Université de M'hamad Bougara de Boumerdès
Faculté des Sciences
Deuxième Année Licence
Recherche Opérationnelle
Département de Mathématiques
Responsable du Module:
Mr. M. BEZOUI

Série de TD N°02 d'Optimisation Linéaire

Exercice 1. Résoudre graphiquement les programmes linéaires suivants:

$$(P_1) : \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 7x_2 \leq 21 \\ 3x_1 \qquad \leq 20 \\ x_j \geq 0;\ \forall j = \overline{1,2} \\ 2x_1 + 3x_2 = Z(max) \end{cases}$$

$$(P_2) : \begin{cases} -x_1 - 3x_2 \leq -1 \\ x_1 + 4x_2 \leq 2 \\ 6x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_j \geq 0;\ \forall j = \overline{1,2} \\ 2x_1 + 3x_2 = Z(max) \end{cases}$$

$$(P_3) : \begin{cases} x_1 \qquad \geq 4 \\ \qquad +x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 17 \\ x_j \geq 0;\ \forall j = \overline{1,2} \\ x_1 + 5x_2 = W(min) \end{cases}$$

$$(P_4) : \begin{cases} 2x_1 + 9x_2 \geq 18 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 15 \\ x_1 \qquad \geq 1 \\ x_j \geq 0;\ \forall j = \overline{1,2} \\ -2x_1 + 3x_2 = Z(max) \end{cases}$$

Exercice 2. Mettre les programmes suivants sous forme standard puis sous forme canonique:

$$(P_1) : \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 2 \\ x_1 \qquad - x_3 \leq 4 \\ x_1 \geq 0;\ et\ x_2 \leq 0 \\ -2x_1 - 3x_2 - x_3 = W(min) \end{cases}$$

$$(P_2) : \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 \qquad \leq 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 3 \\ x_j \geq 0;\ \forall j = \overline{1,3} \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = Z(max) \end{cases}$$

Exercice 3. ✍ Montrer que tout programme canonique peut être écrit sous forme standard et réciproquement tout programme standard sous forme canonique.

Exercice 4. Soit le programme linéaire suivant:

$$(P) : \begin{cases} Optimiser\ f(x) \\ s.c. \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Posons:

$$D = \{x \in \Re^n / Ax = b; x \geq 0\} \tag{1}$$

☞ Montrer que $\max\limits_{x \in D} f(x) = -\min\limits_{x \in D}(-f(x))$

Exercice 5. On considère le programme linéaire suivant:

$$(P) : \begin{cases} b^T x = z(max) \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Où $A = A^T$

1. Monter que si le système linéaire $Ax = b$ admet une solution $\overline{x} \geq 0$, alors $\overline{x}$ est une solution optimale de (P).

2. Résoudre le PL:

$$(P_1) : \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 40 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_j \geq 0;\ \forall j = \overline{1,2} \\ 40x_1 + 20x_2 = z(max) \end{cases}$$