

UNIVERSITÉ DE BÉJAÏA  
*Méthodes de MC*

Master 1 PSA: 2019–2020

Devoir 1(a rendre avant le 05/05/20)  
25-04-2020

*A propos de la correction : on ne tiendra pas compte des erreurs de syntaxe en Matlab. La plus grande importance sera accordée à la justification des réponses.*

---

**Exercice 1.** On considère le couple  $(X, Y)$  de densité :

$$f(x, y) = \frac{x}{2\sigma\pi} e^{-\frac{x^2 y^2}{2} + x^2 y - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2\sigma^2}}, x, y \in \mathbb{R}.$$

1. Quelle est la loi de  $X$  ?
2. Déduire la loi de  $Y$  sachant  $X = x$  ?
3. Supposons maintenant que :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, x \in \mathbb{R},$$

et posons

$$g(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}, x \in \mathbb{R}.$$

- a) Montrer que  $g(x)$  est une densité de probabilité.
- b) Trouver une constante  $m > 1$  telle que

$$f(x) \leq mg(x).$$

- c) Trouver  $\sigma$  minimisant la probabilité de rejet.
  - d) Proposer deux méthodes différentes de simulation de  $f$  et donner le programme Matlab de l'une des deux méthodes.
4. En déduire une méthode de simulation du couple  $(X, Y)$ .
  5. Ecrire le programme Matlab qui permet de simuler ce couple de variables aléatoires.
-