Université de M'hamad Bougara de Boumerdès
Faculté des Sciences
Deuxième Année Licence
Recherche Opérationnelle
Département de Mathématiques
Responsable du Module:
Mr. M. BEZOUI

Série de TD N°03 d'Optimisation Linéaire

Exercice 1. Considérons un problème standard de programmation linéaire:

$$(P) : \begin{cases} Z(max) = c^T x \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Désignons par $M = \{x \in \Re^n / Ax = b, x \geq 0\}$, l'ensemble des solutions admissible du problème (P).

☞ Montrez que l'ensemble M est convexe.

Exercice 2. Soient $\phi \cup R^n$, $\xi \cup R^n$ deux ensembles convexes, et $S = \phi + \xi = \{x \in R^n / x = y + z, y \in \phi, z \in \xi\}$.
Soient $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$ n ensembles convexes appartenant à $\Re^n$ et $D = \cap_{i=1}^n \varphi_i$.

1. Montrer que l'ensemble S est convexe.
2. Montrer que l'ensemble D est convexe.

Exercice 3. Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $x = x(J) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

☛ Effectuer par bloc le produit Ax avec la parition suivant: $J = J_B \cup J_N$, $J_B = \{2, 3, 1\}$, $J_N = \{4, 5\}$.

Exercice 4.

1. Déterminer toutes les bases de la matrice du système suivant. Donner également les solutions de base associées. Sont-elles admissibles?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 \quad = 4 \end{cases}$$

2. Pour une matrice 2×5, quel est le nombre maximal de bases possibles?

Exercice 5. On considère le problème suivant:

$$\begin{cases} W(min) = x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \\ s.c. \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ \quad 2x_1 + x_2 = 3 \\ \quad - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Supposons que les indices de base soient 1,2 et 3.

1. Calculer la solution de base associée. Est-elle admissible?
2. Rendre non nulle la variable hors-base x_4 permet-il de réduire le coût? Que peut-on en déduire?