



Série de TD N°2

Mars 2020
Dr. Bouamra . Y
2^{me} Année GC

Exercice N°1

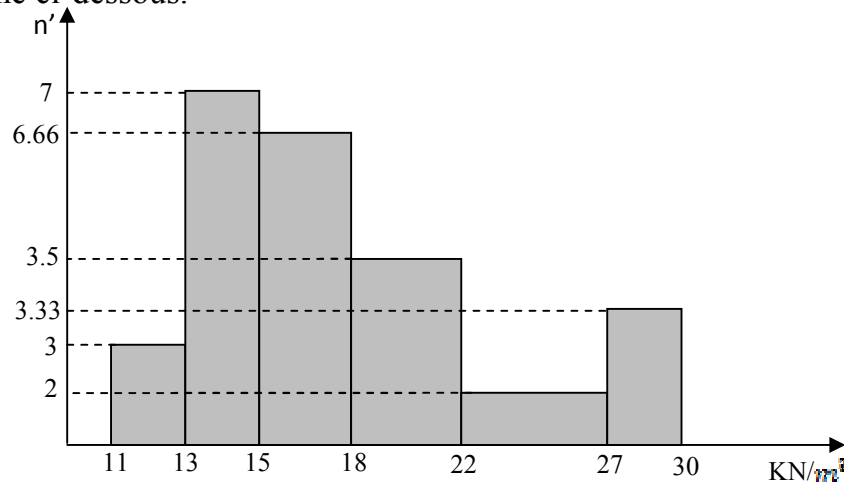
La distribution suivante représente la taille de 40 étudiants d'une classe donnée (en cm) :

175 165 180 152 161 152 155 158 173 154 178 179 160 178 180 167 172
152 177 180 175 154 157 159 169 169 170 167 153 169 171 172 158 172
162 157 158 163 168 164.

1. Regrouper la série en des classes d'amplitude égale.
2. Calculer la moyenne arithmétique,
3. Calculer le mode et la médiane graphiquement et par calcul.
4. Calculer l'intervalle interquartile et l'écart type.
5. Donner le pourcentage des étudiants ayant une taille supérieure à 177 cm.

Exercice N°2

Pour la mesure de la densité du sol (le poids volumique), Un ingénieur a examiné 37 échantillons prélevés d'un même endroit. Les résultats de cette étude ont donné le diagramme ci-dessous.



- 1- Donner un titre au diagramme.
- 2- Définir la population, l'individu, le caractère étudié et donner sa nature (justifiez votre réponse)
- 3- Représenter le tableau statistique de la série.
- 4- Tracer le diagramme de la fréquence cumulative décroissante.
- 5- Quelle est la densité moyenne de ce sol ?
- 6- Calculer le mode, la médiane, la variance et l'écart type.

Quel est le pourcentage des échantillons ayant un poids volumique inférieur à 27 KN/m³

Exo N° :

Regroupement de la série statistique :
on utilise la règle de STURGES :

①

② Nombre des classes : $k = 1 + 3,3 \log N = 1 + 3,3 \log 40$

$k = 6,28 \approx 6$ classes.

③ Etendu $e = X_{\max} - X_{\min} = 180 - 152 = 28$

④ Amplitude $amp = \frac{e}{k} = \frac{28}{6} = 4,67 \approx 5$ cm

⑤ Les classes : $[152 \quad 157[$ $[157 \quad 162[$ $[162 \quad 167[$
 $[167 \quad 172[$ $[172 \quad 177[$ $[177 \quad 182[$

La taille	n_i	y_i	$n_i y_i$	f_i	F_{cum}
$[152 \quad 157[$	7	154,5	1081,5	0,174	0,174
$[157 \quad 162[$	8	159,5	1276	0,2	0,374
$[162 \quad 167[$	4	164,5	658	0,1	0,474
$[167 \quad 172[$	8	169,5	1356	0,2	0,674
$[172 \quad 177[$	6	174,5	1047	0,15	0,824
$[177 \quad 182[$	7	179,5	1256,5	0,174	1
Total	40	/	6675	1	/

② La moyenne arithmétique

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum n_i \cdot y_i = \frac{6675}{40} = 166,875$$

$$\bar{x} = 166,875$$

Le Mode par calcul

La classe modale [] $\leadsto n_i \nearrow$

Pour cet exemple nous avons 2 classes modales

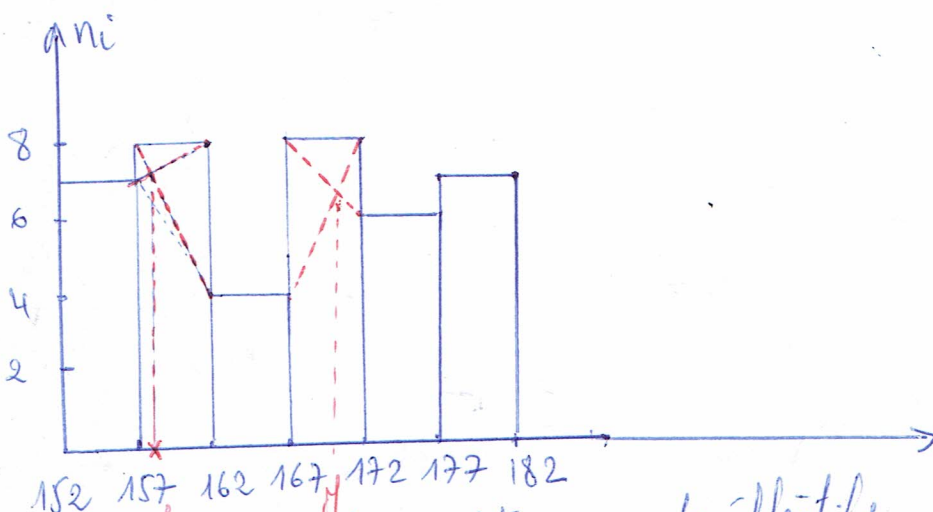
* La 1^{ère} classe modale [157 162[

$$M_0 = 157 + \left[(162 - 157) \frac{8 - 7}{(8 - 7) + (8 - 4)} \right] = 158 \quad M_0 = 158$$

* La 2^{ème} classe modale [167 172[

$$M_0 = 167 + \left[(172 - 167) \frac{8 - 4}{(8 - 4) + (8 - 6)} \right] = 170,33 \quad M_0 = 170,33$$

Le Mode ~~par~~ graphiquement



152 157 162 167 172 177 182
 M_{01} M_{02} Histogramme des effectifs

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \rightarrow 5 \\ 0,2 \text{ cm} \rightarrow x \end{array} \right\} x = 1 \Rightarrow M_0 = 157 + 1 = 158$$

$$M_{01} = 158$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \rightarrow 5 \\ 0,6 \text{ cm} \rightarrow x \end{array} \right\} x = 3 \Rightarrow M_{01} = 167 + 3 = 170$$

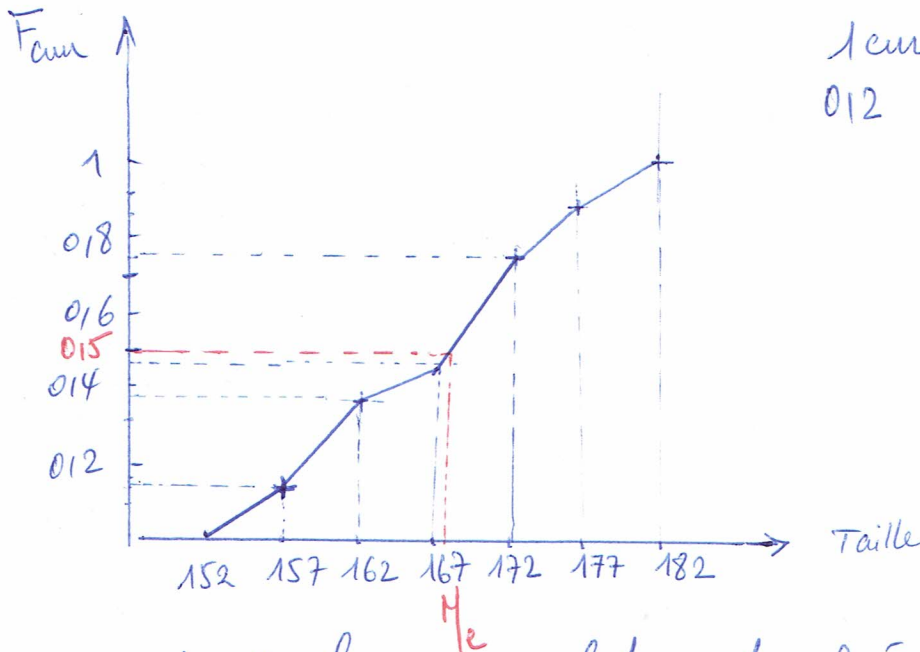
$$M_{02} = 170$$

La Médiane La classe médiane [167 172[

$$M_e = 167 + \left[(172 - 167) \frac{0,15 - 0,1474}{0,1674 - 0,1474} \right] = 167,65$$

$$M_e = 167,65$$

La Médiane graphiquement



$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \rightarrow 5 \\ 0,12 \rightarrow x \end{array} \right\} x = 1$$

$$M_e = 167 + 1 = 168$$

$$M_e = 168$$

La Courbe cumulative des fréquences.

④ Intervalle interquartile $I = Q_3 - Q_1$.

$Q_1 = ?$ La 1^{ère} classe quartile [[$\rightsquigarrow \left\{ \begin{array}{l} F_{cum}^{1^{\text{ère}}} = 0,25 \\ n_{cum}^{1^{\text{ère}}} = \frac{N}{4} \end{array} \right.$

La 1^{ère} classe quartile [157 162[

$$Q_j = q_i + \left[(q_{i+1} - q_i) \frac{P_j - F_{cum}(q_i)}{F_{cum}(q_{i+1}) - F_{cum}(q_i)} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} P_j = ? \\ P_1 = 0,25 \\ P_2 = 0,5 \\ P_3 = 0,75 \end{array} \right.$$

$$Q_1 = 157 + \left[(162 - 157) \frac{0,25 - 0,1474}{0,1674 - 0,1474} \right] = 158,9 \quad Q_1 = 158,9$$

La 2^{ème} classe quartile $\left[\begin{array}{l} [\rightsquigarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{cum 1} = 0,75 \\ n_{cum 1} = \frac{3N}{4} \end{array}$

$[167 \ 172[$

$$Q_3 = 167 + \left[(172 - 167) \frac{0,75 - 0,674}{0,674 - 0,674} \right] = 168,9$$

$$I = 168,9 - 158,9 = 10$$

$$I = 10$$

⑤ Le Pourcentage

100% \rightarrow 40

X% \rightarrow ~~17~~ - 1)

Cor: 177 n'est pas inclus
il a dit supérieur
177 alors on doit
Prendre les effectifs [177
mais 177 ne doit pas
le prendre en considér

Donc

$$X\% = \frac{6 \cdot 100\%}{40} = 15\%$$

$$X\% = 15\%$$

Exo2:

① Titre: Histogramme des effectifs rectifiés.

② La population: Échantillons du sol
L'individu: un échantillon.

Le caractère: Densité du sol.

Sa Nature: quantitatif Continu

justification: Le Diagramme représente les modalités sont représentées sous forme d'un histogramme

3 Tableau Statistique:

$$n'_i = n_i \frac{\text{La plus petite amplitude}}{\text{L'amplitude de la classe}}$$

La plus petite amplitude = 2.

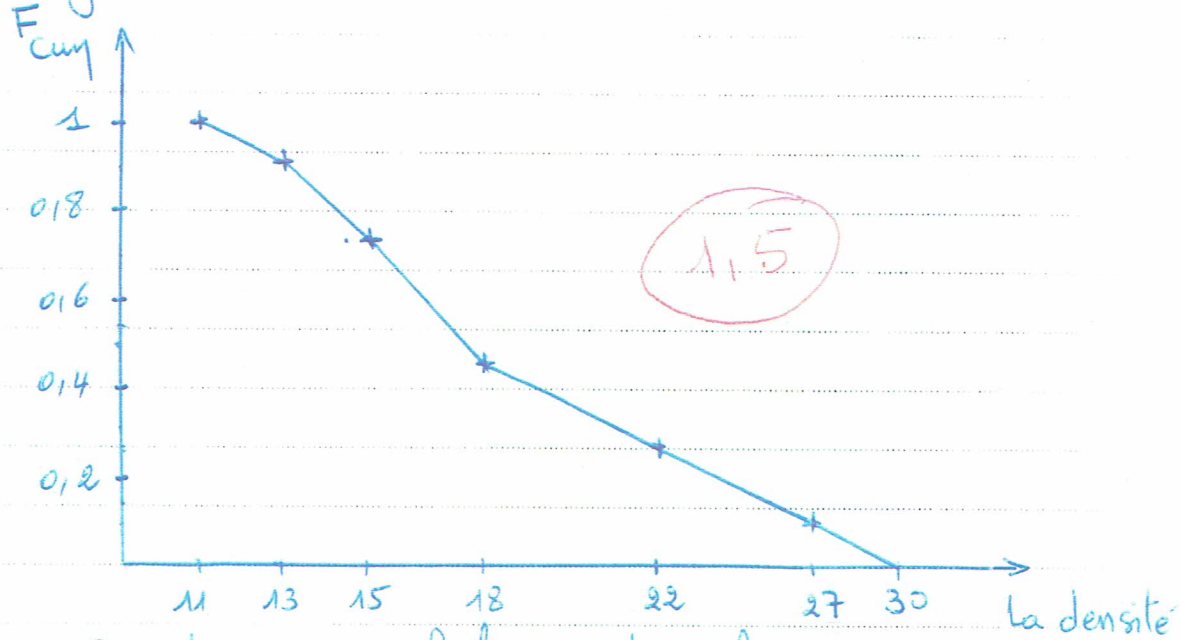
$$n'_1 = n_1 \frac{2}{2} = n_1 \Rightarrow n'_1 = n_1$$

Densité du sol	n'_i	amp	n_i	f_i	$F_{cum \uparrow}$	$F_{cum \downarrow}$	y_i	$n_i y_i$	$n_i y_i^2$
[11 13[3	2	3	0,081	0,081	1	12	36	432
[13 15[7	2	7	0,189	0,27	0,918	14	98	1372
[15 18[6,66	3	10	0,27	0,54	0,729	16,5	165	2722,5
[18 22[3,5	4	7	0,189	0,729	0,459	20	140	2800
[22 27[2	5	5	0,135	0,864	0,27	24,5	122,5	3001,25
[27 30[3,33	3	5	0,135	1	0,135	28,5	142,5	4061,25
Total			37	1				704	14389

①

①

④ Diagramme :



La Courbe Cumulative des fréquences

⑤ La Densité moyenne :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^k n_i \cdot y_i$$

$$\bar{X} = \frac{704}{37} = 19,02$$

$$\bar{X} = 19,02 \text{ KN/m}^3$$

⑥ Le Mode :

La classe modale : [13 15[

$$M_o = a_i + (a_{i+1} - a_i) \frac{n'_i - n'_{i-1}}{(n'_i - n'_{i-1}) + (n'_i - n'_{i+1})}$$

$$M_o = 13 + (15 - 13) \frac{7 - 3}{(7 - 3) + (7 - 6,66)} = 13 + 1,84 = 14,84$$

$$M_o = 14,84$$

La Médiane M_e : classe médiane [15 18[

(0,5)

$$M_e = a_i + (a_{i+1} - a_i) \frac{0,5 - F_{cum}(a_i)}{F_{cum}(a_{i+1}) - F_{cum}(a_i)}$$

$$M_e = 15 + (18 - 15) \frac{0,5 - 0,27}{0,54 - 0,27} = 17,56$$

$$M_e = 17,56$$

(0,5)

La Variance: $V(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i y_i^2 - (\bar{x})^2$

$$V(x) = \frac{14389}{37} - (19,02)^2 = 388,89 - 361,76$$

$$V(x) = 27,1296$$

1

Ecart type: $\sigma = \sqrt{V(x)}$

$$\sigma = \sqrt{27,1296} = 5,2$$

$$\sigma = 5,2$$

(0,5)

Le pourcentage:

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow 37 \\ x\% \longrightarrow 32 \end{array} \right\} \Rightarrow x\% = 86,48\%$$

$$x\% = 86,48\%$$

(0,5)