

DEVOIR DE TRAITEMENT DU SIGNAL

TABLE DES MATIÈRES

Effet d'écho par filtrage FIR	1
Effet d'écho par filtrage IIR	2

Ce devoir propose d'implémenter l'effet d'écho par une approche FIR et une approche IIR. Les deux exercices demandent une étude théorique du filtre suivie d'une implémentation pratique sous **MatLab**, **Octave**, **Scilab** ou **Python 3** (avec **numpy** et **scipy**). Vous pouvez utiliser toutes les fonctions que vous souhaitez pour la partie pratique. La notation prendre en compte la qualité du code, et en particulier votre capacité à écrire un code propre, efficace, prenant en compte les capacités de calculs matriciels (c'est-à-dire, de limiter l'utilisation de boucle **for**). En particulier, on pourra utiliser les fonctions **filter** et **freqz** (resp. **freq**) pour **MatLab**, **Octave** et **Python** (resp. **scilab**).

Exercice 1. — *Effet d'écho par filtrage FIR.*

Soit le système donné par l'équation suivante :

$$s[n] = e[n] + \alpha e[n - D]$$

où $e[n]$ est l'entrée et $s[n]$ la sortie. $\alpha \geq 0$ est appelé le facteur d'atténuation et $D \in \mathbb{Z}$ le delay. Ce système permet d'implémenter un simple écho.

(1) Partie Théorique

- Le système est-il linéaire ? Invariant ?
- À quelle condition sur D le système est-il causal ?
- Déterminer la réponse impulsionnelle h du système et la représenter graphiquement pour $\alpha = \frac{1}{2}$ et $D = 2$. Le système est-il toujours stable ?
- Donner la fonction de transfert $H(z)$ de h avec sa région de convergence.
- Donner la transformée de Fourier $\hat{h}(\nu)$ du système et son module au carré.

- (f) Étudier $|\hat{h}(\nu)|^2$, en donner une représentation graphique sommaire pour deux valeurs de D . Quelle est l'effet de D ?

(2) **Partie Pratique.**

- Écrire un script qui permet d'implémenter l'écho précédent. On choisira une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz. On doit pouvoir choisir α et donner un délai d en **seconde** (ne pas confondre d qui en seconde et D qui est un nombre entier d'échantillons). Vous expérimenterez votre filtre en mettant en entrée :

- L'impulsion de Dirac

- Une sinusoïde d'une durée de 0.5 s, à une fréquence $\nu = 200$ Hz, **modulée** par une exponentielle décroissante de type $t \mapsto e^{-\gamma t}$. On choisira $\gamma = 10$.

Par défaut, on choisira $\alpha = 0.5$ et $d = 1$ s. Vous représenterez graphiquement les entrées et les sorties correspondantes. Vous pouvez aussi écouter le résultat.

- Quelle est l'influence du paramètre α ?
- Représenter graphiquement la réponse impulsionnelle du système.
- Calculer numériquement et représenter la réponse en fréquence (i.e. le module de la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle) du filtre. Comment évolue cette réponse en fréquence en fonction de d ?

Exercice 2. — *Effet d'écho par filtrage IIR.*

Soit le système donné par l'équation suivante :

$$s[n] = \alpha e[n] + \beta s[n - D]$$

où $e[n]$ est l'entrée et $s[n]$ la sortie. $\alpha \geq 0$ est appelé le facteur d'échelle, $\beta \geq 0$ le facteur d'atténuation et $D \in \mathbb{Z}$ le delay.

(1) **Partie Théorique.**

- (a) Le système est-il linéaire ? Invariant ?
- (b) À quelle condition sur D le système est-il causal ?
- (c) Donner la fonction de transfert $H(z)$ de h avec sa région de convergence.
- (d) Donner la (les) condition(s) de stabilité du système.
- (e) Donner la transformée de Fourier $\hat{h}(\nu)$ du système et son module au carré, lorsqu'elle existe.
- (f) Déterminer la réponse impulsionnelle h du système pour $D = 1$

(2) **Partie Pratique.**

- (a) Écrire un script qui permet d'implémenter l'écho avec le filtre IIR précédent. On choisira une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz. On doit pouvoir choisir α , β et donner un délai d en **seconde** (ne pas confondre d qui en seconde et D qui est un nombre entier d'échantillons). Vous expérimenterez votre filtre en mettant en entrée :

- L'impulsion de Dirac
- Une sinusoïde d'une durée de 0.5 s, à une fréquence $\nu = 200$ Hz, **modulée** par une exponentielle décroissante de type $t \mapsto e^{-\gamma t}$. On choisira $\gamma = 10$.

Par défaut, on choisira $\alpha = 1$, $\beta = \frac{1}{2}$ et $d = 1$ s. Vous représenterez graphiquement les entrées et les sorties correspondantes. Vous pouvez aussi écouter le résultat.

- (b) Quelles sont les influences des paramètres α et β ? Que se passe-t-il lorsque $\beta > 1$
- (c) Représenter graphiquement la réponse impulsionnelle du système.
- (d) Calculer numériquement et représenter la réponse en fréquence (i.e. le module de la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle) du filtre. Comment évolue cette réponse en fréquence en fonction de d ?
- (e) Quelle implémentation vous semble la plus réaliste : l'approche FIR ou l'approche IIR?