

corrigé de la série 2 : Probabilités

Exercice 1

- Nbre à 3 chiffres choisis parmi : 1, ..., 9
- L'ordre + répétition permise $A_9^3 = 9^3$
- / Combien sont pairs : $9 \times 9 \times 4$
- / Combien sont impairs : $9 \times 9 \times 5$
- 1) Nbre de 3 chiffres < 500 est $4 \times 9 \times 9$ permise. Non permise : $4 \times 8 \times 7$
- 2) Nbre de 3 chiffres multiples de 5 : $9 \times 9 \times 1$
- 3) Nbre pairs sans répétition : $7 \times 8 \times 4$

Exercice 2

9 boules dans une urne. On prélève 3 boules.

- 1) Nbre de cas avec remise : 9^3
- 2) Sans remise $9 \times 8 \times 7$
- 3) Les trois au même temps : C_9^3

Exercice 3

4 officiers et 6 soldats : former une équipe de 6 hommes.

Nbre de cas possible C_{10}^6

- / Si on a 1 officier : $4 \times C_6^5$
- / Aucun officier : $C_6^6 = 1$
- / Au moins 1 officier : $4 \times C_6^5 + C_4^2 C_6^4 + C_4^3 C_6^3 + C_4^4 C_6^2$

Exercice 4

On lance simultanément une pièce de monnaie et un dé

Nbre de résultats possible 2×6

Exercice 5

On lance un dé plusieurs fois

- 1) Nbre de résultats possibles avec deux lances : 6×6
- 2) Nbre de résultats avec n lances : 6^n

Exercice 6

4 ouvrages de Maths, 6 physique, 2 chimie

- 1) Nbre de rangements possibles : $12!$
- 2) Par spécialité : $(4! \times 6! \times 2!) \times 6$

3) Ouvrages de Nath ensembles : $(4! \times 2!) \times 2$.

Exercice 7

3 boules rouges, 2 vertes et 5 blanches. On tire 4 boules.

a) Successivement sans remise. (arrangement sans répétition)

1) Nbre de tirages possible : $10 \times 9 \times 8 \times 7$

2) Les 4^{ème} boules de mêmes couleurs : $5 \times 4 \times 3 \times 2$

3) Une couleur ne figure pas : $7 \times 6 \times 5 \times 4 + 8 \times 7 \times 6 \times 5 + 5 \times 4 \times 3 \times 2$.

4) 3 de chaque couleur, la 4^{ème} glg : $3 \times 2 \times 5 \times (2+1+5)$

b) Successivement avec remise : (arrangement avec répétition)

1) Nbre de tirage : 10^4

2) Même couleur : $3^4 + 2^4 + 5^4$

3) Une couleur ne figure pas : $7^4 + 8^4 + 5^4$.

4) 4^{ème} quelconque : $3 \times 2 \times 5 \times 10$

c) Simultanément (combinaison sans répétition)

1) C_{10}^4

2) C_5^4

3) $C_7^4 + C_8^4 + C_5^4$

4) $C_3^2 \times C_2^1 \times C_5^1 + C_3^1 \times C_2^2 \times C_5^1 + C_3^1 \times C_2^1 \times C_5^2$.

Exercice 8

On lance une pièce de monnaie 3 fois

1) univers : $\Omega = \{(i, j, k) \in \{\pi, F\}^3\}$ Card(Ω) = $2^3 = 8$

$\Omega = \{(\pi, \pi, \pi), (\pi, F, \pi), (\pi, \pi, F), (\pi, F, F), (F, F, F), (F, \pi, F), (F, F, \pi), (F, \pi, \pi)\}$

2) A_i : "face obtenue au i^{ème} jet est π ."

$A_1 = \{(\pi, \pi, \pi), (\pi, F, \pi), (\pi, \pi, F), (\pi, F, F)\}$

$A_2 = \{(\pi, \pi, \pi), (\pi, \pi, F), (F, \pi, F), (F, \pi, \pi)\}$

$A_3 = \{(\pi, \pi, \pi), (\pi, F, \pi), (F, \pi, \pi), (F, F, \pi)\}$

3) B_i : " π au plus i fois"

$B_1 = \{(F, F, F), (F, \pi, F), (\pi, F, F), (F, F, \pi)\}$

$B_2 = \{(\pi, \pi, F), (F, \pi, \pi), (\pi, F, F)\} \cup B_1$

$B_3 = \Omega$

4) C_i : " π exactement i fois."

$$C_1 = \{(\pi, F, F), (F, \pi, F), (F, F, \pi)\}$$

$$C_2 = \{(\pi, \pi, F), (\pi, F, \pi), (F, \pi, \pi)\}$$

$$C_3 = \{(\pi, \pi, \pi)\}$$

5) D_i : " π au moins i fois."

$$D_1 = \Omega \setminus \{(F, F, F)\}$$

$$D_2 = \{(\pi, \pi, \pi), (\pi, \pi, F), (F, \pi, \pi), (\pi, F, \pi)\}$$

$$D_3 = \{(\pi, \pi, \pi)\}$$

Exercice 9

A, B , et C trois événements de Ω .

1) E_1 : " A seul se réalise:" $E_1 = A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

2) E_2 : "Un événement au moins se réalise:" $A \cup B \cup C$

3) E_3 : "Un au plus se réalise." $(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$

4) E_4 : "les 3 réalisées." $A \cap B \cap C$.

Exercice 10

$P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$

$$1) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{2}{5} - \frac{1}{20}$$

$$2) P(A \cap \bar{B}) = P(A \setminus B) = P(A \setminus (A \cap B)) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} - \frac{1}{20}$$

$$3) P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4}$$

$$4) P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{4} + (1 - \frac{2}{5}) - \frac{3}{4}$$

Exercice 11

A : "aller au cinéma." $P(A) = 0,49$

B : "aller au théâtre." $P(B) = 0,25$

C : "aller au théâtre et au cinéma." $P(C) = 0,125$

1) "Aller au théâtre ou au cinéma." $P(A \cup B) = 0,49 + 0,25 - 0,125$

2) "Ne pas aller au cinéma." $P(\bar{A}) = 1 - 0,49$

3) "Ne pas aller au cinéma et au théâtre." $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(C) = 0,25 - 0,125$

4) "Sachant qu'il a été au cinéma, aller au théâtre." $P(B/A) =$

$$3) P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,125}{0,49}$$

E: s) "n'est pas aller au théâtre, ne pas aller au cinéma."

$$a) P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A \cup B)}{P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$