CHAPITRE IX. JUSTIFICATION DES SECTIONS SOUMISES AUX CONTRAINTES TANGENTES : L'EFFORT TRANCHANT

1. Introduction

L'étude du moment de flexion permet de déterminer les dimensions transversales et les armatures longitudinales dans une section donnée. L'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et de déterminer les armatures transversales et l'épure d'arrêt des armatures longitudinales.

Théoriquement, il est nécessaire d'effectuer les vérifications aux états limites ultimes et de service. Cependant, le règlement prévoit que seul l'état limite ultime est vérifié car les déformations et les phénomènes de fissuration dus à l'effort tranchant sont nettement moins importants à l'état limite de service qu'à l'état limite ultime.

2. Valeur de la contrainte tangente

Dans une poutre à ligne moyenne horizontale, l'effort tranchant provoque :

- sur des éléments verticaux et sur des éléments horizontaux ayant même origine, des contraintes égales à τ;
- sur des éléments inclinés à 45° sur la ligne moyenne, des contraintes de compression ou de traction ayant également pour valeur τ (Figures.9.1 et 9.2).

Comme la résistance du béton à la traction est faible, les efforts de traction sur les plans inclinés à 45° risquent, s'ils sont assez élevés, de créer des fissures. Ces fissures se produisent là où l'effort tranchant est le plus élevé, c'est-à-dire près des appuis.

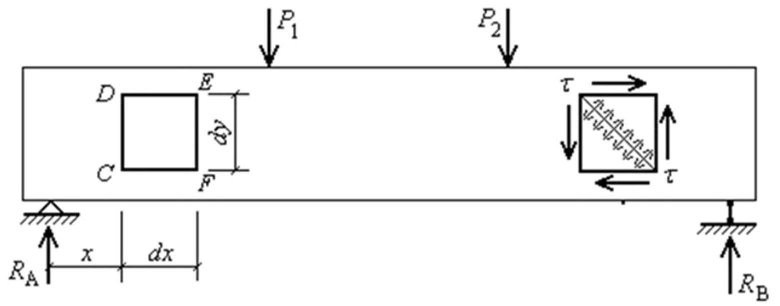

Fig.9.1

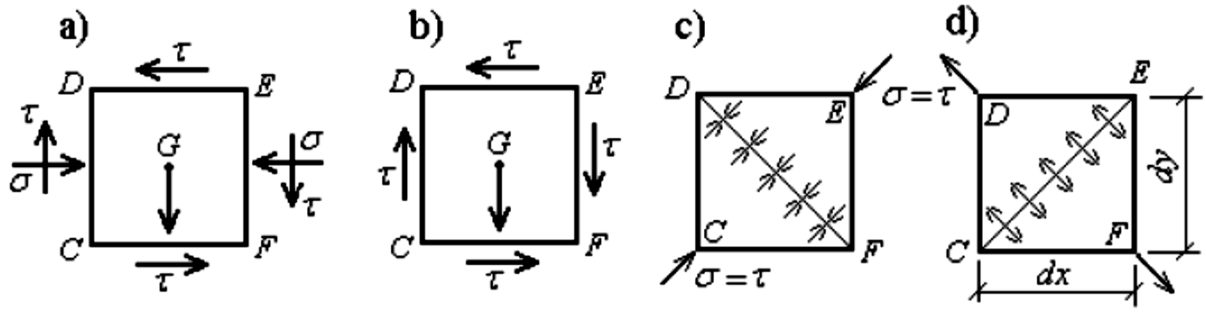

Fig. 9.2

Si on désigne par :

- M, le moment de flexion dans la section AB ;
- $M + dM$, le moment de flexion dans la section A_1B_1 ;
- z, le bras de levier ;
- b_0, la largeur de la nervure de la poutre.

Les lois de la RDM conduisent à l'expression de la contrainte tangente (qui est uniformément distribuée suivant la surface $b_O\, dx$) :

$$\tau_b = \frac{dN}{b_0 dx} = \frac{dM}{z b_0 dx}$$

Pour simplifier les calculs, on utilise la valeur de τ_u (dite la contrainte tangente conventionnelle) :

$$\boldsymbol{\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d}} \quad \textbf{(CBA93/BAEL, A.5.1,1)} \qquad (9.1)$$

On peut constater que τ_u ne représente pas la valeur réelle de la contrainte tangente.

On a : $\tau_u = 0.8$ à $0.9\ \tau_b$

3. Nécessité des armatures de couture

On a vu que l'effort tranchant avait pour effet de créer des fissures inclinées sensiblement à 45° sur la ligne moyenne. On peut donc dire, schématiquement, que si de telles fissures apparaissent, la partie *ABCD* de la poutre (fig. 9.3) tendra à se détacher et à tomber. On conçoit qu'il soit nécessaire de rattacher cette partie *ABCD* au reste de la poutre à l'aide d'armatures transversales.

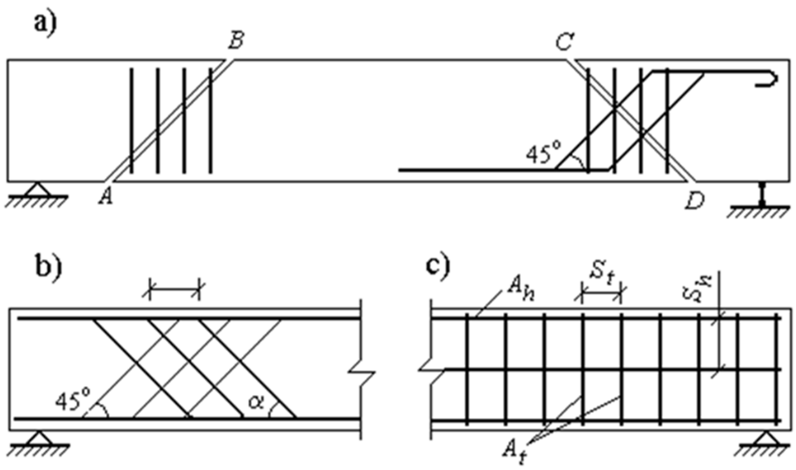

Fig. 9.3

Pour rattacher la partie $ABCD$ on peut utiliser :

- Des armatures perpendiculaires à la ligne moyenne de la poutre dites armatures droites, qui sont constituées par des cadres et par des étriers (fig. 9.3,*a*) ;
- Des armatures droites associées à des barres relevées (figure 9.3,*a*) ;
- Des armatures inclinées d'un angle α sur la ligne moyenne, 45°≤ α ≤ 90° (fig. 9.3,*b*)
- Des armatures droites associées à des armatures parallèles à l'axe de la poutre. Ces dernières doivent être réparties sur la hauteur de l'âme (fig.9.3,*c*) convenablement ancrées sur les appuis et répondre à la condition :

$$\frac{A_h}{S_h} \geq \frac{A_t}{S_t} \tag{9.2}$$

4. Etat limite ultime du béton de l'âme/Vérification du béton de l'ame (CBA93/BAEL, A.5.1.21)

Cette vérification (état-limite ultime par compression des bielles de béton) permet de préciser les dimensions de l'âme des pièces.
Les contraintes tangentes τ_u, si elles sont assez élevées, risquent de créer des efforts de compression qui peuvent entrainer l'écrasement des bielles de béton comprimé.
La vérification du béton de l'âme dépend de l'orientation des armatures transversales par rapport à la ligne moyenne de la poutre et du type de fissuration envisagée :

Les dimensions de l'âme doivent être telles que la contrainte tangente τ_u soit limitée aux valeurs indiquées ci-après :

1) Lorsque les armatures d'âme sont des armatures droites ou des armatures droites associées à des barres relevées (on note que ces armatures transversales ne doivent pas équilibrer plus de la moitié de l'effort tranchant), la contrainte τ_u ne doit pas dépasser la plus faible des deux valeurs données par (CBA93/**A.5.1,211)**:

- *Si la fissuration est non préjudiciable*:

$$\tau_u = V_u/b_0\ d \leq \min\{0.2f_{cj})/\gamma_b\,; 5Mpa) \tag{9.3}$$

- *Si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable*:

$$\tau_u = V_u/b_0\ d \leq \min\{0.15f_{cj}/\gamma_b\,; 4Mpa \tag{9.4}$$

2) Lorsque les armatures d'âme sont des armatures inclinées à 45° sur l'axe de la poutre ou des armatures droites associées à des armatures parallèles à l'axe de la poutre, la contrainte τ_u ne doit pas dépasser la plus faible des deux valeurs données par (quelle que soit la fissuration) (**CBA93/A.5.1,212**):

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} \leq min\begin{cases}\frac{0.27f_{bc}}{\gamma_b}\\ 7MPa\end{cases} \tag{9.5}$$

Lorsque les armatures d'âme sont constituées uniquement par des armatures inclinées d'un angle α sur la ligne moyenne ($45° \leq \alpha \leq 90°$), on détermine la valeur limite de τ_u par interpolation entre les valeurs précédentes (CBA93/**A.5.1,213)**.

3) Pour des pièces dont toutes les sections droites sont entièrement comprimées, les limites réglementaires deviennent :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} \leq min\begin{cases}\frac{0.06f_{bc}}{\gamma_b}\\ 1.5MPa\end{cases} \tag{9.6}$$

Si ces conditions sont satisfaites, les dimensions de la section des pièces sont suffisantes, dans le cas contraire les dimensions de la section doivent être augmentées.

Pour les bétons courants, on obtient pour τ_u les valeurs limites données sur le tableau 9.1.

Tableau 9.1 Valeurs limites des contraintes tangentes ultimes τ_u (MPa) avec $\gamma_b = 1{,}5$

f_{c28} (MPa)	Armatures droites, fissuration :		Armatures à 45° (toutes fissurations)	Pièces comprimées (toutes fissurations)
	Non préjudiciable	préjudiciable ou très préjudiciable		
16	2,13	1,6	2,88	0,64
18	2,40	1,8	3,24	0,72
20	2,67	2,0	3,60	0,80
25	3,33	2,5	4,50	1,00
30	4,00	3,0	5,40	1,20
40	5,00	4,0	7,00	1,50
50	5,00	4,0	7,00	1,50
60	5,00	4,0	7,00	1,50

Pour vérifier le béton de l'âme, on prend en considération des efforts tranchants maximaux $V_{u(o)}$, donc à la distance $x = 0$ de l'appui. Alors les contraintes tangentes correspondantes seront égales à :

$$\tau_{u(0)} = \frac{V_{u(0)}}{b_0 d} \qquad (9.6)$$

Ces contraintes ne doivent pas dépasser la valeur limite $\tau_{u\,max}$ (donnée par le tableau (9.1), et déterminées selon articles A5.211, A5.212, A5.213 des règles CBA93. Donc :

$$\tau_u(0) \leq \tau_{umax} \qquad (9.7)$$

Si cette condition n'est pas satisfaite, on doit augmenter les dimensions de la section transversale de la pièce.

5. Calcul des armatures transversales

Considérons une poutre dont les armatures d'âme sont constituées de barres ayant une inclinaison α sur la ligne moyenne (fig. 9.6). On admet, qu'après fissuration, la poutre se comporte comme une poutre à treillis multiple de hauteur “z”, la membrure comprimée de cette poutre étant constituée par le béton de la zone comprimée, la membrure tendue par les armatures tendues, les diagonales tendues par les barres inclinées à angle α, les diagonales comprimées par des biellettes de béton inclinées à 45°.

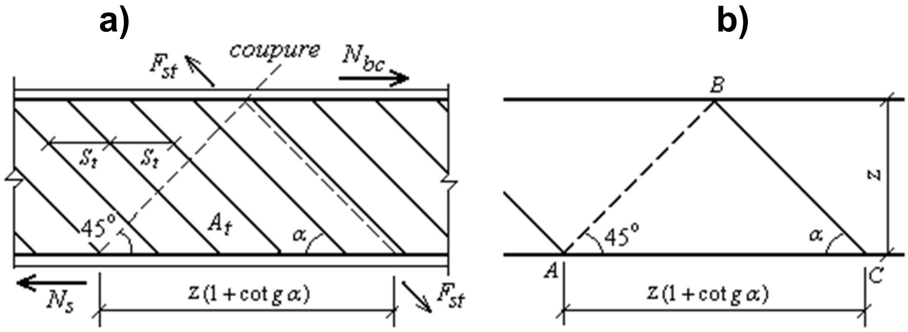

Fig. 9.4

On remplace le treillis multiple par un treillis simple (fig.9.4,*b*), la section de la diagonale *BC* étant égale à la somme des sections des barres inclinées rencontrées dans la poutre sur la longueur : $z\,(1 + \text{cotg}\ \alpha)$.

D'après la théorie des poutres en treillis on a :

- l'effort de traction dans la diagonale *BC* est :

$$F_{st} = \frac{V_u}{\sin\alpha} \tag{9.8}$$

- l'effort de compression dans la diagonale de béton comprimé, inclinée à 45° est :

$$N_{bc} = V_u\sqrt{2} \tag{9.9}$$

Si A_t est la somme des sections droites des armatures inclinées situées dans un même plan et S_t l'écartement de deux plans successifs, alors le nombre de cadres coupés sur un module du treillis est :

$$n = z(1 + cotg\alpha)/S_t \tag{9.10}$$

La section de la diagonale fictive a pour valeur :

$$nA_t = A_t z(1 + \cot\alpha)/S_t \tag{9.11}$$

La contrainte dans les armatures A_t étant égale à $\frac{f_e}{\gamma_s}$, alors l'effort de traction dans la diagonale fictive tendue est :

$$F_{st} = \left[\frac{A_t Z(1+\cot\alpha)}{S_t}\right]\left(\frac{f_e}{\gamma_s}\right) \tag{9.12}$$

En projetant l'équilibre des forces sur la verticale, on a:

$F_{st}sin\alpha = V_u$, ou encore :

$$F_{st} = \left[\frac{A_t Z(1+\cot\alpha)}{S_t}\right]\left(\frac{f_e}{\gamma_s}\right) = \frac{V_u}{\sin\alpha} \tag{9.13}$$

$$\left[\frac{A_t Z(1+\cos\alpha)}{S_t}\right]\left(\frac{f_e}{\gamma_s}\right) = V_u \tag{9.14}$$

Avec $\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d}$ et $\rho_t = \frac{A_t}{b_0 S_t}$ on peut écrire:

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_0 S_t} \geq \frac{\tau_u}{(z f_e / d\gamma_s)(\sin\alpha + \cos\alpha)} \qquad (9.15)$$

où ρ_t est le coefficient de ferraillage des armatures transversales dans l'âme (coefficient fictif car les armatures transversales ne sont pas toujours orthogonales à l'aire $b_0 S_t$).

Vu que $Z = 0.9d$ et $\gamma_s = 1.15$, donc : $\frac{Z}{d\gamma_s} = 0.8$, alors on a:

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_0 S_t} \geq \frac{\tau_u}{(0.8 f_e)(\sin\alpha + \cos\alpha)} \qquad (9.16)$$

La formule 9.16 ne tient pas compte du fait qu'une partie de l'effort tranchant est équilibrée par la membrure comprimée du treillis. Aussi les règles CBA 93/*B.A.E.L*, pour prendre ce fait en considération, ont introduit la valeur τ_0 (ce comportement provient du fait que le béton comprimé participe également à l'équilibre de l'effort tranchant) et la formule (9.16) devient alors:

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_0 S_t} \geq \frac{\tau_u - \tau_0}{(0.8 f_e)(\sin\alpha + \cos\alpha)} \quad \text{(CBA 93/BAEL. A.5.1.23)} \qquad (9.17)$$

Où, $\tau_0 = 0.3 f_{tj}^* k, f_{tj}^* = min\begin{cases} f_{tj} \\ 3.3MPa \end{cases}$; (9.18)

k est le coefficient qui varie en fonction du type de sollicitation et de la nature de la surface de reprise de bétonnage s'il en existe. La valeur de *k* est la plus défavorable de celles qui découlent des articles suivants :

- $k = 0$ dans le cas de reprises de bétonnage n'ayant pas reçu le traitement ci-après, ou lorsque la fissuration est très préjudiciable;
- $k = 1$ dans le cas de la flexion simple;
- $k = 1 + 3\frac{\sigma_{cm}}{f_{cj}}$ dans le cas de la flexion composée avec compression, σ_{cm} désignant la contrainte moyenne de compression de la section totale de béton sous l'effort normal de calcul;
- $k = 1 - (10\,\sigma_{tm}/f_{cj})$ dans le cas de la flexion composée avec traction,

σ_{tm} désignant la contrainte moyenne de traction de la section totale de béton sous l'effort normal de calcul. Le coefficient *k* devient négatif dès que σ_{tm} est supérieur à 0,1 f_{cj}.
Ceci tient compte du fait que la résistance des pièces tendues à l'effort tranchant est médiocre.

Les valeurs de σ_{tm} et σ_{cm} se calculent conventionnellement sur la section de béton totale supposée non fissurée et non armée.

On doit noter que sauf traitement particulier (1), une reprise de bétonnage constitue un point faible et doit donc être traitée conformément à la règle des coutures donnée plus loin, ce qui revient à prendre *k* = 0. L'attention est attirée sur le fait que lorsque la surface de reprise se situe à un niveau différent de celui de la fibre neutre, la justification doit être faite à ce niveau avec la valeur correspondante du cisaillement qui diffère de la valeur conventionnelle de τ_u.

Dans le cas particulier de la flexion simple avec armatures droites ($\alpha = 90°$) on a $\sin\alpha = 1$, $\cos\alpha = 0$ et la formule (5.10) s'écrit lorsqu'il n'y a pas de reprise de bétonnage:

- si la fissuration est très préjudiciable, $k = 0$:

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_0 S_t} \geq \frac{\gamma_s \tau_u}{0.9 f_e} \text{ ,ou encore: } \rho_t \geq \frac{\tau_u}{0.8 f_e} \qquad (9.19)$$

- si la fissuration n'est pas préjudiciable ou est peu préjudiciable (donc $k = 1$) :

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_0 S_t} \geq \frac{\gamma_s(\tau_u - 0.3 f_{tj})}{0.9 f_e} \text{ ; ou, } \rho_t = \frac{A_t}{b_0 S_t} \geq \frac{\tau_u - 0.3 f_{tj}^*}{0.8 f_e} \qquad (9.20)$$

En général on fixe le diamètre des armatures transversales (donc la section A_t), et on détermine leur espacement S_t. Alors on aura pour le cas envisagé de flexion simple avec armatures droites:

- si la fissuration est très préjudiciable:

$$S_t \leq \frac{0.8 f_e A_t}{b_0 \tau_u} \qquad (9.21)$$

- si la fissuration n'est pas préjudiciable ou est peu préjudiciable:

$$S_t \leq \frac{0.8 f_e A_t}{b_0(\tau_u - 0.3 f_{tj}^*)} \qquad (9.22)$$

(1) $k = 1$, dans le cas des surfaces de reprise de bétonnage, si elles sont munies d'indentation atteignant au moins 5 mm.

On note que les armatures inclinées d'un angle α sont les plus intéressantes au point de vue de résistance des sections inclinées (la disposition la plus efficace correspond à α = 45°), mais on utilise souvent par commodité, lorsque cela est possible, α = 90°. La disposition des armatures à 45° est notamment recommandée lorsque la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable.

Quelle que soit la valeur donnée par le calcul, la quantité des armatures transversales ne doit pas être inférieure à la valeur minimale, déterminée d'après la condition de non-fragilité :

$$\frac{A_t f_e}{b_0 S_t \sin\alpha} \geq \max(0.4\ MPa; \frac{\tau_u}{2}) \qquad (9.23)$$

ou encore (pour des barres verticales $\alpha = 90°$):

$$\rho_{tmin} \geq \max(0.5\ \tau_u / f_e\ \ ; 0.4/f_e) \qquad (9.24)$$

- **L'espacement** entre les plans successifs d'armatures d'âme doit être au plus égal à la plus faible des deux valeurs: 0,9 d et 40 cm.

$$S_t \leq min\{0.9d; 40cm\} \tag{9.25}$$

- **Le diamètre** Φ_t des armatures transversales d'âme doit être au moins égal à $\phi_l/3$ (ici ϕ_l est le plus grand diamètre des barres longitudinales). D'autre côté le diamètre des armatures transversales doit être au plus égal à la plus petite des trois quantités suivantes: $\phi_t \leqslant min\left\{\frac{h}{35};\ \phi_l; \frac{b_0}{10}\right\}$ (9.26)
- h est la hauteur totale de la poutre;
- ϕ_l, le diamètre des armatures longitudinales;
- b_0, la largeur de l'âme de la poutre.

- Dans la mesure du possible, il est conseillé d'éviter, pour les armatures transversales, d'utiliser des aciers de diamètre supérieur à 12mm.

- **Pour calculer des armatures transversales, on prend en considération la valeur de l'effort tranchant *$V_u(h/2)$*, donc à la distance *$h/2$* de l'appui. Alors les contraintes tangentes τ_u sont données par** :

$$\tau_u = \tau_u\left(\frac{h}{2}\right) = \frac{V_u\left(\frac{h}{2}\right)}{b_0 d} \tag{9.27}$$

D'autre part dans les calculs au voisinage des appuis, lorsque des charges sont appliquées à ce voisinage, on applique les modalités suivantes :

- *charges réparties* : on ne prend pas en compte les charges s'appliquant avant une distance *$h/2$* du nu de l'appui considéré, car on estime que ces charges sont transmises directement à l'appui ;
- *charges concentrées* : l'effort tranchant développé par une charge concentrée proche d'un appui (à la distance $a \leq 0{,}5\ h$ de l'appui) est considéré comme directement transmis à l'appui et n'est pas pris en compte. Si la distance $0{,}5\ h < a \leq 1{,}5\ h$ l'effort tranchant développé par cette charge doit être multiplié par un coefficient $2a / 3h$.

6. Dispositions pratiques des armatures transversales

- Les armatures transversales sont généralement constituées par des barres de 6 à 12 mm de diamètre entourant les armatures supérieures et inférieures.
- On calcule toujours l'écartement des armatures transversales aux appuis et dans quelques sections intermédiaires. Ensuite les armatures transversales sont réparties en fonction des valeurs trouvées en s'attachant, pour ne pas compliquer inutilement le travail de ferraillage, à garder un écartement constant sur une certaine zone. Quelle que soit la valeur donnée par le calcul, l'espacement des armatures transversales ne doit pas être supérieur à la valeur maximale indiquée ci-dessus et la section de ces armatures doit être au moins égale à la valeur minimale indiquée au même paragraphe (voir en 5).
- Le premier plan des armatures transversales est placé à une distance de l'appui égale à $S_t / 2$ et les armatures transversales sont prolongées sur l'appui, avec un écartement égal à S_t, afin

d'assurer la couture des ancrages. Ensuite, on choisit des espacements S_t tels que le coefficient de ferraillage réel soit supérieur aux valeurs requises de ρ_t pour chaque partie de la pièce. Cette méthode longue est générale et c'est la plus "économique".

- **Pour les cas pratiques de répartition des armatures transversales** le plus souvent on utilise les méthodes approchées : soit **méthode pratique de Caquot et méthode pratique de Perchat.**

Les méthodes pratiques sont applicables aux poutres de hauteur constante soumises à des charges uniformément réparties.

- En utilisant la méthode de *Caquot* on calcule l'écartement des armatures transversales à l'appui, puis on adopte, pour l'écartement des cadres suivants, en centimètres, la suite des nombres :
7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 20, 25, 35, 60.

- Chaque espacement étant répété « n » fois :

- **Méthode de Caquot** : n est le nombre entier de mètres dans la demi-travée de la poutre ou dans la portée totale pour une console.
- **Méthode de *Perchat*** (on peut la considérer comme dérivée de la méthode de *Caquot*) est un peu plus économique et aussi un peu plus compliquée.

  Le premier cadre est placé à $\frac{S_{t0}}{2}$, ensuite on place n_0 espacements S_{t0} avec $n_0 \geq \frac{1}{2}\left(\frac{h}{S_{t0}} - 1\right)$, puis n fois S_{t1}, S_{t2}, etc., les S_{ti} étant pris dans la série précédente avec n = nombre de mètres (partie entière par excès ou par défaut dans L'_0, donné par la formule :

$$L'_0 = \left(L_0 - \frac{h}{2}\right)\left(1 - \frac{0.5k'}{\tau_u(h/2)}\right) \qquad (9.28)$$

L_0 est la demi portée de la poutre et $k' = \begin{cases} 1, en\ l'absence\ de\ reprise\ de\ bétonnage \\ ou\ 0 \end{cases}$

Il faut noter que les méthodes de *Caquot* et *Perchat* sont plus rapides que la méthode générale, elles vont dans le sens de la sécurité, mais conduisent généralement à une plus forte densité d'armatures transversales.

7. Cas particulier des dalles et des poutres secondaires. Cas du poinçonnement

7.1. Cas des dalles

Dans le cas des dalles aucune armature transversale n'est nécessaire si:

- la dalle est bétonnée sans reprise sur toute son épaisseur ;
- la contrainte tangente : $\tau_u \leq 0.07 f_{c28}/\gamma_b$ (9.29)

En cas de surface de reprise de bétonnage ménagée dans l'épaisseur de la dalle considérée, on applique **la règle des coutures (Voir en 8.1)**.

Lorsque la dalle comporte des armatures d'effort tranchant, les valeurs limites de la contrainte tangente τ_u sont celles données pour les poutres à armatures droites multipliées par :

- $10\,h/3$ si h est comprise entre 0,15 et 0,3 m (h en mètres) ;
- 1,0 si $h > 0{,}3\ m$.

7.2. Cas des poutres secondaires

On n'a pas à placer d'armatures transversales dans la moitié centrale des poutres secondaires de planchers ou de nervures de planchers à nervures croisées si l'utilisation des locaux ne crée pas d'effet dynamique important et si la contrainte tangente de calcul n'excède pas 0,03 f_{c28}

$$\tau_u \leq 0.03 f_{c28} \qquad (9.30)$$

7.3. Cas du poinçonnement

Une force est localisée lorsque les dimensions de son impact sont petites par rapport aux dimensions de la dalle (fig.9.5). Sous l'action d'une telle force, il y a lieu de vérifier la résistance des dalles au poinçonnement par effort tranchant. La condition de non-poinçonnement est vérifiée si:

$$Q_u \leq 0.045 U_c h f_{cj}/\gamma_b \qquad (9.31)$$

Avec :

- Q_u, la charge de calcul à l'état- limite ultime ;
- h, l'épaisseur totale de la dalle ;
- U_c, le périmètre du contour au niveau du feuillet moyen calculé comme indiqué sur la figure 9.7.

$$U_c = 2(a + b + 2h)$$

Vu que $\tau_u = \frac{Q_u}{U_c d}$, et en prenant $d \approx 0{,}9\,h$, on a :

$$\tau_u \leq 0.05 f_{cj} \qquad (9.32)$$

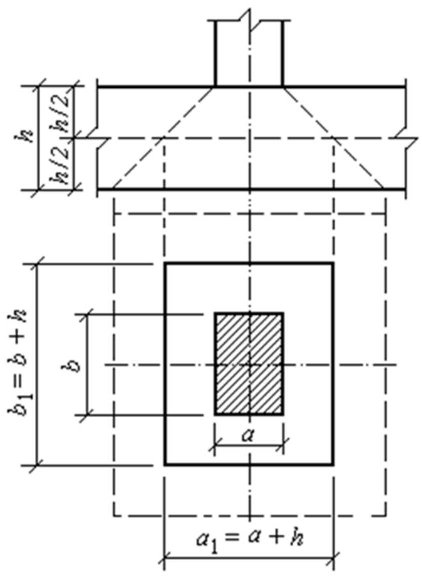

Fig.9.5

Si la condition de non-poinçonnement n'est pas satisfaite, il faut utiliser des armatures transversales dans un périmètre U défini à partir du périmètre U_C :

$$U = \frac{U_c \tau_u}{0.05 f_{cj}} \tag{9.33}$$

8. Influences particulières des efforts tranchants

8.1. Règle de coutures

L'expérience montre qu'il serait dangereux de compter sur le béton seul pour équilibrer un effort tangent s'exerçant sur un plan intérieur à un élément de structure (fig.9.6). Il est donc nécessaire d'associer au béton des aciers d'attache appelés "coutures" qui traversent le plan considéré, et ancrés dans les régions de béton dont la fissuration ne compromet pas l'efficacité de l'ancrage.

Cette règle est destinée à déterminer les armatures d'attache pour les plans de béton sur lesquels s'exerce un effort tangent, c'est-à-dire un effort provoqué par des contraintes tangentes, et pour lesquels il n'existe pas un mode de détermination spécifique des armatures d'attache, comme c'est le cas pour les âmes des poutres. En pratique ces plans correspondent:

- **aux surfaces de reprise de bétonnage ;**
- **aux plans d'attache de deux pièces entre elles.**

Les plans considérés doivent être traversés par des armatures d'attache ou armatures de couture, convenablement ancrées de part et d'autre du plan sollicité, faisant avec lui un angle compris entre 45° et 90°. Si les armatures ne sont pas normales au plan, elles doivent être inclinées en sens inverse de la direction probable des fissures.

Si on appelle :

- A_t, la somme des aires des sections droites des armatures de couture disposées dans un même plan ;
- S_t, l'espacement des armatures de couture dans la direction parallèle au plan sollicité ;
- τ, la contrainte tangente réelle (et non conventionnelle) ;
- σ, la contrainte normale comptée positivement en compression, négativement en traction ;
- f_e, la limite d'élasticité des armatures de couture ;
- γ_s, le coefficient de sécurité relatif à l'acier ($\gamma_s = 1{,}15$) ;
- α, l'angle des armatures tendues avec le plan sollicité $45° \leq \alpha \leq 90°$.

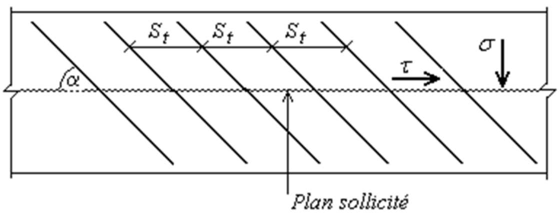

Fig. 9.6

Avec ces valeurs on peut écrire la règle des coutures généralisée:

$$\frac{A_t f_e(\cos\propto+\sin\propto)}{b_0 S_t \gamma_s} \geq \tau - \sigma \tag{9.34}$$

8.1.1. Liaison de la table de compression d'une poutre avec l'âme.

Pour une section en T les armatures de couture doivent assurer **l'attache de la table avec l'âme**. Soit l'aile d'une table de compression d'une poutre en T chargée dans son plan de symétrie ; les contraintes agissant sur le plan de jonction doivent équilibrer les efforts normaux et les moments de flexion.

Il se produit donc **des contraintes tangentes parallèlement et perpendiculairement aux faces verticales de l'âme.**

Pour commencer le calcul, soit S_t le moment statique par rapport à l'axe neutre de toute la table de compression $[S_t = bh_0(y - h_0/2)]$, et le moment statique S_O de la partie $ABCD$ $[S_0 = 0.5(b - b_0)h_0(y - h_0/2)]$ on aura alors :

$S_0 = [(b - b_0)/2b]S_t$ ou encore $S_0 = (b_1/b)S_t$

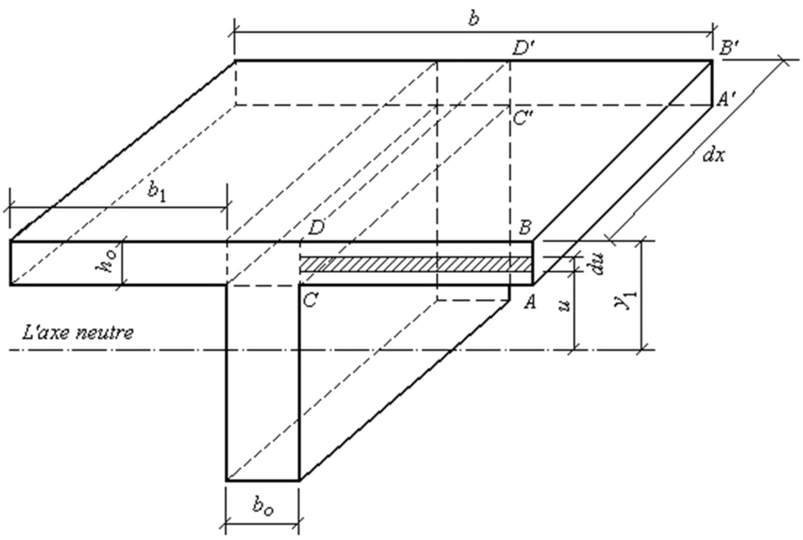

Fig. 9.7

Si on désigne par S_1 le moment statique de toute la partie de la section située au-dessus de l'axe neutre, on a $S_t \leq S_1$.

D'où :

$$S_0 \leq \frac{b_1}{b} S_1 \quad \text{et } \tau \leq V \frac{b_1}{b}\frac{S_1}{I_0}$$

Ici $b_1 = \frac{b-b_0}{2}$, étant la dimension de l'aile (fig. 9.7).

Le rapport (S_1/I_o) peut être déterminé de la manière suivante : la résultante des forces de compression F est égale à:$F = \frac{M}{z}$, d'autre part $F = \left(\frac{M}{I_0}\right) S_1$, alors on peut écrire :

$$\frac{S_1}{I_0} = \frac{1}{Z}$$

Par conséquent on a : $\tau = \frac{V}{h_0} \frac{b - b_0}{2b} \frac{1}{z} = \frac{V b_1}{h_0 b z}$

Alors pour des états-limites ultimes on a : $\tau_u = \frac{V_u}{Z} \frac{b_1}{b h_0}$

En prenant $z \approx 0{,}9\, d$, on trouve définitivement :

$$\tau_u = \frac{V_u}{0.9d} \frac{b_1}{b h_0} \qquad (9.35)$$

La contrainte τ_u ne doit pas dépasser les valeurs limites indiquées au tableau 9.1.

On admet que les armatures du hourdis constituant la table de compression peuvent jouer le rôle d'armatures de couture indépendamment de celui qu'elles jouent dans la résistance à la flexion du hourdis, à condition qu'elles soient convenablement ancrées de part et d'autre de la nervure.

Si les armatures d'attache sont constituées par les armatures du hourdis et si $\alpha = 90°$ et $\sigma_u = 0$,

on a: $\frac{A_t f_e}{h_0 S_t \gamma_s} \geq \frac{V_u b_1}{0.9 d b h_0}$

Ou encore avec $\gamma_s = 1{,}15$:

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{V_u b_1}{0.8 d b f_e} \qquad (9.36)$$

Donc, si A_{t1} est la section des armatures du hourdis par unité de longueur, on devra s'assurer que l'on a :

$$A_{t1} \geq \frac{V_u b_1}{0.8 d b f_e} \qquad (9.37)$$

9. Influence de l'effort tranchant au voisinage des appuis

Comme on l'a vu précédemment, il existe, dans les biellettes de béton inclinées à 45°, des efforts de compression égaux à $V_u\sqrt{2}$. Examinons ce qui se passe aux appuis.

9.1. Vérification de la compression du béton.

9.1.1. Appui de rive

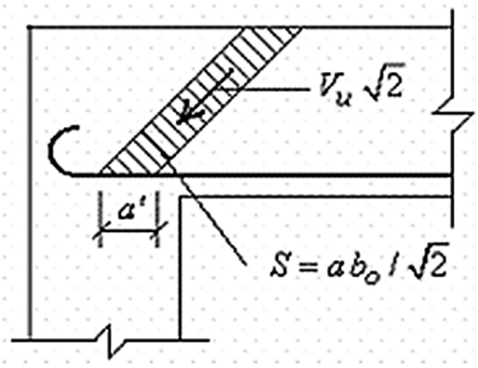

Fig.9.8

Soit, on pose que "a" étant la longueur d'appui de la biellette d'about (la valeur de "a" sera précisée par la suite) et b_O, la largeur de la nervure de la poutre. Alors la section droite de la biellette est :$ab_0/\sqrt{2}$, d'où la contrainte de la biellette :

$$\sigma_{bc} = \frac{V_u\sqrt{2}}{S} = \frac{2V_u}{ab_0} \tag{9.38}$$

$$a = min\{a'; 0.9d\} \tag{9.39}$$

On doit avoir : $\sigma_{bc} \le \frac{f_{cj}}{\gamma_b}$, mais pour tenir compte du fait que la biellette peut avoir une inclinaison légèrement différente de 45^{O}, les règles CBA 93/B.A.E.L. considèrent que l'on doit avoir (en introduisant le coefficient 0,8) :

$$\sigma_{bc} \le 0.8\ \frac{f_{cj}}{\gamma_b} \tag{9.40}$$

Alors d'après (10.49) on a : $2V_u \le 0.8ab_0f_{cj}/\gamma_b$, d'où (avec γ_b = 1,15) :

$$V_u \le \frac{0.4ab_0f_{cj}}{\gamma_b} = 0.267ab_0f_{cj} \tag{9.41}$$

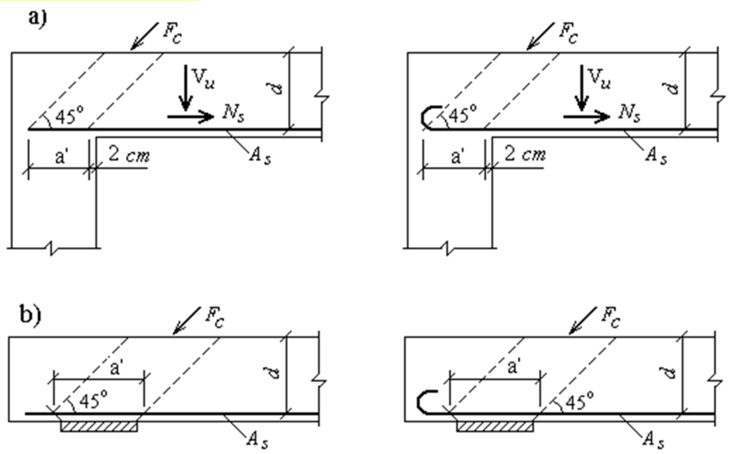

Fig. 9.9 : *a - poutre à nervure rectangulaire reposant sur un poteau ou sur un mur; b - poutre à nervure rectangulaire reposant sur un appareil d'appui*

Les valeurs à considérer pour a sont indiquées sur la fig. 9.9, avec au maximum, a = 0,9d.

9.1.2 Appui intermédiaire

Pour un appui intermédiaire d'une poutre continue on vérifie, pour chacune des travées adjacentes, la condition:

$$V_u \leq 0.267 a b_0 f_{cj} \qquad (9.42)$$

En outre, on doit avoir la contrainte moyenne de compression de l'aire d'appui, σ_{bc} (contrainte déterminée en considérant la valeur de calcul ultime de la réaction) :

$\sigma_{bc} \leq 1.3 f_{cj}/\gamma_b$, ou avec, $\gamma_b = 1.5, \sigma_{bc} \leq 0.867 f_{cj}$ (9.43)

9.2. Vérification des armatures longitudinales.

9.2.1 Appui de rive

L'influence de l'effort tranchant sur les armatures longitudinales inférieures peut être examinée de la manière suivante. Soit au nu d'un appui simple l'effort tranchant a une valeur V_u. A la force de compression $V_u\sqrt{2}$ existant dans la biellette de béton à 45°, va s'opposer une réaction $V_u\sqrt{2}$ qui peut être décomposée en une force verticale V_u, équilibrée par les armatures transversales, et une force horizontale V_u qui devra être équilibrée par les armatures longitudinales. Par conséquent, si dans la section située au nu de l'appui on n'a pas besoin d'armature longitudinale vis-à-vis du moment de flexion, par contre, la prise en compte de l'effort tranchant impose que l'on ait dans cette section des armatures longitudinales d'aire A_s, telle que :

$\frac{A_s f_e}{\gamma_s} \geq V_u$, ou avec $\gamma_s = 1.15, A_s \geq 1.15 V_u/f_e$ (9.44)

Ces armatures doivent être ancrées au-delà du nu de l'appui pour pouvoir équilibrer un effort égal à V_u.

S'il y a la force horizontale H éventuellement transmise par l'appui, on doit la prendre en compte, alors on aura:

$$A_s \geq 1.15(V_u + H)/f_e \qquad (9.45)$$

Quelle que soit la valeur de V_u, il est de bonne construction d'ancrer la nappe inférieure des armatures longitudinales avec sa longueur de scellement droit l_s, s'il s'agit d'un ancrage rectiligne, et avec une longueur de scellement équivalente, s'il s'agit d'un ancrage courbe.

9.2.2. Appui intermédiaire

Dans le cas d'un appui intermédiaire, au nu duquel existe un moment M_u (moment de continuité ou moment d'encastrement), la force V_u aura toujours une composante horizontale V_u, mais à V_u s'opposera la résultante des compressions $F' = - M_u / z$ (vu que M_u est négatif). Pour mesure de simplification on prend $z = 0{,}9\, d$, alors on a:

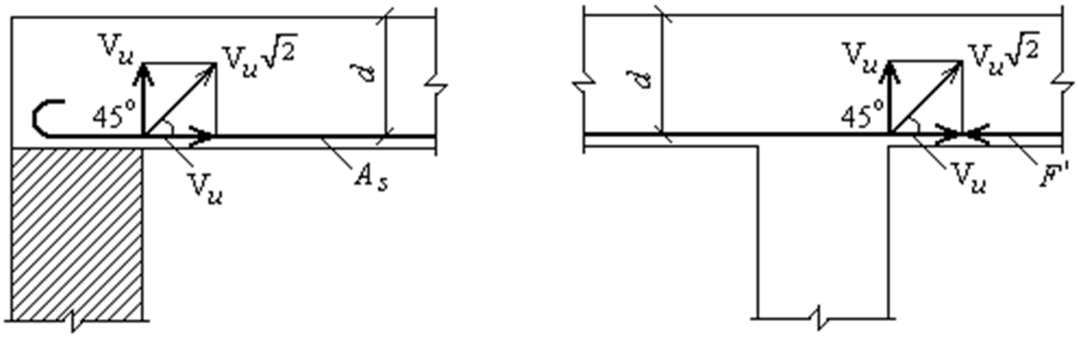

Fig. 9.10

- si $M_u/0.9d \geq V_u$, c'est-à-dire si $V_u - (|M_u|/0.9d) \leq 0$, les armatures longitudinales ne sont soumises à aucun effort de traction;
- si $M_u/0.9d < V_u$ c'est-à-dire si $V_u - (|M_u|/0.9d) > 0$, les armatures longitudinales inférieures sont soumises à un effort de traction : $V_u - (|M_u|/0.9d)$ et leur section A_s doit être telle que l'on ait : $\frac{A_s f_e}{\gamma_s} \geq V_u - (|M_u|/0.9d)$,

ou avec $\gamma_s = 1.15$: $A_s \geq \frac{1.15}{f_e}\left(V_u - \frac{|M_u|}{0.9d}\right)$ (9.46)

10. Arrêt des armatures principales

Parfois afin d'économiser l'acier, on arrête les barres principales là où elles ne sont plus indispensables pour résister aux moments de flexion.

Pour les poutres de planchers à charge d'exploitation modérées, (lorsque cette charge est uniformément répartie et inférieure à la charge permanente, et lorsque les longueurs des travées successives sont dans un rapport compris entre 0,8 et 1,25), les chapeaux sur appuis doivent avoir une longueur telle que le débord par rapport au nu de l'appui soit supérieur :

- au cinquième de la longueur de la plus grande travée voisine si l'appui n'appartient pas à une travée de rive ;
- au quart de la longueur de la plus grande travée voisine si l'appui appartient à une travée de rive.

Dans la pratique, en raison des coûts de façonnage, les crochets terminant ces chapeaux sont fréquemment remplacés par des sur- longueurs droites.

Pour les armatures inférieures, la moitié au moins de leur section nécessaire en travée, doit être prolongée jusqu'aux appuis et les armatures de second lit peut être arrêtées à une distance des appuis au plus égale au dixième de la longueur de la travée considérée **(fig. 9 .16).**

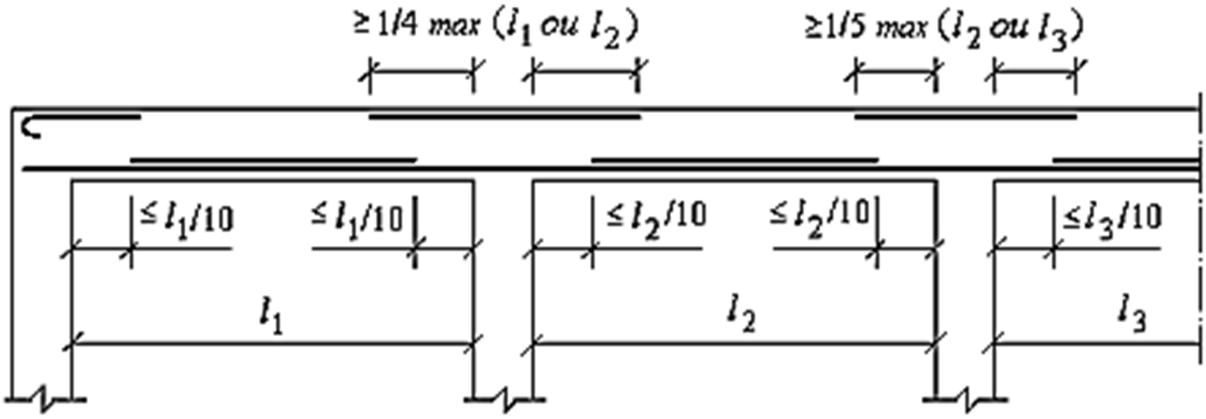

Fig. 9.11. **Règle forfaitaire de disposition des armatures**