
Série N°3 - Statistique Inférentielle

Exercice 1

Une entreprise fabrique un certain type de composants électroniques dont la durée de vie X , exprimée en heures, est une variable aléatoire qui suit une loi normale. Des mesures effectuées sur un échantillon aléatoire de taille $n = 50$ ont donné les résultats suivants :

$$\sum_{i=1}^n x_i = 60000; \sum_{i=1}^n x_i^2 = 74 \times 10^6.$$

1. Donner une estimation ponctuelle de la durée de vie moyenne des composants.
2. Donner une estimation ponctuelle de l'écart-type de cette durée de vie.
3. Donner l'intervalle de confiance à 95% de cette durée de vie moyenne.
4. Quelle aurait du être la taille de l'échantillon pour que l'intervalle de confiance à 95% de la durée de vie moyenne des composants ait une amplitude de 60 heures.

Exercice 2

L'airbag (ou coussin gonflable) est un système de sécurité de plus en plus souvent installé dans les automobiles. Son gonflement est assuré par un dispositif pyrotechnique dont les caractéristiques sont la moyenne et l'écart-type du délai entre la mise à feu et l'explosion. Lors de l'étude d'un certain dispositif d'allumage, les résultats des mesures qui proviennent d'une loi normale, effectués sur 30 exemplaires, ont été (en millisecondes) :

28.0 28.0 31 31.0 32 33 32.5 29 30.5 31
28.5 27.5 32 29.5 28 26 30.0 31 32.5 33
27.5 29.0 30 28.5 27 25 31.5 33 34.5 29.

1. Calculer, au risque 5%, l'intervalle de confiance de la moyenne du délai si nous connaissons l'écart-type de la population de référence et qu'il est égal à 2.
2. Calculer, au même risque, ce même intervalle si nous ne connaissons pas l'écart-type de la population de référence.
3. Comparer les deux intervalles obtenus aux questions précédentes et expliquer pourquoi vous observez une différence entre les deux.
4. Calculer, au même risque, l'intervalle de confiance de la variance du délai, dont nous déduirons celui de l'écart-type dans le cas où nous ne connaissons pas l'écart-type de la population de référence.

Exercice 3

Dans le cadre d'une étude sur la santé au travail, on a interrogé au hasard 500 salariés de différents secteurs et de différentes régions. 145 d'entre eux déclarent avoir déjà subi un harcèlement moral au travail.

1. Identifier la population, la variable, son type et son/ses paramètre(s).
2. Donner une estimation ponctuelle de la proportion de salariés ayant déjà subi un harcèlement moral au travail.
3. Donner une estimation de cette proportion par un intervalle de confiance à 90%.
4. Si avec les mêmes données on calculait un intervalle de confiance à 95% celui trouvé à la question précédente ? (justifier sans calcul).

Exercice 4

Une entreprise veut se spécialiser dans la livraison de colis volumineux. Elle fait un état de ceux qu'elle a déjà eu l'occasion de transporter et le considère comme un échantillon représentatif de l'ensemble des colis futurs.

volume en m^3	[0.2,0.4[[0.4,0.5[[0.5,0.6[[0.6,1[
effectifs (nb colis)	15	40	60	10

1. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne et de l'écart-type du volume des futurs colis.
2. Estimer le volume moyen des futurs colis par un intervalle de confiance à 99%.
3. Dans cette question, on considère que l'écart-type des futurs colis est connu et vaut l'estimation que vous en avez faite dans votre réponse à la question 1. A quel niveau de confiance correspondrait un intervalle d'amplitude $0.05 m^3$? Interpréter.

Exercice 5

Dans la gestion d'un silo à blé, on s'interroge sur le stock de sécurité à prévoir pour être sûr à 99% de pouvoir satisfaire le client à tout moment. Pour cela, pendant 15 semaines, on observe la consommation hebdomadaire de blé (en tonnes) c'est à dire la quantité de blé retirée du silo chaque semaine. On obtient les résultats suivants :

Consommation en tonnes	4.6	4.7	7.8	4.9	5	5.1	5.2	5.3
Effectifs (nombre de semaines)	1	0	2	3	5	2	1	1

1. Déterminer la moyenne \bar{X} et l'écart-type de cette série.
2. Soit X la variable aléatoire qui, à une semaine passée ou future, associe la consommation de blé (en tonnes) cette semaine-là. On suppose que la loi de X est normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$.
 - a. Dédire de la question 1) l'estimation ponctuelle de μ et celle de σ .
 - b. Dans la loi normale munie des deux paramètres trouvés en question 2.a., quelle valeur de X a-t-on 99% de chances de ne pas dépasser ? Conclure sur la question générale de l'énoncé.
3.
 - a. En utilisant l'échantillon de 15 semaines, déterminer une estimation de m par un intervalle de confiance à 99% (on considérera, et c'est le cas, que σ est inconnue).
 - b. Quelle est la probabilité que m soit supérieure à la borne supérieure de cet intervalle ?

Exercice 6

On a pesé le raisin sur 10 souches prises au hasard dans une vigne et on a obtenu les résultats suivants en kilogrammes :

2.4; 3.2; 3.6; 4.1; 4.3; 4.7; 5.3; 5.4; 6.5; 6.9.

1. Calculer la masse moyenne et l'écart-type de cet échantillon.
2. Estimer la variance de la population dont ont été extraites ces souches.
3. Donner un intervalle de confiance de la moyenne de la population au risque de 0,05.
4. Calculer le nombre minimum de souches qu'il aurait fallu étudier pour que cet intervalle ait une amplitude de 1 kg en supposant que la variance estimée est bien celle de la population.

Exercice 7

Une compagnie aérienne a demandé des statistiques afin d'améliorer la sûreté au décollage et définir un poids limite de bagages. Pour l'estimation du poids des voyageurs et du poids des bagages, un échantillon est constitué de 300 passagers qui ont accepté d'être pesés : on a obtenu une moyenne μ de 68kg, avec un écart-type σ de 7kg.

1. Définir un intervalle de confiance pour la moyenne des passagers. (On admet que le poids des passagers suit une loi normale de moyenne m , d'écart-type σ .)
2. Montrer que l'on peut considérer que le poids des passagers est une variable aléatoire X de moyenne 70 kg, d'écart-type 8 kg.
3. En procédant de même pour le poids des bagages, on admet les résultats :
 - Si le poids maximum autorisé est de 20 kg, le poids des bagages peut être considéré comme une variable aléatoire Y de moyenne 15 kg, d'écart-type 5 kg.
 - La capacité de l'avion est de 300 passagers ; l'avion pèse, à vide, 250 tonnes. Le décollage est interdit si le poids total dépasse 276.2 tonnes. Quelle est la probabilité pour que le décollage soit interdit.

Exercice 8

Un échantillon d'entreprises d'un secteur a donné la série statistique suivante :

chiffre d'affaires (M DA)	[0 ; 2[[2 ; 3[[3 ; 4[[4 ; 5[[5 ; 7[
effectifs	6	12	17	10	5

1. Donner une estimation ponctuelle du CA moyen et de l'écart-type du CA de l'ensemble des entreprises de ce secteur.
2. Donner une estimation de leur CA moyen par intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95%.
3. Donner une estimation ponctuelle de la proportion d'entreprises dont le CA dépasse 4,5 M DA.