

Le modèle Relationnel

Concepts de base

Introduction

Le modèle relationnel a été défini par E.F Codd dans les années 70 et de nombreux chercheurs ont contribué à son développement. Les premiers SGBD bâtis sur ce modèle ont été SQL/DS et DB2 de IBM, d'où est né le langage de manipulation de bases relationnelles, SQL (*Structured Query Language*).

Pourquoi un tel succès

Simplicité de la structure des données

Une base relationnelle est composée de tables et est perçue par l'utilisateur comme un ensemble de tables et rien d'autre. Dans une table, une ligne correspond à un enregistrement et une colonne à un champ de cet enregistrement.

Simplicité des opérateurs

Toute opération relationnelle sur une table génère une nouvelle table, c'est-à-dire fonctionne sur un ensemble de données sans que l'on ait à se préoccuper de traiter successivement chacune des données récupérées par l'opération.

Concepts de base

Domaine : Un domaine est un ensemble de valeurs atomiques.

Produit cartésien : Le produit cartésien $D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$ est l'ensemble des tuples (n-uplets) $\langle V_1, V_2, \dots, V_n \rangle$ tel que quel que soit i V_i appartient à D_i .

Exemple : $D_1 = \{\text{Bleu}, \text{Blanc}, \text{Rouge}\}$, $D_2 = \{\text{Vrai}, \text{Faux}\}$.

$D_1 \times D_2 = (\text{Bleu}, \text{Vrai}); (\text{Bleu}, \text{Faux}); (\text{Blanc}, \text{Vrai}); (\text{Blanc}, \text{Faux}); (\text{Rouge}, \text{Vrai}); (\text{Rouge}, \text{Faux})$

Relation : Une relation est un sous-ensemble nommé du produit cartésien d'une liste de domaines. elle est notée $R(A_1:D_1, \dots, A_n:D_n)$ où D_1, \dots, D_n sont des domaines.

Note : On peut également noter la relation sans mentionner les domaines : $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$

Exemple

D1 = COULEUR D2 = BOOLEEN

Couleur_Véhicule(Couleur : D1, Existe:D2)

Couleur_Véhicule	couleur	Existe
	Bleu	faux
	Blanc	vrai
	Rouge	vrai

Extension d'une relation : L'extension d'une relation $R(A1:D1, \dots, An:Dn)$ est un ensemble de n-uplets $(V1, V2, \dots, Vn)$.

Note : L'extension d'une relation est variable au cours de la vie d'une base de données.

Visions d'une relation

1. Vision tabulaire du relationnel

- Une relation est une table à deux dimensions,
- Une ligne est un tuple (n-uplet),
- Un nom est associé à chaque colonne afin de la repérer indépendamment de son numéro d'ordre.

2. Vision Assertionnelle

A toute relation de schéma $R(A1:D1, \dots, An:Dn)$ est associé un prédicat R tel que l'assertion $R(t)$ est vraie si le n-uplet t appartient à l'extension de R et fausse sinon.

Exemple

On suppose la relation de schéma: Personne (Nom : Chaîne, Age : Entier, Marié : Booléen)

Et d'extension : $\{ \{ \text{Nom} = \text{'Hakim'}, \text{Age} = 23, \text{Marié} = \text{Faux} \}; \{ \text{Nom} = \text{'Lila'}, \text{Age} = 36, \text{Marié} = \text{Vrai} \} \}$

Assertionnelle

Personne{Nom='Hakim', Age=23, Marié=Faux} Vrai Personne{Nom='Lila', Age=35, Marié=Vrai} Faux Personne{Nom='Lila', Age=23, Marié=Faux} Faux

Tabulaire

Nom	Age	Marié
Abider	23	Faux
Nabila	36	Vrai

Attribut : Un attribut est un nom donné à une colonne d'une relation, il prend ses valeurs dans un domaine.

Exemple : Nom, Age et Marié sont des attributs de Personne

Clé d'une relation: C'est un groupe d'attributs minimum qui détermine un tuple unique dans une relation.

Exemples:

- {modèle, Année} DANS Voiture --> Couleur, Type
- NSS Dans Personne

Contrainte : Toute relation doit posséder au moins une clé.

Note : Le concept de clé sera repris plus en détail dans la section traitant les dépendances fonctionnelles.

Schéma d'une relation

Définition : Nom de la relation, liste des attributs avec domaines, et liste des clés d'une relation. **Exemples**: Voiture (Modèle: texte, Année: Int, Couleur: texte, Type: texte)

Intention et extension d'une relation : Un schéma de relation définit l'intention de la relation alors qu'une instance de table représente une extension de la relation.

Schéma d'une base de données : C'est l'ensemble des schémas des relations composant la base de données.

Clé étrangère: Groupe d'attributs devant apparaître comme clé dans une autre relation.

Les clés étrangères définissent les contraintes d'intégrité référentielles suivantes:

- Lors d'une insertion, la valeur des attributs doit exister dans la relation référencée;
- Lors d'une suppression dans la relation référencée les tuples référençant doivent disparaître;
- Elles correspondent aux liens entité-association obligatoires.

Exemple

PERSONNE (NSS, NOM, PRENOM)

VOITURE (MODELE, ANNEE, COULEUR, TYPE, NSS*)

CLES ETRANGERES : VOITURE.NSS REFERENCE PERSONNE.NSS.

Les Dépendances Fonctionnelles

Introduction : La notion de dépendance fonctionnelle permet d'établir des liens sémantiques entre attributs ou groupe d'attributs. On dit qu'il existe une dépendance fonctionnelle de A vers B ou A détermine B ou que B dépend fonctionnellement de A et on note $A \rightarrow B$ où A est dit source de la dépendance fonctionnelle et B sa destination.

Définition : Étant donné une relation R, nous disons qu'il y a dépendance fonctionnelle (DF) X de R vers Y de R si à une valeur de X est associée au plus une valeur de Y.

Question à se poser : connaissant la valeur de X, puis-je connaître la valeur de Y ?

Soit $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ une relation, et X et Y des sous-ensembles de $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$. On dit que $X \rightarrow Y$ si pour toute extension r de R, pour tout tuples t1, t2 de r, on a : $\prod x(t1) = \prod x(t2) \Rightarrow \prod y(t1) = \prod y(t2)$.

Exemple

Voiture (Châssis, Couleur, Type, Marque, Puissance)

Châssis \rightarrow Couleur

Type \rightarrow Marque

Type \rightarrow Puissance

DF élémentaires

Une dépendance fonctionnelle $A \rightarrow B$ est dite élémentaire, s'il n'existe pas C, inclus dans A, qui assure lui-même une dépendance fonctionnelle $C \rightarrow B$.

Exemple

1. Ref_Article \rightarrow Nom_Article
2. Num_Facture, Ref_Article \rightarrow Qte_Article
3. Num_Facture, Ref_Article \rightarrow Nom_Article

Les dépendances fonctionnelles 1 et 2 sont élémentaires alors que la 3 ne l'est pas, parce qu'il existe une partie de la source de la df qui assure elle-même la dépendance fonctionnelle : c'est Ref_Article au niveau de la df 1.

DF directes

Une dépendance fonctionnelle $A \rightarrow B$ est dite directe, s'il n'existe pas un attribut C qui engendrerait une dépendance fonctionnelle transitive $A \rightarrow C \rightarrow B$.

Exemple

1. Num_Facture \rightarrow Num_Représentant VRAI
2. Num_Représentant \rightarrow Nom_Représentant VRAI
3. Num_Facture \rightarrow Nom_Représentant FAUX

Les dépendances fonctionnelles 1 et 2 sont directes alors que la troisième ne l'est pas parce qu'elle peut être déduite par transitivité à partir des deux premières.

DF triviales

Une dépendance fonctionnelle est dite triviale s'il est impossible qu'elle ne soit pas satisfaite. Une dépendance fonctionnelle est triviale si et seulement si le membre droit (destination) est un sous-ensemble du membre gauche (source).

$A_1, A_2, \dots, A_n \rightarrow B_1, B_2, \dots, B_m$

Triviale: Si B_1, B_2, \dots, B_m est un sous-ensemble de A_1, A_2, \dots, A_n Non triviale : Si au moins un B_i n'appartient pas à A_1, A_2, \dots, A_n Complètement non triviale : Si aucun des B_i n'appartient à A_1, A_2, \dots, A_n

Graphe de dépendances fonctionnelles

Un ensemble F de dépendances fonctionnelles peut être représenté avec un graphe orienté où chaque nœud représente un attribut et les arcs les dépendances fonctionnelles entre les attributs.

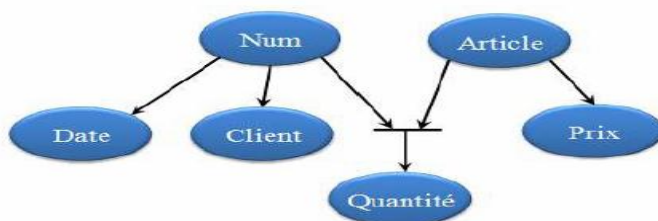
Exemple

Commande(Num, Date, Client, Article, Prix, Quantité) Num \rightarrow Date

Num \rightarrow Client

Article \rightarrow Prix

Article, Num \rightarrow Quantité



Les axiomes d'Armstrong

Couverture fonctionnelle

On appelle couverture fonctionnelle d'une relation l'ensemble des dépendances fonctionnelles qui lui sont associées.

Définition de l'inférence

Si F est une couverture fonctionnelle de la relation R, On dit qu'une dépendance fonctionnelle : $X \rightarrow Y$ est inférée (déduite) de F si $X \rightarrow Y$ est valide pour tout tuple d'une extension de R.

Les axiomes d'Armstrong

Les Axiomes d'Armstrong sont un ensemble de règles qui permettent d'effectuer des inférences de dépendances fonctionnelles à partir d'autres dépendances fonctionnelles.

- (i) Réflexivité $Y \subseteq X \Rightarrow X \rightarrow Y$
- (ii) Augmentation $X \rightarrow Y \Rightarrow XZ \rightarrow YZ$
- (iii) Transitivité $X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow Z$

Note : Il est prouvé que les règles d'Armstrong sont fondées et complètes. Ce qui signifie que toute dépendance fonctionnelle déduite en utilisant la réflexivité, l'augmentation ou la transitivité est une dépendance fonctionnelle inférée et que toute dépendance fonctionnelle qui peut être inférée de F, peut l'être en utilisant seulement les axiomes mentionnés ci-dessus.

Il existe cependant d'autres règles d'inférences qu'on peut utiliser :

- Projection $X \rightarrow YZ \Rightarrow X \rightarrow Y$
- Union (addition) $X \rightarrow Y, X \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow YZ$
- Pseudo-transitivité $X \rightarrow Y, WY \rightarrow Z \Rightarrow WX \rightarrow Z$
- Décomposition $X \rightarrow YZ \Rightarrow X \rightarrow Y, X \rightarrow Z$
- Auto-Détermination $X \rightarrow X$
- Composition $X \rightarrow Y, V \rightarrow Z \Rightarrow XV \rightarrow YZ$
- Augmentation à gauche $X \rightarrow Y \Rightarrow XW \rightarrow Y$

La fermeture transitive

Si F est une couverture fonctionnelle de la relation R, la fermeture transitive de F notée F^+ est l'ensemble des dépendances fonctionnelles qui peuvent être inférées de F par transitivité.

Exemple

$F = \{\text{Châssis} \rightarrow \text{Type}; \text{Type} \rightarrow \text{Marque}; \text{Type} \rightarrow \text{Puissance}\}$ $F^+ = F \cup \{\text{Châssis} \rightarrow \text{Marque}; \text{Châssis} \rightarrow \text{Puissance}\}$

Note : deux ensembles de dépendances fonctionnelles sont équivalents s'ils ont la même fermeture transitive.

La fermeture d'un attribut

La fermeture d'un attribut X par rapport à F notée $X^+(F)$ est l'ensemble des attributs fonctionnellement dépendant de X sous la couverture fonctionnelle F .

Algorithme de calcul de X^+

```
Result = X
Tant Que (Result évolue)
  Pour chaque (DF :  $Y \rightarrow Z$  dans  $F$ )
  {
    SI ( $Y$  Inclus dans result) alors result=result UNION  $Z$ 
  }
```

Algorithme détaillé

Résultat : Ensemble d'attribut; // variable qui contiendra le résultat Nouveau : Booléen // pour savoir si on a évolué ou non

Début

```
Résultat = X
Nouveau = Vrai
Tant Que Nouveau Faire Début
  Nouveau = Faux
  Pour Chaque  $f \in F$  Faire
    Si gauche( $f$ )  $\in$  Résultat Alors
      Résultat=Résultat  $\cup$  droite( $f$ ) Nouveau = Vrai
FSI F
```

FTQ

Retourner Résultat

Fin

Exemple

Employé($NE, ENom, NP, PNom, Loc, Temps$)

$F = \{ NE \rightarrow ENom; NP \rightarrow \{PNom, Loc\}; \{NE, NP\} \rightarrow Temps \}$ $NE^+ = \{NE, ENom\}$

$NP^+ = \{NP, PNom, Loc\}$

$\{NE, NP\}^+ = \{NE, NP, ENom, PNom, Loc, Temps\}$

La couverture minimale

Définition : Une couverture minimale appelée aussi couverture irrédondante et notée $IRR(F)$ est l'ensemble F de dépendances fonctionnelles élémentaires associé à un ensemble d'attributs vérifiant les propriétés suivantes:

- Aucune dépendance dans F n'est redondante;
- Toute dépendance fonctionnelle élémentaire des attributs est dans F^+ ;

C'est le sous-ensemble minimal de dépendances fonctionnelles permettant de générer toutes les autres.

Algorithme de calcul de $IRR(F)$

Cet algorithme consiste à détecter les dépendances fonctionnelles redondantes et les écarter. Une dépendance est dite redondante si on peut la déduire à partir des dépendances restantes en utilisant les axiomes d'Armstrong.

Couverture(F);

Begin

$IRR := F$

Remplacer Chaque DF $X \rightarrow (A_1, \dots, A_n)$ par n DF $X \rightarrow A_1, \dots, X \rightarrow A_n$ Pour chaque

DF : $f = X \rightarrow A$ dans IRR

SI $(IRR - \{f\})$ Implique $\{f\}$ Alors $IRR = IRR - \{f\}$ FPOUR

Return IRR

Fin

Algorithme détaillé de $IRR(F)$

Cet algorithme est le même que le précédent quoiqu'on détaille ici la notion de redondance de dépendances fonctionnelles. On dit donc qu'une dépendance fonctionnelle f est redondante si la fermeture de sa partie gauche sur l'ensemble des dépendances restantes $(F - f)$ comporte la partie droite de f . ce qui signifie que pour une dépendance fonctionnelle $X \rightarrow Y$ le lien sémantique entre X et Y est gardé même en enlevant f .

Procédure CouvertureMinimale(F:Ensemble de DF) Var CM : Ensemble de DF

Début

CM = F

Décomposer les parties droites de DF

Pour chaque DF $f : X \rightarrow Y$ de MC Faire

Début

Calculer $X^+(F - \{f\})$

Si Y est inclus dans X^+ Alors $CM = CM - \{f\}$ FPour

Retourner CM

Fin.

Exemple

$M \rightarrow A$

$HDA \rightarrow S$

$S \rightarrow V$

$HDS \rightarrow AMV$ $HDJ \rightarrow S$ $HDM \rightarrow VS$

$J \rightarrow E$

Calcul de la couverture minimale

Décomposition des parties droites

$M \rightarrow A$

$HDS \rightarrow A$

$HDM \rightarrow S$

$HDS \rightarrow M$

$HDS \rightarrow V$

$HDA \rightarrow S$

$HDJ \rightarrow S$

$J \rightarrow E$

$S \rightarrow V$

$HDM \rightarrow V$

Traitement des DF

1. $M \rightarrow A : M^+ = \{M\}$. A n'est pas inclus dans M^+ donc la df n'est pas redondante

2. $HDS \rightarrow A : HDS^+ = \{H,D,S,M,A,V,E,S\}$. A est inclus dans HDS^+ donc la df est redondante

3. $HDM \rightarrow S : HDM^+ = \{H,D,M,A,V,S\}$. S est inclus dans HDM^+ donc la df est redondante

4. $HDS \rightarrow M : HDS^+ = \{H,D,S,A,V\}$. M n'est pas inclus dans HDS^+ donc cette df n'est pas redondante

5. $HDS \rightarrow V : HDS^+ = \{H,D,S,A,M,V\}$. V est inclus dans HDS^+ donc la df est redondante

6. $HDA \rightarrow S : HDA^+ = \{H,D,A\}$. S n'est pas inclus dans HDA^+ donc cette df n'est pas redondante

7. $HDJ \rightarrow S : HDJ^+ = \{H,D,J,E\}$. S n'est pas inclus dans HDJ^+ donc cette df n'est pas redondante

8. $J \rightarrow E : J^+ = \{J\}$. E n'est pas inclus dans J^+ donc cette df n'est pas redondante

9. $S \rightarrow V : S^+ = \{S\}$. V n'est pas inclus dans S^+ donc cette df n'est pas redondante

10. $HDM \rightarrow V : HDM^+ = \{H,D,M,A,S,V\}$. V est inclus dans HDM^+ donc la df est redondante.

La couverture minimale est $CM = \{M \rightarrow A; HDS \rightarrow M; HDA \rightarrow S; HDJ \rightarrow S; J \rightarrow E; S \rightarrow V\}$

Clé candidate

Il existe plusieurs algorithmes de recherche des clés d'une relation comme ceux de

1. FADOUS R; FORSYTH J : Finding Candidate Keys of relational Databases, ACM SIGMOD, 1975

2. LUCCHESI CL; ORSBORN SL: candidate keys of relations, Technical report, U. of Waterloo, Ontario, Canada, 1976.

3. KUNDU S, An Improved Algorithm for finding a Key of a relation., Conf. PODS, 1975.

Nous donnons ici le principe de recherche d'une clé et un algorithme détaillé.

Définition : Un ensemble X d'attributs d'une relation $R(\Delta)$ est une clé si et seulement si : $X^+ = \Delta$ et pour tout Y inclus dans X, Y^+ n'est pas égal à Δ .

Algorithme de recherche d'une clé

Soit une relation R.

SI R ne contient qu'un seul attribut **ALORS**

cet attribut forme l'unique clé candidate de R

SINON

Soient X et Y deux ensembles non vides disjoints d'attributs de R tel que $X \cup Y = R$.

SI on a $X \rightarrow Y$ Avec X minimal **ALORS**

X est une clé candidate de R //il peut y en avoir plusieurs

SINON //Aucun X ne peut être trouvé ainsi

L'unique clé candidate de R est formée de tous ses attributs.

FSI

FSI

Algorithme détaillé de recherche de clé

Procédure FindKey(R)

Variable

C : ensemble d'ensembles d'attribut; //les clés candidates

X : ensemble d'attributs

Fonction

Partie(X) //donne tous les ensembles obtenu en combinant les attributs de X

Min(C) //Renvoi l'ensemble minimal des ensembles de C

Début

C={ }

Pour chaque X de Partie(Δ) **Faire**

Si $X \neq \Delta$ Alors $C = C \cup X$

FPour

Retourner Min(C);

Fin.

Amélioration

Source : On dit qu'un attribut est une source si et seulement si cet attribut n'apparaît dans aucune partie droite des dépendances fonctionnelles de F.

Puits : On dit qu'un attribut est un puits si et seulement si cet attribut n'est pas une source et n'apparaît dans aucune partie gauche des dépendances fonctionnelles de F ou s'il apparaît alors la partie droite de cette dépendance fonctionnelle doit être un puits.

Note : Toute clé de R ne contient que des sources de R et ne contient aucun puits. Donc pour améliorer l'algorithme précédent, on ne considère que les attributs qui ne sont pas des puits.

Observations : Dans le cas où une relation possède plusieurs clés candidates, on ne peut trouver de sources. Dans ce cas, on détecte les puits de façon récursive puis le reste des attributs font partie des clés candidates. On exécute l'algorithme précédent pour cet ensemble d'attributs.

Exemple : soit la relation R(A,M,H,D,S,V,J,E) et l'ensemble de dépendances fonctionnelles

$F = \{M \rightarrow A$

$HDA \rightarrow S$

$S \rightarrow V$

$HDS \rightarrow AMV$

$HDJ \rightarrow S$

$HDM \rightarrow VS$

$J \rightarrow E \}$

Question : Trouver la clé de R(A,M,H,D,S,V,J,E) ?

Solution

Les sources de R sont : H, D, J

Les Puits de R sont : E, V

La clé de R est HDJ car $HDJ \neq \Delta$ et pour tout Y de Partie(HDJ), $Y \neq \Delta$

Preuve :

1. $HDJ \neq \{A, M, H, D, S, V, J, E\}$

2. $H \neq \{H\}$

3. $D \neq \{D\}$

4. $J^+ = \{J, E\}$

5. $HD^+ = \{H, D\}$

6. $HJ^+ = \{H, J, E\}$

7. $DJ^+ = \{D, J, E\}$

III.12. Clé et superclé

La clé est un sous-ensemble X des attributs d'une relation $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ tel que:

1. $X \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n$

2. Il n'existe pas de sous-ensemble Y inclus dans X tel que $Y \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n$

Une clé est un ensemble minimal d'attributs qui détermine tous les autres.

Un ensemble d'attributs qui inclut une clé est appelé superclé.

Indication : Pour vérifier que X est minimal, il faut contrôler qu'il n'est pas possible de prendre un attribut de X pour le mettre dans Y tout en maintenant $X \rightarrow Y$.

Normalisation des relations

Théorie de la normalisation

Cette théorie est basée sur les dépendances fonctionnelles qui permettent de décomposer l'ensemble des informations en diverses relations. Chaque nouvelle forme normale marque une étape supplémentaire de la progression vers des relations présentant de moins en moins de redondance.

Relation universelle

La relation universelle est la relation qui regroupe toutes les informations à stocker.

Pourquoi normaliser ?

Pour limiter les redondances de données,
Pour limiter les pertes de données,
Pour limiter les incohérences au sein des données,
Pour améliorer les performances des traitements.

Les formes normales

Première forme normale (1NF)

Une relation est en première forme normale si et seulement si tous ses attributs ont des valeurs simples (non multiples, non composées)

Conséquences

Un attribut représente une donnée élémentaire du monde réel.

Un attribut ne peut désigner, ni une donnée composée d'entités de nature quelconque, ni une liste de données de même nature.

Exemple

Pers1(nom, prénom, rueEtVille, prénomEnfants)

Pers2(nom, prénom, nombreEnfants)

Les valeurs des attributs rueEtVille et prénomEnfants ne sont pas simples.

Normaliser en première forme normale

Il existe deux solutions pour normaliser une relation en première forme normale:

1ère solution : Créer autant d'attributs que le nombre maximum de valeurs de l'attribut multi-valué (stockage horizontal). On utilise cette solution quand le nombre maximum de valeurs est connu à l'avance et qu'il ne risque pas de changer plus tard. par exemple pour représenter les parents d'une personne, on sait qu'une personne ne peut avoir plus de deux parents donc on décompose en deux attributs un pour le père et un pour la mère.

2ème solution : Créer une nouvelle relation comportant la clef de la relation initiale et l'attribut multi-valué puis éliminer l'attribut multivalué de la relation initiale (stockage vertical). Cette solution est utilisée quand on ne connaît pas le nombre maximum de valeur ou si ce dernier est trop important.

Deuxième forme normale (2NF)

Une relation est en deuxième forme normale si et seulement si : elle est en première forme normale et tout attribut n'appartenant pas à une clé ne dépend pas que d'une partie de cette clé. la relation suivante n'est pas en deuxième forme normale.

Exemple

Enseignement(NUM, CODE_MATIERE, NOM, VOLUME_HORAIRE)

Avec: NUM → Nom

Normaliser en deuxième forme normale

Pour normaliser une relation en deuxième forme normale, il faut :

- isoler la DF partielle dans une nouvelle relation;
- enlever la cible de cette DF de la relation initiale;
- Normalisation de l'exemple ci-dessus
- Enseignement(NUM, CODE_MATIERE, VOLUME_HORAIRE)
- Enseignant(NUM, NOM)

Note

- Une relation en 1NF dont la clé est mono-attribut (se compose d'un seul attribut) est forcément en 2NF.
- La deuxième forme normale traduit le fait que les attributs non clé dépendent complètement de la clé.

Troisième forme normale (3NF)

- Une relation est en troisième forme normale si et seulement si : elle est en deuxième forme normale et tout attribut n'appartenant pas à une clé ne dépend pas d'un autre attribut non clé.
- La relation suivante n'est pas en troisième forme normale

Exemple

ENSEIGNANT(NUM, NOM, CATÉGORIE, CLASSE, SALAIRE)
avec CATÉGORIE, CLASSE → SALAIRE

Normalisation en troisième forme normale

Pour normaliser une relation en troisième forme normale il faut:

- Isoler la DF transitive dans une nouvelle relation,
- Éliminer la cible de la DF de la relation initiale.

ENSEIGNEMENT(NUM, NOM, CATÉGORIE, CLASSE)
SALAIRE(CATÉGORIE, CLASSE, SALAIRE)

Note

La 3NF exprime le fait que tous les attributs non clé dépendent complètement et uniquement de la clé de la relation.

Forme normale de Boyce Codd(BCNF)

Une relation est en Boyce Codd forme normale si et seulement si :

- elle est en deuxième forme normale et toute source de dépendance fonctionnelle est une clé primaire minimale.

La relation suivante n'est pas en BCNF.

Exemple

ADRESSE(Rue, Commune, Bureau-Postal, CodePostal) avec
CodePostal → Commune

Remarque

SI R est en BCNF alors elle est en 3 NF

Preuve : Si R est en BCNF alors quelque soit $X \rightarrow Y$, X est

Une clé minimale. Supposons qu'il existe Y, Z appartenant à U tel que

$Y \rightarrow Z$, mais dans ce cas Y est une clé minimale. On ne peut donc jamais avoir de transitivité avec deux attributs non clé.

SI R est en 3 NF alors elle n'est pas forcément en BCNF.

Normalisation en Boyce Codd forme normale

Pour normaliser une relation en Boyce Codd forme normale il faut:

- Isoler la DF problématique dans une nouvelle relation;
- Éliminer la cible de cette DF et la remplacer par sa source dans la relation initiale.

Conception d'un schéma relationnel

Introduction

Théorème de Heath : Toute relation $R(X,Y,Z)$ est décomposable sans perte d'information en $R1=\pi[X,Y]R$ et $R2=\pi[X,Z]R$ s'il y a dans R une dépendance fonctionnelle de X vers Y ($X \rightarrow Y$).

Introduction : Le processus de conception d'un schéma relationnel dont la qualité déterminera la pertinence et l'efficacité de la base de données, doit prendre en compte les critères suivants :

- Normalité;
- Préservation des contenus;
- Préservation des dépendances fonctionnelles.

A partir de l'ensemble des dépendances fonctionnelles, il est possible de construire un bon schéma relationnel en exploitant des manipulations des dépendances fonctionnelles (recherche de clé) et des algorithmes de conception de schéma relationnel.

Il existe deux approches possibles pour concevoir un schéma relationnel, l'approche par synthèse et l'approche par décomposition.

Approche par synthèse

L'approche par synthèse consiste à recomposer des relations à partir d'un ensemble d'attributs indépendants et de la couverture minimale d'un ensemble de dépendances fonctionnelles.

Procédure Synthèse(R :Relation universelle; F :Ensemble des DF)

Début

1. Calculer la couverture minimale $CM(F)$;
2. Partitionner $CM(F)$ en $F1, F2, \dots, Fn$ Tel que toutes les DF d'un même groupe aient la même partie gauche.
3. Construire les $Ri(\Delta_i)$ avec Δ_i constitué de l'union des attributs de Fi
4. **S'il** reste des attributs isolés **Alors** on les regroupe dans une relation ayant comme clé l'ensemble de ces attributs.

Fin;

Exemple

Soit $R(A,B,C,D,E)$ et l'ensemble des dépendances fonctionnelles

$A \rightarrow B$

$A \rightarrow C$

$C,D \rightarrow E$

$B \rightarrow D$

1. La seule clé est A

L'ensemble des dépendances fonctionnelles fournies est une couverture minimale;

3. $F1 = \{A \rightarrow B; A \rightarrow C\}$ $F2 = \{B \rightarrow D\}$ $F3 = \{C, D \rightarrow E\}$

4. $R1(A, B, C)$, $R2(B, D)$, $R3(C, D, E)$.

Note

Les relations obtenues sont en troisième forme normale grâce au fait d'avoir travaillé sur la couverture minimale ce qui signifie que toutes les dépendances fonctionnelles partielles et transitives ont été écartées.

Le résultat obtenu n'est pas toujours optimal.

L'union des F_i donne $CM(F)$ donc il n'y a pas de perte de dépendances fonctionnelles.

Approche par décomposition

L'approche par décomposition consiste à remplacer la relation $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ par une collection de relations R_1, R_2, \dots, R_p obtenues par projection de R sur des sous-ensembles d'attributs dont l'union contient tous les attributs de R .

Décomposition sans perte

Une décomposition est dite sans perte si pour toute extension de R on ait,

Algorithme de décomposition

Procédure Décomposition(R :Relation universelle; F :Ensemble des DF)

Début

Result={ R }

SI (Il existe R_i de Result TQ R_i n'est pas en BCNF) **Alors**

Début

Chercher une DF non triviale $X \rightarrow Y$ dans F^+ sur R_i tq X n'est pas une clé;

Décomposition((Result- R_i) \cup ($R_i - Y$) \cup (XY));

Fin;

Pour tout $R_i(D_i)$ et $R_j(D_j)$ TQ $D_i \cap D_j$ dans result **Faire** Supprimer(R_i)

Return Result;

Fin;

Exemple

Soit $R(A, B, C, D, E)$ et l'ensemble des DF

$A \rightarrow B$

$A \rightarrow C$

$C, D \rightarrow E$

$B \rightarrow D$

La seule clé est A

Result= R ;

R n'est pas en BCNF à cause de $B \rightarrow D$ on décompose

Result={ $R1(B, D)$, $R2(A, B, C, E)$ }

$R2$ n'est pas en BCNF à cause de $B, C \rightarrow E$ (obtenu par pseudo transitivité entre $B \rightarrow D$ et $C, D \rightarrow E$), on décompose

Result={ $R1(B, D)$, $R21(A, B, C)$, $R22(B, C, E)$ }

toutes les R_i sont en BCNF, l'algorithme s'arrête.
Aucune relation imbriquée;
Résultat est $\{R1(\mathbf{B},D), R21(\mathbf{A},B,C), R22(\mathbf{B},C,E)\}$

On refait le même exemple mais en commençant par la DF $C, D \rightarrow E$

1. La seule clé est A
2. Result=R;
3. R n'est pas en BCNF à cause de $C,D \rightarrow E$ on décompose
 1. Result= $\{R1(\mathbf{C},D,E), R2(\mathbf{A},B,C,D)\}$
 2. R2 n'est pas en BCNF à cause de $B \rightarrow D$, on décompose
 1. Result= $\{R1(\mathbf{C},D,E), R21(\mathbf{B},D), R22(\mathbf{A},B,C)\}$
 2. toutes les R_i sont en BCNF, l'algorithme s'arrête.
4. Aucune relation imbriquée;
5. Résultat est $\{R1(\mathbf{C},D,E), R21(\mathbf{B},D), R22(\mathbf{A},B,C)\}$

Note

Avant d'utiliser l'algorithme de décomposition, il faut d'abord regrouper les dépendances fonctionnelles qui ont la même partie gauche pour éviter d'avoir des relations avec la même clé et des attributs différents que, en réalité, ne forment qu'une seule relation.

Le résultat fourni par l'algorithme de décomposition dépend de l'ordre des dépendances fonctionnelles traitées.

Il est certain qu'une décomposition en BCNF est préférable à une décomposition en 3NF sauf si celle-ci ne conserve pas les dépendances fonctionnelles. Dans ce cas, il serait préférable de rester avec une 3NF.