

Exercice N°1

On demande de calculer la flèche pour la poutre isostatique de section rectangulaire de dimensions $b \times h = 250 \times 600 \text{ mm}$ et la hauteur utile $600 - 60 = 540 \text{ mm}$. soumise à l'action des charges uniformément réparties, les charges permanentes $G = 20 \text{ kN/m}$ et les charges utiles $Q = 22 \text{ kN/m}$. La portée calculée de la poutre $l = 6,0 \text{ m}$. Les armatures longitudinales de la poutre sont en acier $Fe E 400$, type 1. Le béton a la résistance caractéristique à la compression $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ et à la traction $f_{t28} = 1,8 \text{ MPa}$. On considère la fissuration de la poutre comme préjudiciable. D'après le calcul on a comme ferrailage: $A_{s'} = 236 \text{ mm}^2$ dans la zone comprimée $A_s = 2281 \text{ mm}^2$ dans la zone tendue. La charge permanente de la poutre $g = 20 \text{ kN/m}$ est composée par le poids propre des éléments de couverture $j = 15 \text{ kN/m}$ et par le poids de cloisons 5 kN/m .

Solution

Pour calculer la flèche de la poutre il est plus simple d'utiliser la méthode forfaitaire.

- Le moment d'inertie de la section totale homogène est :

$$I_o = (bh^3 / 12) + 15 \left[A_s (h/2 - d'')^2 + A'_s (h/2 - d')^2 \right]$$

$$I_o = 67,1 \cdot 10^4 \text{ cm}^4$$

- Le moment d'inertie fictif est pris d'après la condition:

$$I_f = 1,1 I_o / (1 + \lambda \mu)$$

- Les coefficients λ et μ sont déterminés à l'aide des formules :
- Pour les déformations instantanées :

$$\lambda_i = 0,05 f_{t28} / [(2 + 3 b_o / b) \rho] = 0,05 \times 1,8 / [(2 + 3) 0,0169] = 1,065$$

avec $b_o = b = 250 \text{ mm}$ et $\rho = A_s / b_o d = 2281 / (250 \times 540) = 0,0169$.

- Pour les déformations différées :

$$\lambda_v = 0,02 f_{t28} / [(2 + 3 b_o / b) \rho] = 0,02 \times 1,8 / [(2 + 3) 0,0169] = 0,426$$

Le coefficient $\mu = 1 - (1,75 f_{t28}) / (4 \rho \sigma_s + f_{t28})$ doit être calculé séparément pour les différents modes de chargement.

$$\sigma_s = 15 \frac{M_{ser}}{I} (d - y_{ser})$$

y_{ser} est la solution de l'équation pour une section rectangulaire (voir cours section rectangulaire en flexion simple à l'ELS) :

$$b y^2 + 30 (A_s + A'_s) y - 30 (d A_s + d' A'_s) = 0$$

Le moment d'inertie (pour une section rectangulaire) :

$$I = b y^3 / 3 + 15 [A_s (d - y)^2 + A'_s (y - d')^2]$$

a) *Charge permanente g* après la mise en place des cloisons :

$$M_{gser} = g l^2 / 8 = 20 \times 62 / 8 = 90 \text{ kN m.}$$

Après avoir calculé y_{ser} et I , vous devez trouver la contrainte dans les armatures tendues sous charges permanentes G uniquement : $\sigma_{sg} = 87.8 \text{ MPa}$;

$$D'où : \mu_g = 1 - [(1,75 \times 1,8) / (4 \times 0,0169 \times 87,8 + 1,8)] = 0,593 > 0.$$

b) *Charge permanente j* avant la mise en place des cloisons :

$$M_{serj} = j l^2 / 8 = (20 - 5) \times 62 / 8 = 67,5 \text{ kN m ;}$$

Connaissant y_{ser} et I (déjà calculés précédemment), vous devez trouver la contrainte dans les armatures tendues sous charges permanentes G uniquement : $\sigma_{sj} = 65.9 \text{ MPa}$;

$$D'où : \mu_j = 1 - [(1,75 \times 1,8) / (4 \times 0,0169 \times 87,8 + 1,8)] = 0,496 > 0.$$

c) *Charge totale p* (permanente et d'exploitation) :

$$M_{serp} = p l^2 / 8 = (20 + 22) \times 62 / 8 = 189 \text{ kN m ;}$$

Connaissant y_{ser} et I (déjà calculés précédemment), vous devez trouver la contrainte dans les armatures tendues sous charges permanentes G uniquement : $\sigma_{sp} = 184.4 \text{ MPa}$;

$$D'où : \mu_p = 1 - [(1,75 \times 1,8) / (4 \times 0,0169 \times 87,8 + 1,8)] = 0,779 > 0.$$

Il faut noter que la contrainte maximale $\sigma_{sp} = 184,4 \text{ MPa}$ ne dépasse pas la contrainte admissible pour le cas considéré (le cas où la fissuration est préjudiciable $\sigma_s = 200 \text{ MPa}$).

Les modules de déformation du béton sont :

$$\text{- instantané : } E_i = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 29800 \text{ MPa ;}$$

$$\text{- différé : } E_v = 3700 \sqrt[3]{f_{c28}} = 10000 \text{ MPa .}$$

Alors, on peut calculer les moments d'inertie fictifs et les flèches :

a) *Pour la charge permanente, g = 20 kN / m, Mg = 90 kN m :*

- les valeurs différées (la charge de longue durée d'application) :

$$I_{fv} = 1,1 I_o / (1 + \lambda_v \mu_g) = (1,1 \times 67,1 \times 108) / (1 + 0,426 \times 0,593) = 58,925 \times 108 \text{ mm}^4 ;$$

$$f_{gv} = M_g l^2 / (10 E_v I_{fv}) = (90 \times 106 \times 60002) / (10 \times 10000 \times 58,925 \times 108) = 5,5 \text{ mm.}$$

- les valeurs instantanées (pour la même charge) :

$$I_{fi}(g) = 1,1 I_o / (1 + \lambda_i \mu_g) = (1,1 \times 67,1 \times 108) / (1 + 1,065 \times 0,593) = 45,239 \times 108 \text{ mm}^4 ;$$

$$f_{gi} = M_g l^2 / (10 E_i I_{fi}(g)) = (90 \times 106 \times 60002) / (10 \times 29800 \times 45,239 \times 108) = 2,4 \text{ mm.}$$

b) Pour la charge permanente $j = 15 \text{ kN/m}$, $M_j = 67,5 \text{ kNm}$ (la valeur des flèches instantanées) :

$$I_{fi(j)} = 1,1 I_o / (1 + \lambda_i \mu_j) = (1,1 \times 67,1 \times 108) / (1 + 1,065 \times 0,496) = 48,3 \times 108 \text{ mm}^4 ;$$

$$f_{ji} = M_j l^2 / (10 E_i I_{fi(j)}) = (67,5 \times 106 \times 60002) / (10 \times 29800 \times 48,3 \times 108) = 1,7 \text{ mm}.$$

c) Pour la charge totale $p = 42 \text{ kN/m}$, $M_p = 189 \text{ kNm}$ (la valeur des flèches instantanées) :

$$I_{fi(p)} = 1,1 I_o / (1 + \lambda_i \mu_p) = (1,1 \times 67,1 \times 108) / (1 + 1,065 \times 0,779) = 40,341 \times 108 \text{ mm}^4 ;$$

$$f_{pi} = M_p l^2 / (10 E_i I_{fi(p)}) = (189 \times 106 \times 60002) / (10 \times 29800 \times 40,341 \times 108) = 5,66 \text{ mm}.$$

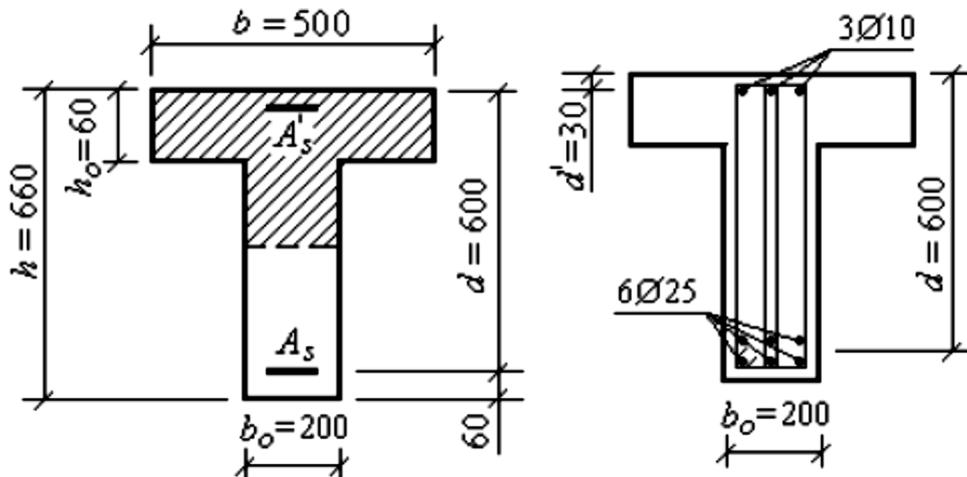
La flèche totale de la poutre est égale à :

$$\Delta f_t = f_{gv} - f_{ji} + f_{pi} - f_{gi} = 5,5 - 1,7 + 5,66 - 2,4 = 7,0 \text{ mm}.$$

Cette valeur de flèche ne doit pas dépasser la valeur limite qui pour la portée 6 m est : $5 \text{ mm} + l / 1000 = 5 + 6000 / 1000 = 11 \text{ mm}$.

Exercice N°2

Même question que l'exercice N°1 pour la section en T suivante. Les données restent les mêmes. Seuls le ferrailage et la forme de la section changent.



Le moment d'inertie I_o de la section totale rendue homogène sera calculé en considérant le centre de gravité de la section totale confondu avec le centre de gravité géométrique de la section en T.