

L3 GC Béton armé (Série de TD Chap. IX/Calcul des
sections sous contraintes Tangentes : Effort tranchant)
2019/2020

Exercice N°1

Une poutre de section rectangulaire ayant $b = 300 \text{ mm}$, $h = 750 \text{ mm}$ ($d = 700 \text{ mm}$) et de la portée de calcul $l = 6,3 \text{ m}$. Cette poutre est chargée par des charges uniformément réparties :

$$G = 34 \text{ kN/m}, Q = 76 \text{ kN/m}.$$

Le béton a la résistance caractéristique $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$ ($f_{bc} = 17 \text{ MPa}$). Les barres transversales ($\alpha = 90^\circ$) sont en acier $Fe E 400$ ($\sigma_s = 348 \text{ MPa}$). On demande de calculer les armatures transversales de la poutre sachant que les armatures longitudinales de la poutre sont $A_s = 8 \text{ HA25}$ dans la zone tendue ; $A'_s = 4 \text{ HA12}$ dans la zone comprimée.

Solution :

- Combinaison des charges à l'ELU

$$1,35 G + 1,5 Q = 1,35 \times 34 + 1,5 \times 76 = 159,9 = 160 \text{ kN/m}.$$

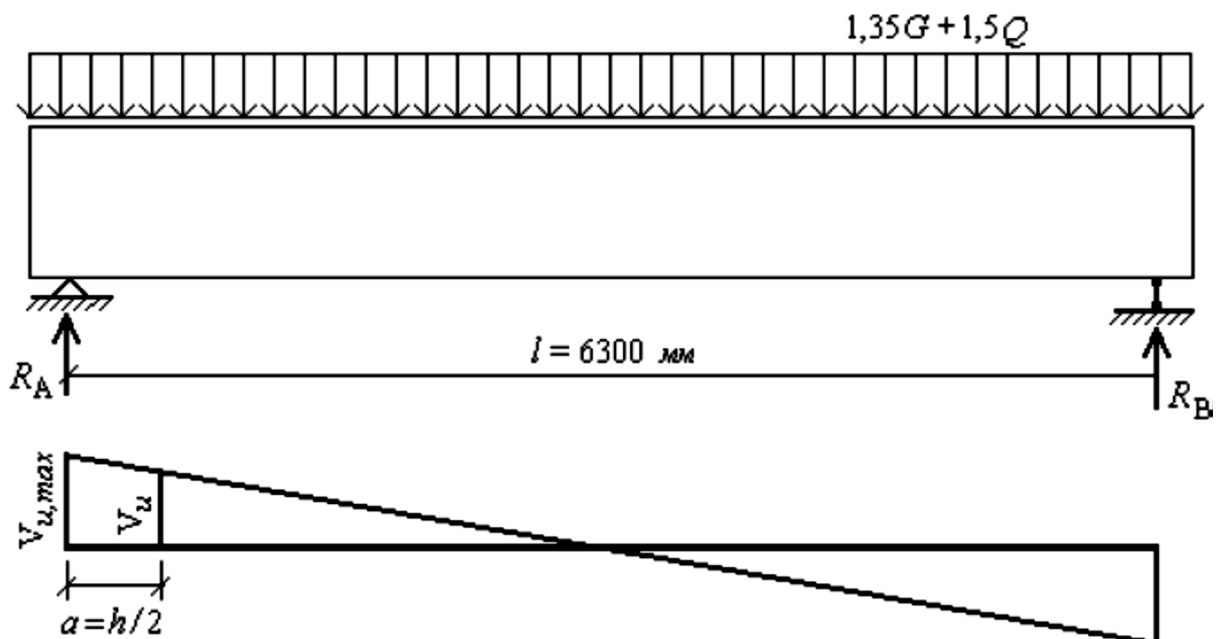


Fig.1

- L'effort tranchant maximal sur l'appui est égal à :

$$V_{u(\max)} = V_{u(o)} = \frac{(1,35G + 1,5Q) l}{2} = \frac{160 \cdot 6,3}{2} = 504 \text{ kN}$$

- Vérification du béton (dimensions de l'âme) (avec $b_o = b$):

L3 GC Béton armé (Série de TD Chap. IX/Calcul des
sections sous contraintes Tangentes : Effort tranchant)
2019/2020

$$\tau_{u(o)} = \frac{V_{u(o)}}{bd} = \frac{504 \cdot 10^3}{300 \cdot 700} = 2,4 \text{ MPa}$$

Pour le cas des armatures droites et quand la fissuration est non préjudiciable, il faut que les conditions suivantes soit satisfaites :

$$\tau_{u(o)} = 2,4 \text{ MPa} < 0,2 f_{ct28} / \gamma_b = 0,2 \times 30 / 1,5 = 4,0 \text{ MPa};$$

$$\tau_{u(o)} = 2,4 \text{ MPa} < 5,0 \text{ MPa}.$$

C'est-à-dire que les dimensions de la section transversale de la poutre sont suffisantes. Pour calculer le ferrailage de la section inclinée déterminons l'effort tranchant à la distance $h/2$ de l'appui :

$$V_{u(h/2)} = V_{u(o)} - \frac{(1,35G + 1,5Q)h}{2} = 504 - \frac{160 \cdot 0,75}{2} = 444 \text{ kN}$$

La contrainte tangente alors sera :

$$\tau_u = \frac{V_{u(h/2)}}{bd} = \frac{444 \cdot 10^3}{300 \cdot 700} = 2,11 \text{ MPa}$$

- Le coefficient de ferrailage de la section transversale par des barres droites :

$$\rho_t = \frac{A_t}{b S_t} \geq \frac{\tau_u - \tau_o}{0,8 f_e},$$

$$\text{où } \tau_o = 0,3 f_{tj}^* k; \quad f_{tj}^* \leq f_{tj} = f_{t28} = 2,4 \text{ MPa}$$

$$f_{tj}^* \leq 3,3 \text{ MPa, donc on pose } f_{tj}^* = 2,4 \text{ MPa}.$$

Pour une flexion simple (sans reprise de bétonnage) $k = 1,0$. Alors, avec ces valeurs :

$$\rho_t = \frac{2,11 - 0,3 \cdot 2,4 \cdot 1,0}{0,8 \cdot 400} = 0,00434$$

La valeur de ρ_t doit être supérieure aux valeurs minimales (conditions de non fragilité) :

$$\rho_{t,\min} = \frac{0,5 \tau_u}{f_e} = \frac{0,5 \cdot 2,11}{400} = 0,00264;$$

$$\rho_{t,\min} = \frac{0,4}{f_e} = \frac{0,4}{400} = 0,001.$$

Donc, comme une valeur définitive on prend $\rho_t = 0,00434$.

Comme armatures transversales nous prenons les barres droites de 8 mm de diamètre (d'après la condition $\phi_t > \phi_l / 3$, avec $\phi_l = 25 \text{ mm}$). Dans la section transversale nous avons 4 ϕ 8 mm, avec $A_t = 201 \text{ mm}^2$.

L'espacement des barres sera égal à :

$$S_t = \frac{A_t}{\rho_t b} = \frac{201}{0,00434 \cdot 300} = 154 \text{ mm}.$$

- **Répartition des armatures transversales** (méthode de Caquot) :

- le premier cadre doit être placé entre le nu de l'appui et $S_t / 2 = 7,7 \text{ cm}$, soit on prend $6,5 \text{ cm}$;
 - pour l'espacement des cadres suivants, on prend $S_t = 13 \text{ cm}$ (vu que $13 \text{ cm} < S_t = 15,4 \text{ cm} < 16 \text{ cm}$, on prend comme l'écartement la plus petite valeur parmi les deux, soit 13 cm). Chaque espacement étant répété autant de fois qu'il y a de mètres dans la demi-portée de la poutre, c'est-à-dire que :

$n = l / 2 = 6,3 / 2 = 3,15$, on prend 3 fois;

Ensuite on prend l'espacement $S_t = 16 \text{ cm}$, qui est répété encore 3 fois, et ainsi de suite : 3 fois $S_t = 20 \text{ cm}$, 3 fois $S_t = 25 \text{ cm}$, 3 fois $S_t = 35 \text{ cm}$.

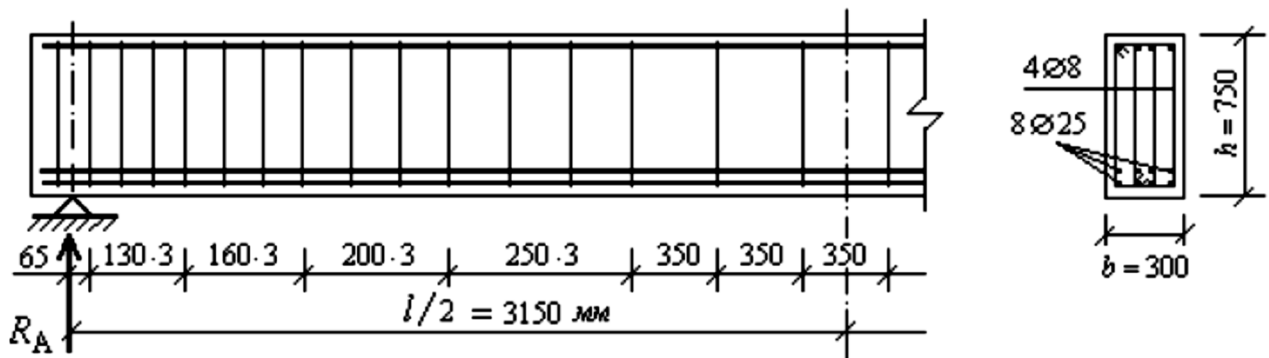
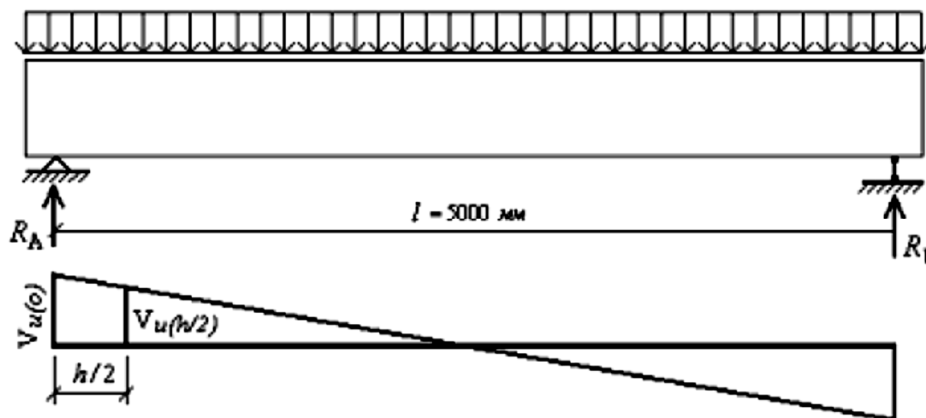


Fig.2 - Répartition des armatures transversales suivant la longueur de la poutre

Exercice N°2

On demande de calculer le ferrailage avec des armatures transversales (barres droites) de la poutre de section en *T* (les dimensions sont données par la figure 3). La portée calculée de la poutre est $l = 5,0 \text{ m}$. La poutre est soumise (pour le cas de l'état-limite ultime) à des charges $1,35 G + 1,5 Q = 60 \text{ kN}$. Les armatures longitudinales de la poutre sont constituées par 5 HA 25 mm et des armatures transversales sont en acier *Fe E 215* ($f_e / \gamma_s = 187 \text{ MPa}$). La poutre est faite en béton coulé sur place (sans reprise de bétonnage), dont la résistance caractéristique $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ et la résistance de calcul $f_{bc} = 0,85 f_{c28} / \gamma_b = 11,3 \text{ MPa}$.



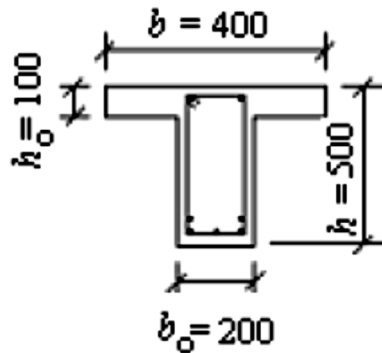


Fig.3 : a - schéma de calcul pour des efforts tranchants ; b – Dimensions et ferrailage de la poutre

Solution :

- **L'effort tranchant maximal** au niveau de l'appui de la poutre est:

$$V_{u(o)} = (1,35 G + 1,5 Q) l / 2 = 60 \times 5 / 2 = 150 \text{ kN.}$$

- **La contrainte tangente** $\tau_{u(o)}$ sera égale à :

$$\tau_{u(o)} = \frac{V_{u(o)}}{b_o d} = \frac{150 \cdot 10^3}{200 \cdot 450} = 1,67 \text{ MPa}$$

- Cette contrainte est inférieure aux valeurs limites:

$$\tau_{u(o)} = 1,67 \text{ MPa} < 0,2 f_{c28} / \gamma_b = 0,2 \times 20 / 1,5 = 2,67 \text{ MPa} ;$$

$$\tau_{u(o)} < 5 \text{ MPa.}$$

Donc les dimensions de la section sont suffisantes.

- Pour calculer **le ferrailage** de la section inclinée, on prend en compte l'effort tranchant à la distance $h / 2$ de l'appui:

$$V_u(h/2) = V_{u(o)} - (1,35 G + 1,5 Q) h / 2 = 150 - (60 \times 0,5 / 2) = 135 \text{ kN.}$$

- La contrainte tangente correspondante à cet effort est:

$$\tau_{u(h/2)} = \frac{V_{u(h/2)}}{b_o d} = \frac{135 \cdot 10^3}{200 \cdot 450} = 1,5 \text{ MPa}$$

- Pour calculer **le coefficient de ferrailage** ρ_t on détermine la valeur de τ_o :

$$\tau_o = 0,3 f_{ij}^* k, \text{ avec } k = 1, f_{ij}^* < f_{t28} = 1,8 \text{ MPa} ; f_{ij}^* < 3,3 \text{ MPa.}$$

$$\text{Soit on prend } f_{ij}^* = 1,8 \text{ MPa, alors } \tau_o = 0,3 \times 1,8 \times 1 = 0,54 \text{ MPa.}$$

Avec ces valeurs on trouve:

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_o S_t} \geq \frac{\tau_u - \tau_o}{0,8 f_e} = \frac{1,5 - 0,54}{0,8 \cdot 215} = 0,00558$$

- Le coefficient de ferrailage ρ_t est supérieur aux valeurs minimales:

$$\rho_{t,\min} = \frac{0,5 \tau_u}{f_e} = \frac{0,5 \cdot 1,5}{215} = 0,0035; \quad \rho_{t,\min} = \frac{0,4}{f_e} = \frac{0,4}{215} = 0,00186$$

Alors, on prend $\rho_t = 0,00558 > \rho_{t,\min} = 0,0035$.

- Comme **diamètre des barres droites** on prend (d'après des exigences constructives)

L3 GC Béton armé (Série de TD Chap. IX/Calcul des
sections sous contraintes Tangentes : Effort tranchant)
2019/2020

$\phi_t = \phi_l / 3 = 25 / 3 = 8 \text{ mm}$, alors la section des armatures transversales situées dans un même plan est : $A_t = 2 \times 50,3 = 101 \text{ mm}^2$.

- L'espacement S_t exigé est calculé à l'aide de la formule :

$$S_t = \frac{A_t}{\rho_t b_o} = \frac{101}{0,00558 \cdot 200} = 90,5 \text{ mm}$$

On prend $S_t = 90 \text{ mm}$. Le premier cadre est à $4,5 \text{ cm}$ de l'appui (cette distance doit être $\leq S_t / 2 = 90 / 2 = 45 \text{ mm}$). Ensuite en utilisant la méthode de Caquot (vu que $l / 2 = 5,0 / 2 = 2,5$, soit 3), on prend 3 espacements de 10 cm , 3 de 11 cm , 3 de 13 cm , 3 de 16 cm et 3 de 20 cm (fig. 4).

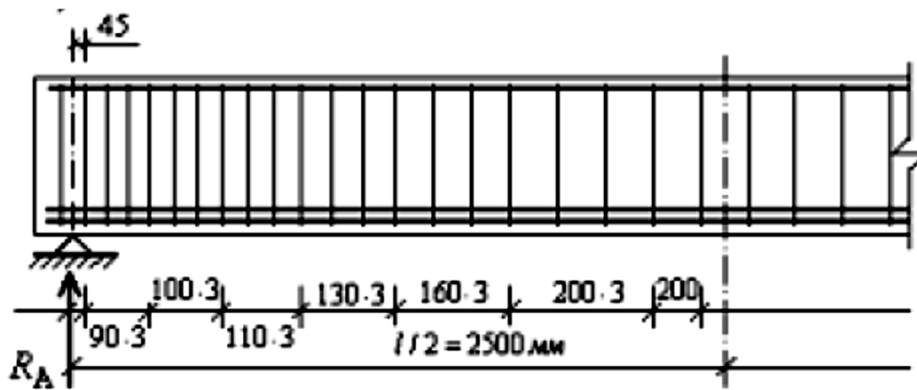


Fig.4

Exercice 3

Une poutre de section rectangulaire de dimensions $b \times h = 300 \times 600 \text{ mm}$ et de la portée $l = 6 \text{ m}$ est soumise à l'action des charges uniformément réparties: permanentes $G = 26,6 \text{ kN / m}$, utiles $Q = 24 \text{ kN / m}$ (les valeurs caractéristiques des charges). La poutre est armée par des armatures longitudinales en acier $Fe E 400$ et par des armatures transversales en acier $Fe E 215$. Le béton a la résistance caractéristique $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ ($f_{bc} = 0,85 f_{c28} / \gamma_b = 11,3 \text{ MPa}$). On demande de calculer des armatures longitudinales et transversales de la poutre.