

UNIVERSITÉ DE BÉJAÏA

Méthodes de Monte-Carlo

Master1 PSA: 2019–2020

Série de TD

Exercice 1. (examen 2018)

1. Soit le couple de v.a (X, Y) de densité :

$$q(x, y) = e^{-\frac{1}{2}y^2 + xy}, \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

- (a) Déterminer la densité $q(x)$.
 - (b) Déterminer la densité conditionnelle $q(y|x)$ et déduire la densité $q(x|y)$.
2. Supposons maintenant, que l'on veuille simuler une loi de cauchy de densité $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$, $x \in \mathbb{R}$, par l'utilisation de la loi de proposition $q(y|x)$.
- (a) Traduire l'algorithme de Metropolis-Hastings dans ce cadre.
 - (b) En partant de X_1 , $X_1 \sim \mathcal{U}([-1, 1])$. Donner l'algorithme qui permet de simuler une chaîne de Markov $(X_n)_{n \geq 1}$.
 - (c) Ecrire le programme Matlab associé à cet algorithme.

Exercice 2. 1. Soit le couple de v.a (X, Y) de densité :

$$q(x, y) = e^{-(x+y)} \mathbb{1}_{x \geq 0} \mathbb{1}_{y \geq 0}.$$

- (a) Déterminer la densité conditionnelle $q(y|x)$.
 - (b) Déterminer la densité conditionnelle $q(x|y)$.
2. Supposons maintenant, que l'on veuille simuler une loi de mélange de densité $f(x) = \frac{1}{3}e^{-x} + \frac{2}{3}(2)e^{-2x}$, $x \geq 0$, par l'utilisation de la loi de proposition q .
- (a) Donner l'algorithme de Metropolis-Hastings dans ce cadre.
 - (b) En partant de $X_1 = 1$. Donner l'algorithme qui permet de simuler une chaîne de Markov $(X_n)_{n \geq 1}$.
 - (c) Ecrire le programme Matlab associé à cet algorithme.