

## ADHERENCE ET ANCRAGE

### I) Le phénomène d'adhérence :

#### I.1) Définition

Les conditions de résistance d'un élément en béton armé supposent que les armatures ne glissent pas à l'intérieur du béton. C'est le phénomène d'adhérence qui empêche ou limite ces glissements.

Cette propriété permet un fonctionnement rationnel : le béton suit alors les armatures dans leurs déformations.

Les justifications à effectuer en ELU portent sur:

- la limitation de l'entraînement des armatures de façon à ne pas endommager le béton les entourant
- Les ancrages des extrémités de barres
- Les jonctions et les recouvrements des barres.

La transmission des efforts du béton aux armatures s'effectue par le phénomène d'adhérence mais aussi par la courbure que l'on pourra donner aux armatures.

#### I.2) Essai d'arrachement d'une barre scellée :

Il s'agit de solliciter en traction une barre d'acier scellée dans une éprouvette de béton.

L'adhérence est favorisée par :

- l'état de surface des aciers ; l'adhérence est améliorée lorsque la barre possède des nervures en saillies ou lorsque sa surface est rugueuse.
- la qualité du béton d'enrobage ; en particulier le dosage et les conditions de vibration qui influent sur la compacité les soins apportés à la mise en œuvre ; il faut veiller à une bonne plasticité et une bonne vibration.

La liaison entre une armature et le béton est mesurée par la contrainte d'adhérence  $\tau_s$ .

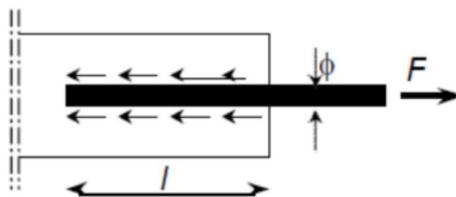


Fig.1. Essai d'arrachement d'une barre

### I.3) Contrainte d'adhérence (CBA93/BAEL91/99, A.6.1.1):

La liaison entre une armature et le béton est mesurée par la contrainte d'adhérence  $\tau_s$  définie par la formule :  $\tau_s = \frac{1}{u} \frac{dF}{dx}$  (1)

où  $dF/dx$  est la variation par unité de longueur de l'effort axial exercé sur l'armature et  $u$  le périmètre utile de l'armature, confondu avec le périmètre nominal lorsqu'il s'agit d'une barre isolée.

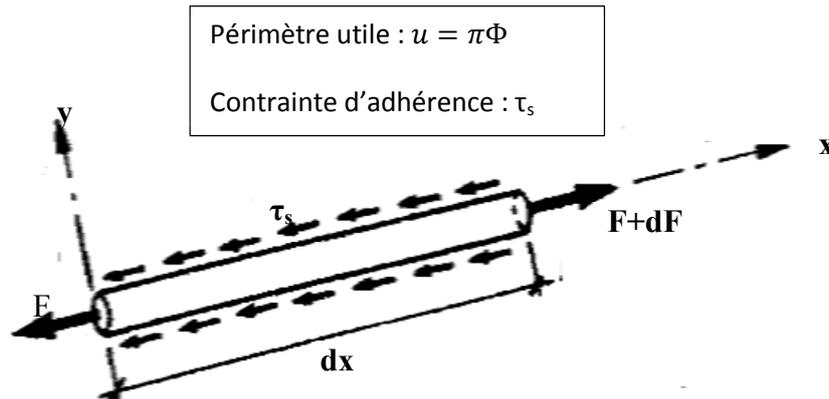


Fig.2. Barre isolée de longueur  $dx$

Pour une barre de diamètre  $\Phi$ , la force exercée par le béton sur la surface latérale de la barre est :  $F = \tau_s S = \pi\Phi l \tau_s$  (2)

D'où nous tirons :

$$\tau_s = \frac{F}{\pi\Phi l} \quad (3)$$

Les justifications toutes relatives à l'état limite ultime, concernent :

- Les ancrages des extrémités, des aciers en barres puis des treillis soudés.
- Les jonctions : recouvrements et coutures des armatures tendues et comprimées.
- L'entraînement des armatures en partie courante d'un élément fléchi (poutre, dalle...), soumises à des contraintes d'adhérence dites d'entraînement qui doivent être limitées pour ne pas endommager le béton.

## II) JUSTIFICATION DES ANCRAGES

### II.1) Ancrage des aciers en barres (BAEL/CBA 93. A.6.1,2)

#### II.1.1) Valeur limite ultime de la contrainte d'adhérence

Les règles BAEL/CBA93 (A.6.1,21) fixent une valeur limite pour la contrainte d'adhérence :

$$\tau_{su} = 0.6 \Psi_s^2 f_{tj} \quad (4)$$

$\Psi_s$  : Coefficient de scellement de la barre.

$\Psi_s = 1$  pour les ronds lisses

$\Psi_s = 1.5$  pour les barres HA

$f_{tj}$  : Résistance caractéristique du béton à la traction.

Pour les bétons courants on obtient, par application de la formule précédente, les valeurs données par le tableau 1.2.

Tableau. 1: Valeurs de  $\tau_{su} = 0.6 \Psi_s^2 f_{tj}$

BETON	$f_{c28} (MPa)$	16	18	20	25	30	40	50	60
	$f_{t28} (MPa)$	1,56	1,68	1,80	2,10	2,40	3,00	3,60	4,20
ACIER	$\psi_s = 1,0$	0,94	1,01	1,08	1,26	1,44	1,80	2,16	2,52
	$\psi_s = 1,5$	2,11	2,27	2,43	2,83	3,24	4,05	4,86	5,67

## II.2) Ancrages rectilignes

### II.2.1. Longueur de scellement droit d'une barre isolée

L'ancrage est la solidarisation par adhérence d'une barre, à son extrémité, au béton avec lequel elle doit travailler en synergie.

Pour reprendre un effort donné, une barre doit, d'une part, être suffisamment résistante, d'autre part, être ancrée pour l'effort à reprendre (fig.3).

La solution la plus simple est un ancrage droit.

Lorsqu'il n'y a pas assez d'espace pour permettre le développement complet d'un ancrage droit, on a recours à un ancrage courbe. C'est notamment la solution recommandée aux extrémités des poutres. L'ancrage courbe est aussi la solution de sécurité lorsqu'il y a une incertitude sur la qualité de l'adhérence.

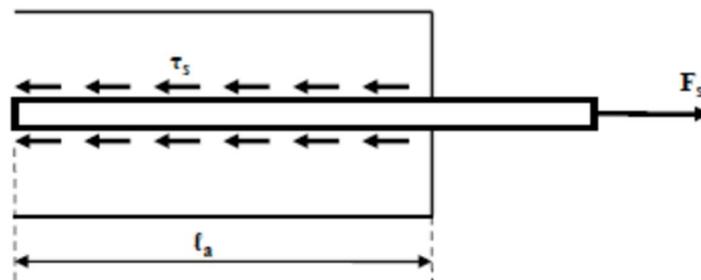


Fig.3. Ancrage rectiligne d'une barre droite

Une barre est dite ancrée lorsque l'effort de traction exercé sur cette barre est entièrement équilibré par l'adhérence entre le béton et l'acier dans la zone d'ancrage.

Par définition, nous désignerons par  $l_s$  la longueur de scellement droit ; c'est-à-dire la longueur d'une barre de diamètre  $\Phi$  capable d'équilibrer avec une contrainte d'adhérence  $\tau_{su}$  l'effort provoquant dans cette barre une contrainte de traction égale à la limite élastique de l'acier  $f_e$ .

L'effort d'adhérence Acier – Béton est :

$$F = \pi \Phi \tau_{su} l_s \quad (5)$$

A l'équilibre, l'effort normal de traction supporté par la barre est:  $F_A = A f_e$

A étant la section de la barre ( $A = \pi \Phi^2 / 4$ )

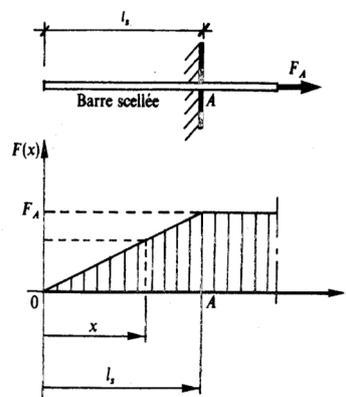


Fig.4. Scellement droit

La condition d'équilibre de la barre est (fig.4) :

$$F_A = F = \pi \Phi \tau_{su} l_s \quad (6)$$

Pour rappel, F est la force d'adhérence,  $F_A$  force de traction au point A. D'où:

$$l_s = \frac{\Phi f_e}{4 \sigma_{su}} ; \quad (\text{BAEL/CBA93, A.6.1,22}) \quad (7)$$

Compte tenu des résultats indiqués au tableau 2 pour  $\psi_s$ , on obtient pour  $l_s$  les valeurs données par le tableau 2.

Tableau 2 : Longueur de scellement droit  $l_s$

$f_{c28} (MPa)$		20	25	30	35
Ronds lisses	$Fe E 215$	49 $\Phi$	41 $\Phi$	38 $\Phi$	34 $\Phi$
	$Fe E 235$	53 $\Phi$	45 $\Phi$	42 $\Phi$	37 $\Phi$
Barres à haute adhérence	$Fe E 400$	42 $\Phi$	36 $\Phi$	31 $\Phi$	28 $\Phi$
	$Fe E 215$	52 $\Phi$	45 $\Phi$	39 $\Phi$	35 $\Phi$

A défaut de calcul précis, les règles **BAEL/CBA93 (A.6.1.2.2)** permettent d'adopter les valeurs forfaitaires suivantes:

- Aciers HA Fe 400,  $l_s=40 \phi$
- Aciers HA Fe 500, Acier ronds lisses FeE215et FeE235,  $l_s=50 \phi$

REMARQUES :

1) Lorsque la section réelle d'une barre  $A_r$  est plus grande que la section calculée  $A_{cal}$ , la longueur d'ancrage  $l_s$  peut être réduite dans le rapport  $A_{cal}/A_r$  sans pouvoir être inférieure à 10 fois le diamètre de la barre.

2) *L'ancrage de l'ensemble d'un paquet de barres* est interdit. Une barre doit être ancrée individuellement et les longueurs d'ancrage des barres d'un paquet ne doivent pas se chevaucher.

Dans le cas d'utilisation d'ancrages droits, pour les paquets de deux et trois barres, les dispositions schématisées sur la figure 5 où  $l_s$  représente la longueur de scellement droit d'une barre du paquet.

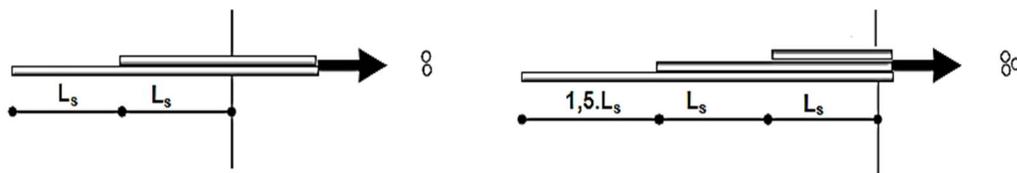


Fig. 5. Ancrage des paquets de barres

a - Paquet de deux barres;    b - Paquet de trois barres

On note que la longueur d'ancrage de la première barre du paquet de 3 barres est  $1,5 l_s$  pour la raison indiquée ci-dessus. Sur la fig.5a, pour la clarté du dessin, les deux barres inférieures ont été représentées décalées, mais on ne doit pas oublier que, dans un paquet de trois barres, les barres doivent être au contact deux à deux (fig.5b).

3) Pour un paquet de 2 barres, le périmètre utile d'une des barres du paquet est égal à son périmètre nominal :  $u_i = \pi \phi$  (8)

4) Pour un paquet de 3 barres de même diamètre, le périmètre utile d'une des barres du paquet est pris égal à :  $u_i = \frac{2}{3} \pi \phi$  (9)

**II.3) Ancrage par courbure des barres tendues (BAEL/CBA93, A.6.1.25)**

La longueur  $l_s$  nécessaire pour ancrer une barre droite (longueur définie ci-dessus) est souvent trop importante par rapport à la place dont on dispose, aussi est-on amené à utiliser des ancrages courbes.

Un ancrage courbe est composé de deux parties droites AB et CD de longueurs  $l_1$  et  $l_2$  respectivement, et d'une partie courbe BC de rayon de courbure  $R$  et d'angle  $\vartheta$  (Fig. 6).

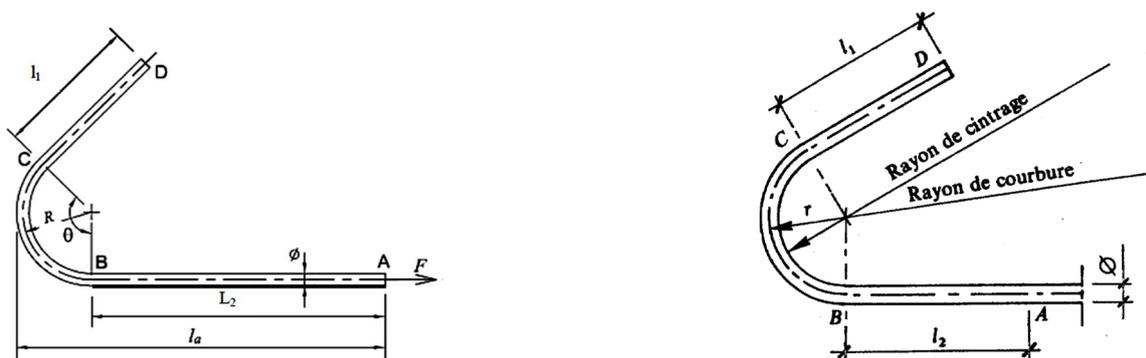


Fig. 6: Définition d'un ancrage courbe

Soient :

$N_A, N_B, N_C$ , les efforts axiaux de traction respectivement en A, B et C.  $N_D = 0$ , à l'extrémité D.

$$N_C = \tau_{su} \cdot \pi \cdot \phi \cdot l_1 ; N_B = \tau_{su} \cdot \pi \cdot \phi \cdot r \cdot \beta + \alpha \cdot N_C ; N_A = N_B + \tau_{su} \cdot \pi \cdot \phi \cdot l_2$$

$$N_A = \tau_{su} \cdot \pi \cdot \phi [\alpha \cdot l_1 + \beta \cdot r + l_2] \quad (10)$$

Pour ancrer totalement la barre à partir du point A, avec une longueur de scellement droit  $l_s$ , il faut :  $N_A = \tau_{su} \cdot \pi \cdot \phi \cdot l_s$  (11)

L'égalité des formules (10) et (12) donne :  $\alpha \cdot l_1 + l_2 = l_s - \beta \cdot r$  (13)

- Tableau 3: Conditions d'ancrage total pour les crochets courants

$\theta$	$\alpha$	B	Condition d'ancrage total
90°	1.87	2.19	$1.87 \cdot l_1 + l_2 \geq l_s - 2.19r$
120°	2.31	3.28	$2.31 \cdot l_1 + l_2 \geq l_s - 3.28r$
135°	2.57	3.92	$2.57 \cdot l_1 + l_2 \geq l_s - 3.92r$
180°	3.51	6.28	$3.51 \cdot l_1 + l_2 \geq l_s - 6.28r$

La longueur développée nécessaire à l'ancrage  $l_d$  est :  $l_d = l_1 + r\theta + l_2$  (14)

## II.5) Rayons de courbure minimaux. (CBA93/BAEL91/99, A.6.1,251)

Outre la condition de non-écrasement du béton formulée ci-après en A.6.1,252, les ancrages par courbure doivent être réalisés suivant les rayons minimaux qui suivent.

On ne doit jamais avoir recours à des courbures d'un rayon inférieur au triple du diamètre de la barre ployée, sauf pour les cadres, étriers et épingles transversaux des poutres et des poteaux.

Les valeurs données pour les rayons de courbure visent la distance du centre de courbure à l'axe de la barre (fig.7).

Le rayon de courbure de trois diamètres est admis pour les ronds lisses des nuances Fe E 215 et Fe E 235. Pour ces mêmes ronds et pour le façonnage des cadres, étriers et épingles susvisés, on peut réduire le rayon de courbure à deux diamètres.

Pour les barres à haute adhérence les rayons de courbure sont au moins égaux aux valeurs fixées par les textes réglementaires en vigueur.



Fig.7. Définition du rayon de courbure

Dans toute partie courbe de barre de diamètre  $\phi$ , le rayon de courbure  $r$  satisfait à l'inégalité suivante, dite **condition de non-écrasement du béton** :

$$\frac{r}{\phi} \geq 0.2 \left( 1 + \frac{\phi}{e_r} \right) \nu \frac{\sigma_s}{f_{cj}} \quad (15)$$

- où  $e_r$  désigne la distance du centre de courbure de la barre à la paroi dont la proximité augmente le danger d'écrasement du béton.
- $\sigma_s$  la contrainte de calcul évaluée à l'origine de la courbure, sous sollicitation ultime ;
- $\nu$  un coefficient numérique égal à l'unité lorsque la barre est isolée ou fait partie d'un ensemble de barres courbées disposées en un seul lit (\*\*); sa valeur est portée à 5/3, 7/3 ou 3 respectivement lorsque la barre courbée fait partie d'un ensemble disposé en deux, trois ou quatre lits, sous réserve que les distances libres entre lits successifs soient au moins égales au diamètre des plus grosses barres.

En outre, dans les parties où l'armature de traction tout entière d'une poutre est courbe, ou dans les boucles de jonction des barres tendues d'une poutre ou d'un tirant, le rayon de courbure  $r$  de chaque barre satisfait à l'inégalité :

$$\frac{r}{\phi} \geq 0.35 \left( 1 + \frac{2n\phi}{b} \right) \nu \frac{f_e}{f_{cj}} \quad (16)$$

- où  $f_e$  désigne la limite d'élasticité garantie des barres ;
- $n$  le nombre de barres d'un même lit ;
- $b$  la largeur de l'élément en cause, les autres symboles gardant la même signification que ci-avant.

## II.6) Ancrages par crochets normaux (CBA93/BAEL93/99, A.6.1.2.5.3)

Un crochet normal, par définition comporte une partie en demi-cercle suivie d'un retour rectiligne d'une longueur égale à deux fois le diamètre de la barre (Fig.8).

A défaut de calculs plus précis, on peut admettre que l'ancrage d'une barre rectiligne terminée par un crochet normal est assuré lorsque la longueur de la partie ancrée, mesurée hors crochet est au moins égale à :

- 0,6.Ls pour une barre lisse de classe Fe E 215 ou 235
- 0,4.Ls pour une barre à haute adhérence de classes FeE400 ou Fe E 500

Si on tient compte des valeurs de  $l_s$  (tableau 2), on obtient pour la longueur de la partie ancrée, mesurée hors crochets :

- 30  $\phi$  pour les ronds lisses Fe E 215 et Fe E 235;
- 16  $\phi$  pour les aciers à haute adhérence Fe E 400;
- 20  $\phi$  pour les aciers à haute adhérence Fe E 500.

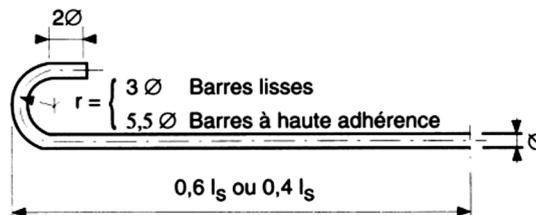
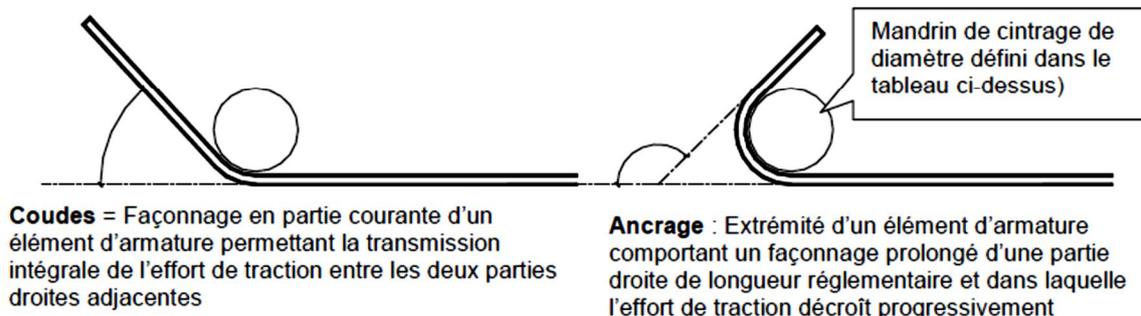


Fig.8- Crochet normal

### • Valeurs des diamètres minimaux des mandrins de façonnage

HA	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	20	25	32	40
<b>Cadre, étriers, épingles</b>	20	20	30	30	30	40	40	50	70	100	150	Sans objet		
<b>Ancrages</b>	40	50	70	70	70	100	100	100	150	150	200	250	300	400
<b>Coudes</b>	Sans objet						150	200	200	250	300	400	500	500



**Coudes** = Façonnage en partie courante d'un élément d'armature permettant la transmission intégrale de l'effort de traction entre les deux parties droites adjacentes

**Ancrage** : Extrémité d'un élément d'armature comportant un façonnage prolongé d'une partie droite de longueur réglementaire et dans laquelle l'effort de traction décroît progressivement

Les angles courants sont 90° (crochet dit à retour d'équerre), 120°, 135° et 180°.

## II.7) Dimensions des barres façonnées (fig.9)

- Rayon de courbure à l'axe de la barre :  $R=5,5 \cdot \Phi$
- Longueur développée de l'ancrage (  $\theta$  en rad) :  $L_d = L_1 + R \cdot \theta + L_2$
- Longueur d'appui :  $D_2 = L_2 + R + \Phi/2$
- Longueur de la partie ancrée :  $L_a = 0,4 \cdot L_s$

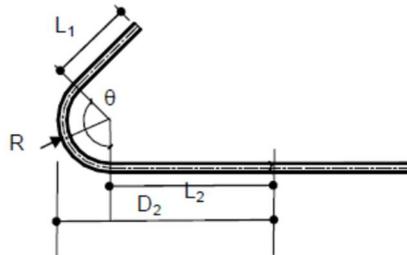


Fig.9. Dimensions des barres façonnées

Les ancrages courbes les plus fréquemment utilisés sont représentés sur la figure 10.

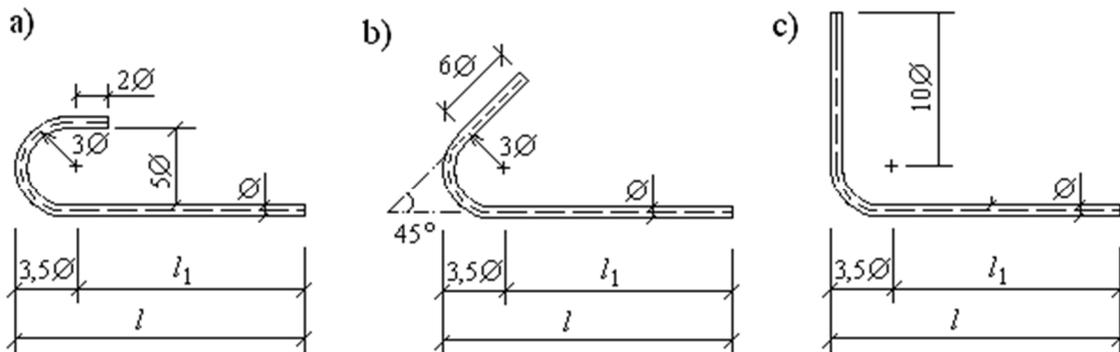


Fig. 10. Types des ancrages courbes

a - crochet normal;    b - crochet à 45°;    c - retour d'équerre

La valeur de  $3\phi$ , indiquée sur la figure 10, pour le rayon de courbure mesuré sur l'axe de la barre, ne peut être admise que pour les ronds lisses des classes *Fe E 215* et *Fe E 235*. Dans le cas des cadres, étriers et épingles ce rayon de courbure peut être réduit à  $2\phi$  pour les nuances considérées.

Pour les barres à haute adhérence de classe *Fe E 400* et *Fe E 500* le rayon de courbure doit être au moins égal à  $5,5\phi$  (fig. 11b).

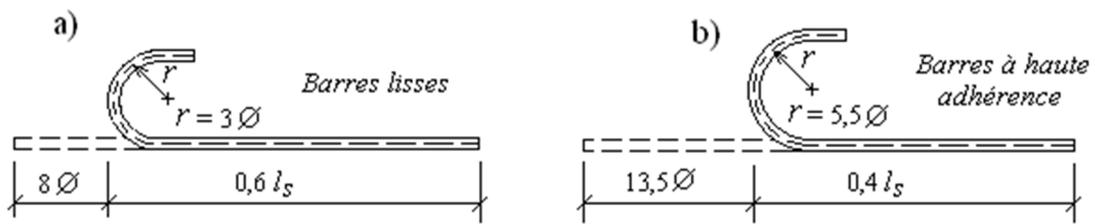


Fig. 11

## II.8) Ancrage des cadres, étriers et épingles (CBA93/BAEL91/99, A.6.1.255)

Pour les cadres, étriers et épingles utilisés comme armatures transversales, on considère que l'ancrage des extrémités de ces armatures est assuré lorsque les parties courbes sont prolongées de parties rectilignes d'une longueur au moins égale à :

- $5 \phi$  à la suite d'un arc de cercle de  $180^\circ$  (fig. 12a);
- $10 \phi$  à la suite d'un arc de cercle de  $135^\circ$  (fig. 12b);
- $15 \phi$  à la suite d'un arc de cercle de  $90^\circ$  (fig. 12c).

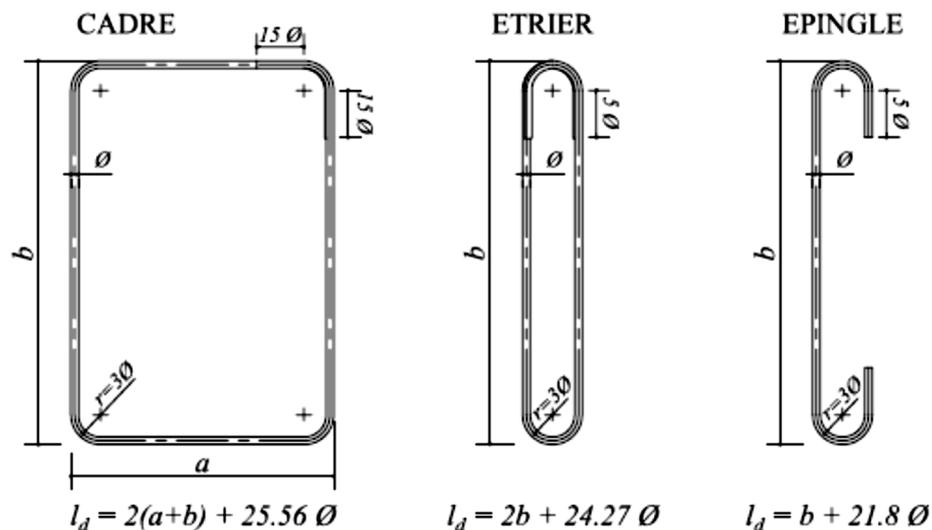


Fig. 12. Ancrage des extrémités des cadres, étriers et épingles

## II.9) Dispositions des ancrages par courbure aux extrémités de barres

Dans le cas d'un ancrage à retour d'équerre (fig.14), lorsqu'une des branches est parallèle à une paroi et à sa proximité immédiate, l'effort de traction  $F$  s'exerçant sur la barre a tendance à déplier celle-ci. Il en résulte une poussée sur la mince pellicule de béton qui risque d'éclater (Fig.14a). Il est donc nécessaire, dans ce cas, de relier le retour de l'ancrage à la masse du

béton au moyen d'une ligature ayant un diamètre de l'ordre du quart de celui de la barre à ancrer et une longueur au moins égale à sa longueur de scellement (fig.14b).

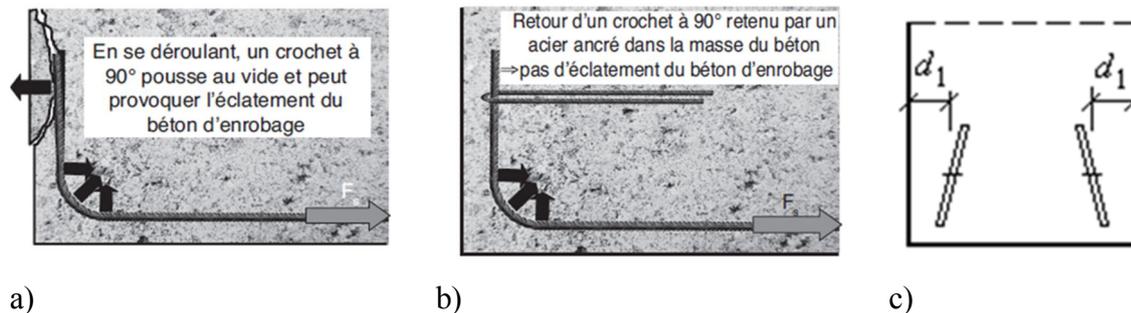


Fig.14. Ancrage à retour d'équerre au voisinage d'une paroi

Quelque fois, pour assurer la condition de non-écrasement du béton, on a intérêt à augmenter le plus que possible la distance  $d_1$  du centre de courbure de l'armature à la paroi, par exemple en inclinant le crochet vers l'intérieur de la pièce (fig. 14c).

## II.10) Ancrages des treillis soudés

Pour les treillis soudés constitués de fils ou de barres à haute adhérence, on applique les règles données ci-dessus pour les aciers en barres (CBA93/BAEL91/99, A.6.2.1).

Pour les treillis soudés constitués de fils lisses (CBA93/BAEL91/99, A.6.2.2): L'ancrage total d'un fil porteur doit comprendre au moins trois soudure (fig.15a) et l'ancrage total d'un fil de répartition doit comprendre au moins deux soudures (fig.15b). Donc si l'ancrage d'un fil porteur ne comporte que deux soudures (ou une soudure), l'effort équilibré par l'ancrage est égal aux 2/3 (ou à 1/3) de l'effort admissible sur le fil.

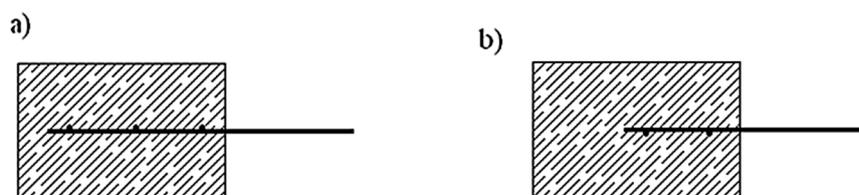


Fig. 15. Ancrage des treillis soudés (a- ancrage des fils porteurs; b- ancrage des fils de répartitions).

## II.11) Cas des constructions en zone sismique

L'emploi de coudes ou crochets dans les pièces comprimées ou les parties comprimées des pièces fléchies est interdit par certains règlements parasismiques (PS92 art.11.312). Toutefois en cas de nécessité (liaison avec une semelle de fondation, voisinage d'une surface libre, etc.), les ancrages d'extrémité peuvent être assurés au moyen de coudes à 90° (Fig.16).

Les zones critiques sont le plus souvent les zones près des appuis.

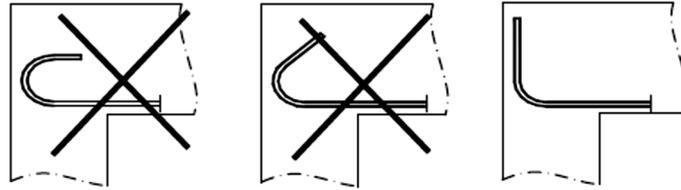


Fig.16

### III) RECOUVREMENTS DE BARRES

#### III.1) Jonction des armatures tendues rectilignes (A.6.1,223)

##### a) Simple recouvrement des extrémités de barres

Dans certains cas, pour assurer la continuité de la transmission des efforts, il faut réaliser une jonction par recouvrement entre deux barres identiques sur une certaine longueur appelée "longueur de recouvrement" et notée " $L_r$ " (Fig.17).

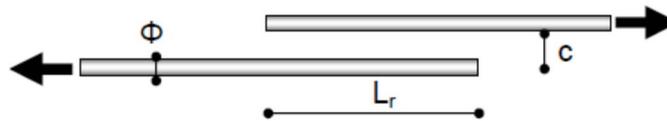


Fig. 17. Recouvrement de barres

Si les barres sont espacées d'une distance «  $c$  » inférieure à 5 fois leur diamètre, la longueur de recouvrement ( $L_r$ ) est égale à la longueur de scellement ( $L_s$ ) droit. (Si  $c < 5 \Phi$   $L_r = L_s$ )

Si les barres sont espacées de plus de 5 fois leur diamètre, la longueur de recouvrement est égale à la longueur de scellement droit plus la distance " $c$ " entre les deux barres.

(Si  $c > 5 \Phi$   $L_r = L_s + c$ )

##### b) Recouvrement par couvre-joints

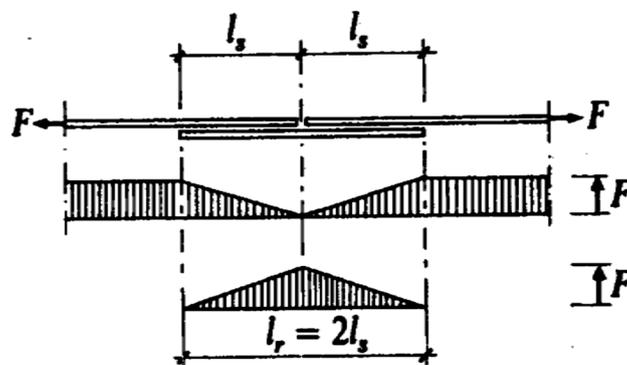


Fig. 18. Recouvrement par couvre-joints

### III.2) Jonction des barres comprimées (CBA93/BAEL91/99, A.6.1,24):

Les jonctions de barres susceptibles d'être comprimées sont obligatoirement rectilignes. La longueur du recouvrement peut être prise égale à  $0,6l_s$  à condition que la barre soit toujours comprimée, qu'elle ne fasse pas partie d'un paquet de trois et que les entre-axes des barres en jonction soient au plus égaux à cinq fois leur diamètre.

Les valeurs forfaitaires données en A.6.1,221 deviennent alors :

- $24 \phi$  pour les aciers à haute adhérence Fe E 400 de  $\phi s$  au moins égal à 1,5,
- $30 \phi$  pour les aciers à haute adhérence Fe E 500 de  $\phi s$  au moins égal à 1,5 et pour les ronds lisses Fe E 215 et Fe E 235.

### III.3) Recouvrement des barres tendues terminées par des crochets normaux (CBA93/BAEL91/99, A.6.1,253) (Fig.19):

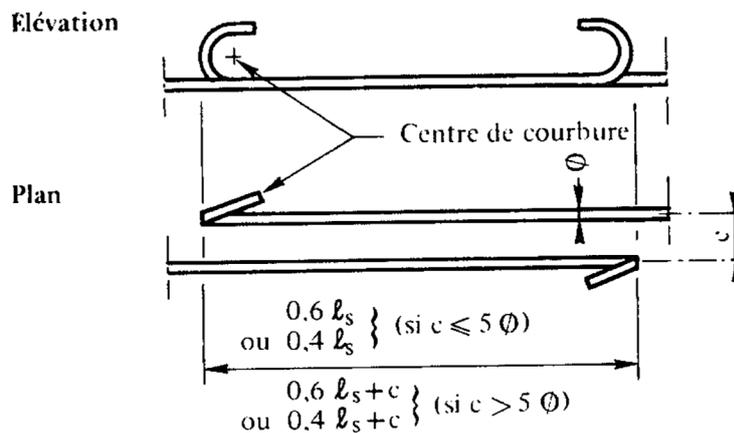


Fig.19. Recouvrement des barres tendues terminées par des crochets normaux

### III.4) Recouvrement des treillis soudés (BAEL/CBA93 A.6.2):

#### a) Cas des fils tréfilés lisses (TSL)

- Les soudures sont espacées sur l'un et l'autre fil d'au moins 4 cm si les nappes sont dans des plans distincts.
- Pour les fils porteurs, la longueur de recouvrement englobe 3 soudures sur chaque fil (fig. 20).
- Pour les fils de répartition, la longueur de recouvrement comprend 2 soudures sur chaque fil.

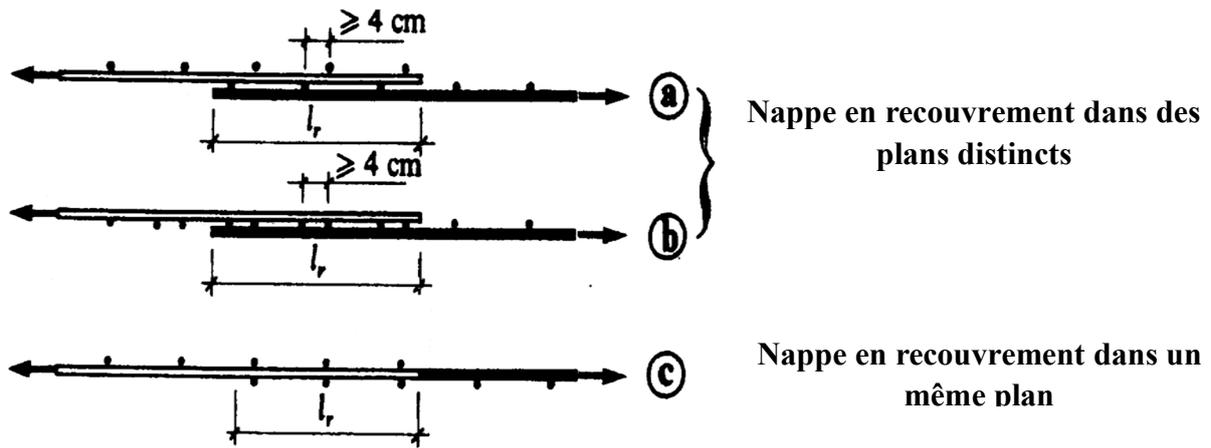


Fig.20. Recouvrement des treillis soudés lisses

**b) Cas des fils à haute adhérence TSHA (fig.21)**

Les règles sont les mêmes que pour les barres à haute adhérence :

$$l_r = l_s \text{ si } c \leq 5\Phi ; l_r = l_s + c \text{ si } c > 5\Phi$$

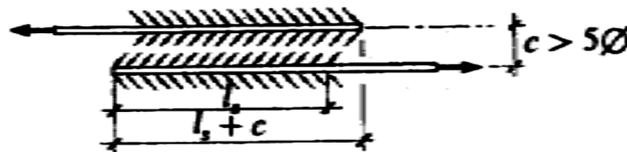


Fig.21. Recouvrement des treillis soudés haute adhérence

**IV) ENTRAINEMENT DES ARMATURES**

**IV.1) Contrainte d'adhérence d'entraînement**

Soit une poutre de section quelconque soumise à la flexion simple. Considérons un tronçon élémentaire de cette poutre de largeur  $dx$  compris entre deux sections  $S_1$  et  $S_2$  (Fig.22).

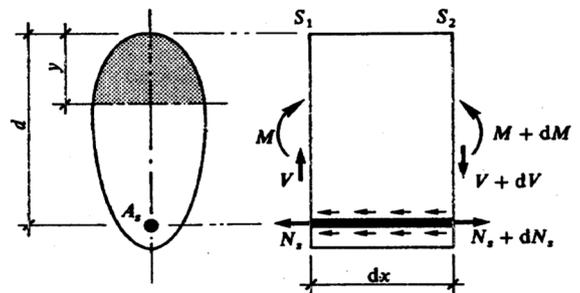


Fig.22

Soient :

- $M$  : le moment de flexion en  $S_1$  ;  $M+dM$  le moment de flexion en  $S_2$ .

- $A_s$  : section des armatures tendues supposées de même diamètre.
  - $\Sigma_u$  : somme des périmètres utiles de toutes les barres.
  - $D$  : hauteur utile de la section.
  - $Z$  : le bras de Levier des forces élastiques.
  - $M_s$  : moment statique de la section des armatures tendues, homogénéisée par rapport à l'axe neutre  $ZZ'$  passant par le CDG de la section totale homogénéisée  $ZZ'$ .
- $$M_s = nA_s(d - y) \quad (17)$$
- $I$  : Moment quadratique par rapport à l'axe neutre passant par le centre de gravité de la section homogénéisée.
  - $V$  : Effort tranchant dans la section  $S_1$ .
  - $N_s$  : Effort de traction dans les armatures (section  $S_1$ )
  - $N_s + dN_s$  : Effort de traction dans les armatures (section  $S_2$ )
  - $\tau_{se}$  : Contrainte d'adhérence d'entraînement.

- **Détermination de la contrainte d'adhérence d'entraînement  $\tau_{se}$**

L'expression de la contrainte en un point au sens de la RDM est :

$$\sigma = \frac{M}{I} v \quad (18)$$

- Pour la section  $S_1$ , l'effort axial dans l'armature tendue est :

$$N_s = \frac{M}{I} (d - y) \cdot n \cdot A_s \quad (19)$$

- En  $S_2$ , l'effort axial dans l'armature tendue est (fig.23):

$$N_s + dN_s = \frac{M + dM}{I} (d - y) \cdot n \cdot A_s \quad (20)$$

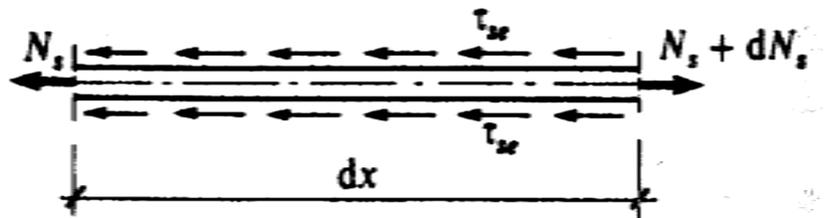


Fig. 23

L'équilibre du tronçon d'armature entre  $S_1$  et  $S_2$ , s'écrit :

$$N_s + dN_s - N_s - \tau_{se} \cdot \Sigma_u \cdot dx = 0 \quad (21)$$

$$D'où : dN_s = \tau_{se} \cdot \Sigma_u \cdot dx \quad (22)$$

Avec les équations (21) et (22), on a :

$$dN_s = \frac{dM}{I} (d - y) \cdot n \cdot A_s \quad (23)$$

L'égalité des équations (22) et (23) donne :

$$\tau_{se} = \frac{dM}{dx} \frac{(d-y).n.A_s}{\Sigma_u I} \quad (24)$$

Sachant que :

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (25)$$

$$(d-y).n.A_s = M_s \quad (26)$$

L'équation (24) peut s'écrire :

$$\tau_{se} = V \frac{M_s}{\Sigma_u I} \quad (27)$$

En outre, l'équilibre des efforts normaux dans la section, donne :

$$N_{bc} = N_s = A_s \sigma_{st} \quad (28)$$

$$M = N_s \cdot Z = A_s \sigma_{st} \cdot Z \quad (29)$$

Avec :

- M : Moment de flexion.
- $\sigma_{st}$  : Contrainte de traction dans l'armature
- Z : bras de Levier

En tenant compte des équations (20), (26), (28) et (29), on a :

$$N_s = \frac{M}{Z} = \frac{M}{I} M_s$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{M_s}{I} \quad (30)$$

L'expression de la contrainte  $\tau_{se}$  dans l'équation (27) devient :

$$\tau_{se} = \frac{V}{\Sigma_u} \frac{1}{Z} \quad (30)$$

#### IV.2) Entraînement des aciers en barres isolées ou en paquet (BAEL A.6.1.3)

Les sollicitations sont calculées vis-à-vis de l'ELU avec :

$V_u$  : valeur de calcul de l'effort tranchant.

$M_u$  : valeur de calcul du moment de flexion

$Z = 0.9 d$  : valeur forfaitaire du bras de Levier.

##### a) Cas de barres de même diamètre disposées sur une même nappe

La contrainte d'adhérence est :  $\tau_{se} = \frac{V_u}{0.9d.\Sigma_u}$  (31)

$\Sigma_u$  : Somme des périmètres utiles

- Pour le cas d'une barre isolée de diamètre  $\phi$ , le périmètre utile est :  $\pi\phi$
- Pour un paquet de deux barres de même diamètre, le périmètre utile est :  $(\pi+2)\phi$
- Pour un paquet de trois barres de même diamètre, le périmètre utile est :  $(\pi+3)\phi$

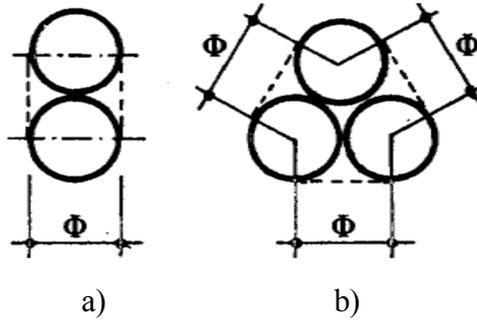


Fig. 24. Paquets de 2 barres (a) et 3 barres (b)

**b) Cas d'une nappe « i »** (Fig.25)

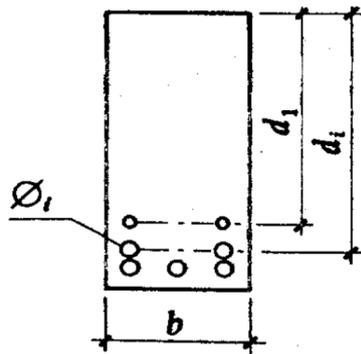


Fig. 25. 1ere nappe d'armatures tendues

La valeur de calcul de la contrainte d'adhérence d'entrainement de la nappe « i » est (**Art. A.6.1.3**):

$$\tau_{se}^i = \frac{V_u A_{si}}{0.9 d_i A_s} \quad (32)$$

$A_s = \Sigma A_{si}$  : Section totale des armatures tendues.

$u_i$  : Périmètre utile calculé des barres ou des paquets de la nappe  $i$

#### IV.3) Valeur limite ultime de la contrainte d'adhérence (BAEL. A.6.1.3)

La contrainte d'adhérence  $\tau_{se}$  doit être inférieure à la valeur limite ultime :

$$\tau_{se,u} = \psi_s \cdot f_{tj} \quad (33)$$

- Remarques :
  - 1) A défaut de calculs plus précis, on prend :
    - 2 MPa pour les ronds lisses
    - 3 MPa, pour les barres HA tel que  $\psi_s \geq 1.5$
  - 2) la justification de la contrainte d'adhérence par entrainement ne s'impose généralement que pour l'utilisation des armatures en chapeaux et des paquets de plus de deux barres.
  - 3) Vis-vis de l'adhérence, les petits diamètres sont recommandés.

#### IV.4) Entrainement des treillis soudés (BAEL A.6.2)

- Pour les treillis soudés constitués de fils tréfilés lisses, l'effort d'entrainement  $g$  exercé par unité de longueur vis-vis de l'ELU sur un ensemble de fils d'un treillis soudé brut de tréfilage doit satisfaire l'inégalité :

$$g \leq A_s \frac{f_e}{\gamma_s} \frac{1}{2t}, \text{ avec } g = \frac{V_u}{0.9d} \quad (34)$$

Avec :

$A_s$  : Section totale des fils disposés sur la largeur pour laquelle l'effort tranchant  $V_u$  est calculé.

$f_e$  : limite d'élasticité garantie.

$t$  : écartement des fils dans la direction orthogonale à celle des fils considérés

$0.9d$  : valeur forfaitaire du bras de Levier

- Pour les treillis soudés constitués de fils ou barres à haute adhérence, les prescriptions réglementaires sont les mêmes que pour les aciers en barres.