



Série de TD N°04 d'Optimisation Linéaire

Exercice 1. Résoudre les problèmes suivants avec la méthode du simplexe:

$$(P_1) : \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 7x_2 \leq 21 \\ 3x_1 \leq 20 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,2} \\ 2x_1 + 3x_2 = Z(max) \end{cases}$$

$$(P_2) : \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,2} \\ 2x_1 + x_2 = Z(max) \end{cases}$$

$$(P_2) : \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,2} \\ 2x_1 + x_2 = Z(max) \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre ces problèmes avec la méthode du simplexe.

$$(P_4) : \begin{cases} W(min) = -5x_1 - 7x_2 - 12x_3 + x_4 \\ s.t. 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 38 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 55 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

$$(P_5) : \begin{cases} Z(max) = 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ s.t. 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 38 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 \leq 55 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Exercice 3. Trouvez toutes les valeurs de λ tel que le programme linéaire suivant admet une unique solution optimale.

$$(P_6) : \begin{cases} Z(min) = -\lambda x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 3x_4 \\ s.t. 2x_1 + x_2 - 7x_3 - x_4 = 38 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Exercice 4. Utilisez le test d'optimalité pour trouver toutes les valeurs du paramètre λ tel que: $x^* = (0, 1, 1, 3, 0, 0)^T$ est la solution optimale du problème suivant:

$$(P_7) : \begin{cases} Z(max) = -x_1 - \lambda^2 x_2 + 2x_3 - 2\lambda x_4 - 5x_5 + 10x_6 \\ s.t. -2x_1 - x_2 + x_4 + 2x_6 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -2x_1 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ x_j \geq 0; \forall j = \overline{1,6} \end{cases}$$

Exercice 5. Soit le tableau suivant, qui correspond à une itération de la méthode du simplexe:

Base	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
a_3	f	0	-2	1	e	0	2
a_1	1	1	g	0	-2	0	1
a_5	3	0	0	0	h	1	4
$Z = d$	E	0	a	0	b	c	3

Trouvez les conditions sur les paramètres a, b, \dots, h tel que les énoncés suivants sont vrais:

- ☞ La base actuelle est optimale.
 - ☞ La base actuelle est l'unique solution base optimale
 - ☞ La base actuelle est optimale mais, une base optimale alternative existe.
 - ☞ Le problème est non borné.
 - ☞ La solution actuelle va être amélioré si x_4 croît. Quand x_4 rentre dans la base, le changement dans la base est nulle.
-