



Série de TD N°04 d'Optimisation Linéaire

Exercice 1. Résoudre les problèmes suivants avec la méthode du simplexe:

$$(P_1) : \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 7x_2 \leq 21 \\ 3x_1 \leq 20 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,2} \\ 2x_1 + 3x_2 = Z(max) \end{cases}$$

$$(P_2) : \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,2} \\ 2x_1 + x_2 = Z(max) \end{cases}$$

$$(P_2) : \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,2} \\ 2x_1 + x_2 = Z(max) \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre ces problèmes avec la méthode du simplexe.

$$(P_4) : \begin{cases} W(min) = -5x_1 - 7x_2 - 12x_3 + x_4 \\ s.t. 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 38 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 55 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

$$(P_5) : \begin{cases} Z(max) = 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ s.t. 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 38 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 \leq 55 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Exercice 3. Trouvez toutes les valeurs de λ tel que le programme linéaire suivant admet une unique solution optimale.

$$(P_6) : \begin{cases} Z(min) = -\lambda x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 3x_4 \\ s.t. 2x_1 + x_2 - 7x_3 - x_4 = 38 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Exercice 4. Utilisez le test d'optimalité pour trouver toutes les valeurs du paramètre λ tel que: $x^* = (0, 1, 1, 3, 0, 0)^T$ est la solution optimale du problème suivant:

$$(P_7) : \begin{cases} Z(max) = -x_1 - \lambda^2 x_2 + 2x_3 - 2\lambda x_4 - 5x_5 + 10x_6 \\ s.t. -2x_1 - x_2 + x_4 + 2x_6 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -2x_1 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,6} \end{cases}$$

Exercice 5. Soit le tableau suivant, qui correspond à une itération de la méthode du simplexe:

| Base | b | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 |
|---------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a_3 | f | 0 | -2 | 1 | e | 0 | 2 |
| a_1 | 1 | 1 | g | 0 | -2 | 0 | 1 |
| a_5 | 3 | 0 | 0 | 0 | h | 1 | 4 |
| $Z = d$ | E | 0 | a | 0 | b | c | 3 |

Trouvez les conditions sur les paramètres a, b, \dots, h tel que les énoncés suivants sont vrais:

- ☞ La base actuelle est optimale.
 - ☞ La base actuelle est l'unique solution base optimale
 - ☞ La base actuelle est optimale mais, une base optimale alternative existe.
 - ☞ Le problème est non borné.
 - ☞ La solution actuelle va être amélioré si x_4 croît. Quand x_4 rentre dans la base, le changement dans la base est nulle.
-