Correction de l'examen de Math 310

Exercice $N°1$ $(8\ points = 1+1+1+1+1,25+1,50+1,25)$

1. (a) **Population :** Des femmes de 40 ans, **(0,25 point.)**
   (b) **Unité statistique :** Une femme, **(0,25 point.)**
   (c) **Caractère étudié :** Nombre d'enfants, **(0,25 point.)**
   (d) **nature :** Quantitatif discret. **(0,25 point.)**
2. Le graphe, voire la figure 1. **(1 point.)**

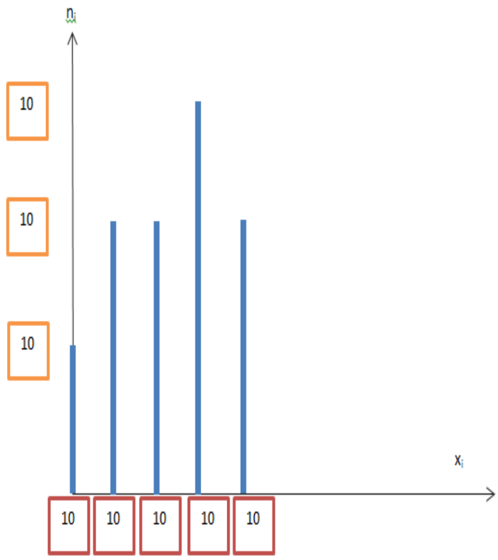

FIGURE 1 – Courbe cumulative croissante

3. Voir le tableau qui suit : **(1 point.)**

Nombres d'enfants (x_i)	Nombres de femmes (n_i)	f_i	$N_i \uparrow$	$N_i \downarrow$
0	10	0,1	10	100
1	20	0,2	30	90
2	20	0,2	50	70
3	30	0,3	80	50
4	20	0,2	100	20

4. Tracer la courbe cumulative croissante. Voir la figure 2. **(1 point.)**

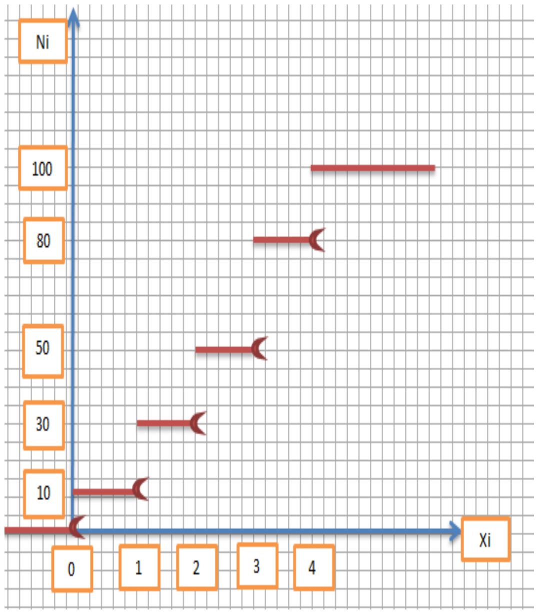

FIGURE 2 – Courbe cumulative croissante

5. Détermination des quartiles Q_1, Q_3 et calcul de l'intervale interquartiles.
   On a $n = 100 = 4p \Rightarrow p = 25$,

$$Q_1 = \frac{x_p + x_{p+1}}{2} = \frac{x_25 + x_26}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \text{ (0,5 point.)}$$

$$Q_3 = \frac{x_3p + x_{3p+1}}{2} = \frac{x_75 + x_76}{2} = \frac{3+3}{2} = 3\text{(0,5 point.)}$$

   Alors, l'intervalle interquartile est : $[Q_1, Q_3] = [1, 3]$, alors l'intervalle interquartile est égale à **3**. **(0,25 point.)**
6. $\overline{x} = 2,3$ $V(x) = 1,61$, $\sigma = 1,26$. **(1,5 point.)**
7. La proportion de femmes ayant moins de 3 enfants est 50%. **(1,25 point.)**

Correction de l'exercice $N°2$ $(8\ points = 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2)$

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 100 employés en fonction du salaire hebdomadaire X (en milliers de DA) et de l'ancienneté Y (exprimée en années) :

$X \setminus Y$	$[0, 4[$	$[4, 8[$	$[8, 12[$	$[12, 16[$	$[16, 20]$
$[4, 10[$	12	10	10	8	0
$[10, 16[$	8	$\boxed{14}$	5	4	4
$[16, 22[$	0	6	5	6	3
$[22, 28]$	0	0	0	2	3

1. (a) Le nombre 14 représente le nombre d'employés ayant une ancienneté entre 4 et 8 ans et un salaire entre 10000 et 16000 DA. **(1 point.)**

   (b) Le pourcentage des employés ayant un salaire entre 10000 et 22000 DA=35+20=55% ; **(1 point.)**

   (c) Le pourcentage des employés ayant une ancienneté dépassant 12 ans= 20+10=30% ; **(1 point.)**

(d) Distribution marginale de X est :

Classes	$[4,10[$	$[10,16[$	$[16,22[$	$[22,28]$
Effectifs n_i	40	35	20	5
Fréquences f_i	0,40	0,35	0,20	0,05

(1 point.)

Distribution marginale de Y :

Classes	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16[$	$[16,20]$
Effectifs n_i	20	30	20	20	10
Fréquences f_i	0,20	0,30	0,20	0,20	0,10

(1 point.)

2. X et Y sont dépendants s'il existe (i,j) tel que : $n_{ij} \neq \frac{n_{i.}.n_{.j}}{n}$
Pour $i=1$, $j=1$: $\frac{n_{1.}*n_{.1}}{n} = \frac{40.20}{100} = \frac{20*40}{100} = 8$, ce qui est différent de $n_{11} = 12$. Ce qui implique que les deux caractères X et Y sont **dépendants**. **(1 point.)**

3. La distribution conditionnelle de Y sachant que $x \in [16,22[$ est donnée par $f_{j/i=3} = \frac{n_{3j}}{n_{3.}}$.
D'où le tableau : **(1 point.)**

Classes	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16[$	$[16,20[$
y_j	2	6	10	14	18
Fréquences $f_{j/i=3}$	0	0,3	0,25	0,3	0,15
$y_j * f_{j/i=3}$	0	1;8	2,5	4,2	2,7

De la dernière ligne du tableau, on déduit la moyenne arithmétique de Y sachant que $x \in [16,22[$: **(1 point.)**

$$\overline{y}_{t=3} = \sum_{j=1}^{5} f_{j/i=3}.y_j = 11,2\ ans$$

Choisir un exercice entre l'exercice $N°3$ et l'exercice $N°4$.

Correction de l'exercice $N°3$ $(4\ points = 0,5+0,5+1+0,5+0,5+1)$

							Total
Age t_i en années	1	2	3	4	5	6	21
Coûts Y_i en KDA	14	15,5	18	20	23,3	28	118,8
$Z_i = ln(Y_i)$	2,639	2,740	2,890	2,995	3,148	3,332	17,746
t^2	1	4	9	16	25	36	91
Z^2	6,96462	7,51220	8,3542	8,97441	9,91275	11,1035	52,82183
$Z*t$	2,63905	5,48168	8,67111	11,9829	15,7422	19,9932	64,51027

1. Voire le graphe de la figure 3. **(0,5 point.)**

2. On trouve d'abord : $\overline{t} = 3,5$, $\overline{Z} = 2,9577$, $V(t) = 2,91666$, $V(Z) = 0,055196$
   (a) Le coefficient de corrélation linéaire $R = \frac{cov(t,Z)}{\sigma_t \sigma_Z} = \frac{0,3994}{\sqrt{2,9166}.\sqrt{0,0551}} = 0,99565$. **(0,5 point.)**
   (b) $a = \frac{cov(t,Z)}{V(t)} = 0,13697$, $b = \overline{Z} - a\overline{t} = 2,47838$
   Donc $Z = 0,138t + 2,4784$, **(1 point.)**

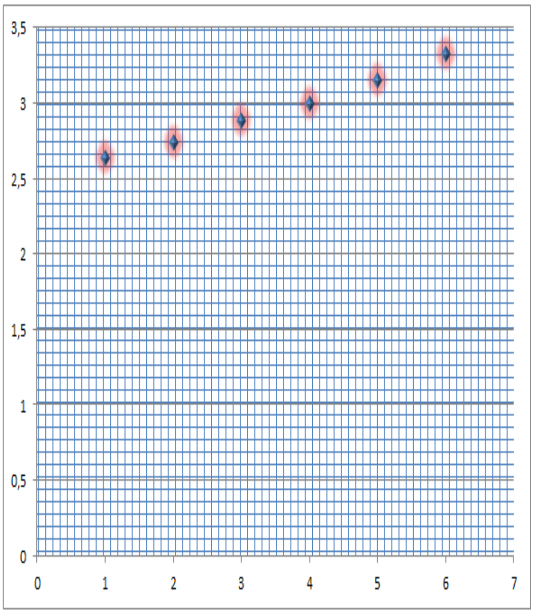

FIGURE 3 – Représentation du nuage de points

(c) Voire la figure 4. **(0,5 point.)**

Le point $G(\bar{t}, \overline{Z})$ appartient à la droite D.

3. L'expression du coût y en fonction de l'âge t.
   On a $lnY = 0,137t + 2,4784$, alors $Y = e^{0,137t+2,4784}$, **(0,5 point.)**
4. $Y(7) = 31,1$; $Y(8) = 35,66$. **(1 point.)**

Correction de l'exercice $N°4$ $(4\ points = 1 + 1 + 1 + 0,5 + 0,5)$

1. Il s'agit d'un arrangement avec répétition $N_1 = a_{10}^4 = 10^4 = 10000$; **(1 point.)**
2. $N_2 = a_9^4 = 9^4 = 6\ 561$; **(1 point.)**
3. L'événement contraire est le deuxième événement, alors, pour trouver le nombre de codes contenants au moins une fois le chiffre 1, il suffit de retrancher le nombre de codes sans le chiffre 1 du nombre total de codes. $N_3 = N_1 - N_2 = 10000 - 6561 = 3439$; **(1 point.)**
4. $N_4 = A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!} = 5\ 040$; **(0,5 point.)**
5. $N_5 = N_1 - N_4 = 10000 - 5\ 040 = 4\ 960$ **(0,5 point.)**

Mr. BEZOUI

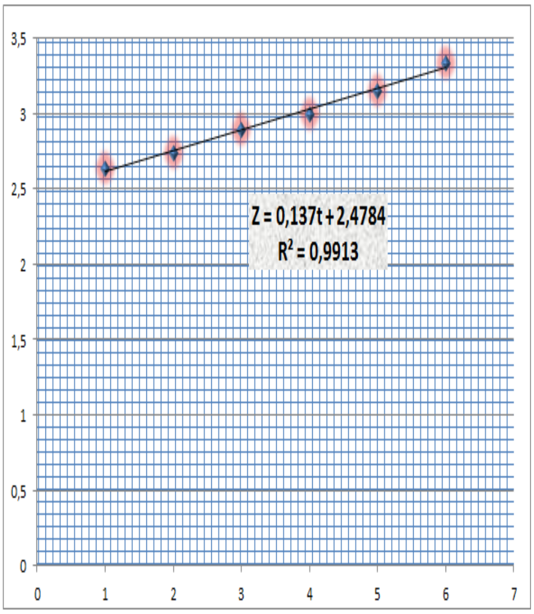

FIGURE 4 – Représentation du nuage de points et de la droite D