Janvier 2012

Université A.Mira-Béjaia
-2èmeannée Informatique.

Correction de l'Interrogation $N°1$

Exercice $N°1$ (3pt)

- Notons E l'ensemble des trois entrées disponibles, $E = \{E_1; E_2; E_3\}$. Ainsi $Card(E) = 3$.
- Notons P l'ensemble des deux plats disponibles, $P = \{P_1; P_2\}$. Ainsi $Card(p) = 2$
- Notons D l'ensemble des quatre desserts disponibles, $D = \{D_1; D_2; D_3; D_4\}$. Ainsi $Card(D) = 4$. Un menu est constitué d'un triplet ordonné de trois éléments choisis respectivement dans E, P et D, on note $\{(x; y; z), x \in E, y \in P, z \in D\}$ ou encore $\{(x; y; z)E \times P \times D\}$

On effectue donc le produit cartésien de ces trois ensemble. Le nombre de menus que l'on peut composer est donc égal à $Card(E) \times Card(p) \times Card(D) = 3 \times 2 \times 4 = 24$. On peut donc composer 24 menus différents.

Exercice $N°2$

Le problème des dates de naissance.

Premièrement, on commence par calculer le cardinal de l'ensemble fondamental (Ou, le nombre de cas possibles) :
$card\Omega = 365$.

1. Soit l'événetment w_1 : "Avoir au moins un étudiant né le 9 juillet.",
   Pour trouver la probabilité de l'événement w_1, cherchant que vaut l'événemenet contraire.
   $\overline{w_1}$: "Il n'y a aucun étudiant né le 9 juillet."
   Alors, $card(\overline{w_1}) = 364$, c'est à dire, tout les étudiants ne sont pas nés le 9 juillet, donc dans les 364 autre jours de l'année.
   Alors, $P(\overline{w_1}) = (\frac{364}{365})^{80} = 0.8029$.
   Donc $P(w_1) = 1 - P(\overline{w_1}) = 1 - 0.8029 = \mathbf{0.1971}$.
2. Soit w_2 : "au moins deux étudiants nés le même jour de l'année".
   L'événment contraire de w_2 est l'événement $\overline{w_2}$:"Tout les étudiants ont des jours de naissance deux à deux distincts".
   Alors $P(\overline{w_2}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdots \frac{365-80}{365} = \frac{365!}{365^{80}.(365-80)!} = 8,5668050.10^{-5}$.
   Donc $P(w_2) = 1 - P(\overline{w_2}) = \mathbf{0,99991433}$

Exercice $N°3$ (7pt)

Démonstration des égalités :

$$C_n^k = C_n^{n-k} \tag{1}$$

$$
\begin{aligned}
C_n^k &= \frac{n!}{(n-k)!k!} \\
&= \frac{n!}{((n-n)+k)!(n-k)!} \\
&= \frac{n!}{(n-(n-k))!(n-k)!} \\
&= C_n^{n-k}
\end{aligned}
$$

$$
\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n \tag{2}
$$

$$
\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{n} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} C_n^k.1^k.1^{n-k} \\
&= (1+1)^n.d'apres\ le\ binome\ de\ Newton \\
&= 2^n
\end{aligned}
$$

Mr. BEZOUI.