
$\Rightarrow t = 0, t = \pm 1$.

$x(1) = \frac{1}{2}$, $y(1) = \frac{1}{2}$.



$T = (1, 0) = (x'(0), y'(0))$ au pt $(0,0)$.