

Université de M'hamad Bougara de Boumerdès

Faculté des Sciences
Deuxième Année Master
Recherche Opérationnelle



Département de Mathématiques
Responsable du Module:
Mr. M. BEZOUT

Examen de Final de Théorie des Jeux

Barème: Exo1: 07pt=1+2+1+(1+1+1); Exo2: 08pt=2+2+1+2+1 Exo3: 05pt=1+2+2

Exercice N°01

On considère un jeu de tirs aux buts simplifié tel que le tireur et le gardien ont simplement deux stratégies: gauche et droite. La règle du jeu est la suivante. Lorsque le gardien choisit le même coté que le tireur, le gardien gagne. Lorsque le gardien choisit le coté inverse du tir, le tireur gagne. Lorsque qu'un joueur gagne son gain est de un point (+1) et lorsqu'il perd, la perte est de un point (-1).

1. Représentez ce jeu sous forme d'un jeu stratégique.
2. Déterminer l'équilibre(s) de Nash en stratégies pures?
3. Calculer l'équilibre de Nash en stratégie mixte.
4. Ce jeu est-il un jeu à somme nulle? (Justifier)
 - (a) Si oui,
 - i. Représentez le jeu sous forme de jeu matriciel?
 - ii. Trouvez l'équilibre(s) de Nash, en stratégie pure, en stratégie mixte. Ainsi que la valeur du jeu.
 - iii. Tracez le graphe de meilleurs réponses.

Exercice N02

Dans cet exercice, on suppose que les fonctions de gains sont connues de tous les joueurs.

1. Deux joueurs cherchent à se partager un gâteau composé de 6 parts de même taille numérotées de 1 à 6. La procédure est la suivante: le joueur 1 choisit un entier $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ et partage les parts en deux lots, le lot L_1 contenant les parts numérotées de 1 à x , et le lot L_2 contenant les parts numérotées de $x+1$ à 6. Le joueur 2 observe le choix du joueur 1 et choisit $y \in \{L_1, L_2\}$ et remporte le lot correspondant, tandis que le joueur 1 remporte l'autre lot.

Exemple: si le joueur 1 choisit $x = 4$ alors L_1 est formé des parts: $\{1, 2, 3, 4\}$, le lot L_2 sera formé de $\{5, 6\}$, Le joueur 2 a le choix entre L_1 et L_2 , s'il choisit le lot L_1 , alors le joueur 1 aura le lot L_2 .

- (a) Écrire le jeu sous forme extensive (Arbre de décision).
 - (b) Déterminer tous les équilibres sous-jeux parfaits en stratégies pures.
 - (c) Combien chaque joueur a-t-il de stratégies dans la forme normale (stratégique) associée.
2. Dans cette partie on suppose toujours que le Joueur 2 observe l'action choisie par le Joueur 1 avant de choisir son action, mais il y a désormais une cerise sur la part numéro 1. Le joueur 2 est friand de cerise: son gain est égal à la proportion de gâteau obtenue plus un bonus de $\frac{1}{2}$ s'il obtient la cerise. Le joueur 1 n'aime pas la cerise et la jette s'il l'obtient. Son paiement est juste la proportion de gâteau obtenue.
 - (a) Écrire le jeu sous forme extensive.
 - (b) Déterminer tous les équilibres en sous-jeux parfaits.

Exercice N03

Considérons le jeu suivant:

| | | Joueur 2 | | | |
|----------|---|----------|-------|-------|-------|
| | | e | f | g | e |
| Joueur 1 | a | (0,0) | (4,1) | (2,0) | (5,0) |
| | b | (1,4) | (3,3) | (2,2) | (2,1) |
| | c | (0,2) | (2,2) | (1,1) | (8,1) |
| | d | (0,5) | (2,2) | (1,1) | (1,2) |

1. Éliminer de manière itérative les stratégies strictement dominées.
2. Déterminer le(s) équilibre(s) de Nash en stratégie pure et mixte.
3. Représentez graphiquement ces équilibres et les correspondances de meilleures réponses en stratégies mixtes des joueurs.