USTHB/ FACULTE DE GENIE CIVIL
DEPARTEMENT DE GEOTECHNIQUE
3 LIC B ANNEE 2016/2017

EXAMEN DE MDS

DUREE : 1 h 30 mn ;

- **Documentation non permise excepté celle autorisée le jour de l'examen.**
- Aucun prêt de matériel n'est permis entre étudiants
- Les téléphones portables doivent être éteints

EXO 1

Soit le rideau de palplanche ancré et encastré en pied de la fig. 1 Les caractéristiques du sol sont données sur la figure et on suppose le frottement entre le sol et le rideau de palplanches nul (δ=0) .

On demande :

1. Donner l'expression des contraintes actives et passives et en préciser les valeurs pour les points A, B, C et D;
2. Détermination le point de contrainte résiduelle nulle (pt R) situé à la distance 'a' du point D ; en se basant sur la théorie de Blum modifiée ;
3. Tracer le diagramme des contraintes résiduelle ($\sigma'_h = \sigma'_p - \sigma'_a$) et déterminer la valeur de $\sigma'_{h\ (O)}$ au niveau du point O
4. Calculer l'effort d'ancrage T dans le tirant et la réaction T_0 au point R (étudier l'équilibre de la poutre isostatique BR)
5. Déterminer la longueur b = RO, puis la fiche 'f' de la palplanche ainsi que la valeur de la contre butée C au niveau du point O (étudier l'équilibre de la poutre isostatique RO);
6. Calculer les moments fléchissant M_1 (au point B), M_2 (Moment max entre B et R), et M_3 (Moment max entre Ret O), et calculer ensuite le module de résistance W (prendre pour l'acier σ_{adm} = 1.6 x 10^5 kPa)

NB prendre γ_w= 10 kN/m3; On rappelle que pour la théorie de Rankine on a : .
σ_a= Ka . σ'_v -2c (Ka) ½ et σ_p= Kp . σ'_v +2c (Kp) ½ et Ka= 1/Kp = (1-sinφ)/(1+sinφ)

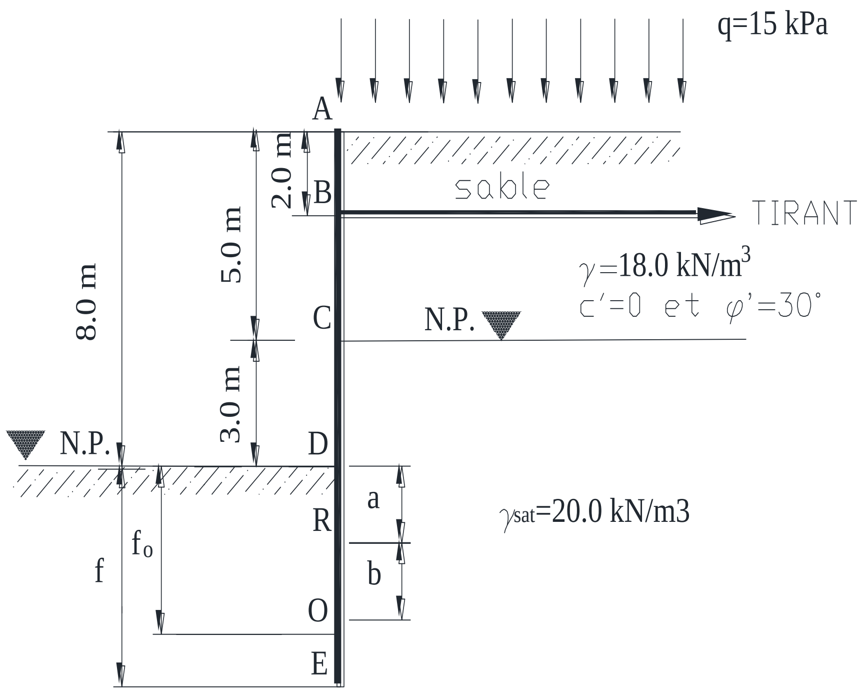
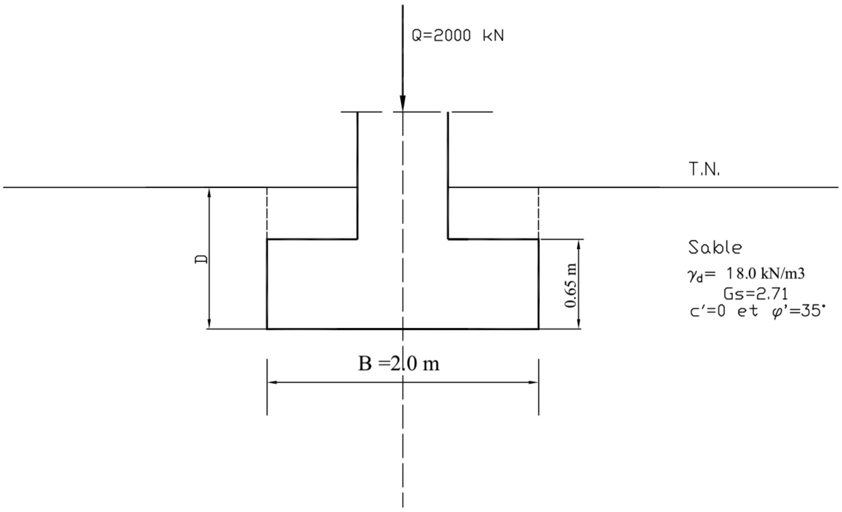


Figure 1

EXO2

Soit une semelle rectangulaire de poteau de largeur B= 2.0 m , de longueur L=3.0 m, d'épaisseur 0.65 m et qui est ancrée à une profondeur D. Cette fondation en béton de poids unitaire $g_{bét}$= 23 kN/m^3, transmet une charge Q= 2000 kN au sol de fondation constitué d'un sable (g_d=18 kN/m^3, G_s =2.71 kN/m^3 ; f=35° ; c=0 kPa ; N_g=43 ; Nq= 41 et Nc=58)

1. Calculer la capacité portante limite (q_u) ainsi que la charge limite (Q_u)
2. Calculer la charge réellement appliquée (Q_{app}) à la base de la fondation en tenant compte du poids de la fondation W et de l'effet de l'excavation E.
3. Calculer la valeur à donner à l'encastrement D pour que le facteur de sécurité vis-à-vis du poinçonnement soit égal à 3.
4. On opte finalement pour un ancrage D= 1.0 m et on demande de calculer la capacité admissible (q_{adm}) dans les cas suivant :
   a) Le niveau de la nappe phréatique affleure avec le terrain naturel (T.N.)
   b) Le niveau de la nappe phréatique coïncide avec le niveau de la fondation (z_w=D=1.0 m) ;
   c) Le niveau de la nappe phréatique se trouve à 0.30 m sous le niveau du terrain naturel (z_w=0.30 m) ;



On donne : Charge limite pour semelle rectangulaire B x L

$$q_u = \frac{1}{2}\gamma_2 \; B N_\gamma \left[1 - 0.2 * \frac{B}{L}\right] + c N_C \left[1 + 0.2 * \frac{B}{L}\right] + q_0 N_q$$

$$q_{adm} = q_0 + \frac{[q_u - q_0]}{3}; \qquad \gamma_{sat} = \frac{G_s + e}{1+e}\;\gamma_w \; et \;\; \gamma_d = \frac{G_s}{1+e}\;\gamma_w$$

SOLUTION DETAILLÉE

Exo 1 (12 pts) (noté 14/12)

1. **Calcul de contraintes**

$Ka= (1-\sin30)/(1+\sin30)=0.333$ d'où $Kp = 1/0.333=3.0$

a. Pousses actives

1. Entre A et C (au dessus de la N.P.)

$\sigma_a = Ka\,\sigma'_v - 2c\,Ka^{1/2} = 1/3\,(\gamma\, z_1) - 2 \times 0 \times Ka^{1/2} = 0.333 \times (18\, z_1 + 15) = \mathbf{5.994\, z_1 + 4.995}$ **(1pt)**

- 2 Point A . $\sigma_{a\,(A)} = \sigma_{a(z1=0\,m)} = 5.994 \times 0 + 4.995 = 4.995$ kPa **(0.5 pts)**
- 2 Point B . $\sigma_{a\,(B)} = \sigma_{a(z1=2.0\,m)} = 5.994 \times 2.0 + 4.995 = 11.988 + 4.995 = 16.983$ kPa **(0.5 pts)**
- 2 Point C . $\sigma_{a\,(C)} = \sigma_{a(z1=3.0\,m)} = 5.994 \times 5 = 29.97 + 4.995 = 34.965$ kPa **(0.5 pts)**

2. Entre C et D (sous la N.P.)

$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 20 - 10 = 10\ kN/m^3$

$\sigma_a = Ka\,\sigma'_v + \sigma_w = K_a\,(\gamma'\, z_2 + \gamma \times 5 + q) + \gamma_w\, z_2 = 0.333\times(10.0\, z_2 + 5 \times 18 + 25) + 10\, z_2$
$= \underline{13.333}\, z_2 + 4.995 + 29.97 = \mathbf{13.333\, z_2 + 34.965}$ **(1 pt)**

- 2 Point C . $\sigma_{a\,(C)} = \sigma_{a(z2=0\,m)} = 34.965$ kPa
- 2 Point D. $\sigma_{a\,(D)} = \sigma_{a(z2=3.0\,m)} = 13.333 \times 3 + 34.965 = 39.99 + 34.965 = 74.955$kPa **(0.5 pts)**

3. Entre D et E (sous la N.P.)

Comme à ce niveau-là, la nappe phréatique se trouve également à gauche du rideau (côté de l'excavation) donc les deux pressions d'eau vont se neutraliser et on aura alors :

a) Poussée active

$\sigma'_h = \sigma'_a + \sigma_{w(D)} = Ka\,\sigma'_v + \sigma_{w(D)} = K_a\,(\gamma'\, z_3 + \gamma' \times 3 + \gamma \times 5) + 10 \times 3 = 0.333(10.0\, z_3 + 10\times3 + 18\times5 + 15) + 30 = \mathbf{3.33\, z_3 + 74.955}$ **(1 pt)**

- 2 Point D . $\sigma_{a\,(D)} = \sigma_{a(z3=0\,m)} = 74.955$ kN/m2
- 2 Point E . $\sigma_{a\,(E)} = \sigma_{a(z3=f\,m)} = 3.33 \times f + 74.955$ kN/m2 **(0.5 pts)**
- 2 Point R . $\sigma_{a\,(R)} = \sigma_{a(z3=f\,m)} = 3.33 \times a + 74.955$ kN/m2

b) Butée

$Kp= 1/Ka = 3$

$\sigma_p = Kp\,\sigma'_v = 3\,.\,\gamma'\, z_3 = 3 \times 10.0 \times z_3 = \mathbf{30.0\, z_3}$ **(1 pt)**

2 Point E . $\sigma_{p(D)} = \sigma_{p(z3=f\,m)} =$ 30.0 f kN/m2

2. Détermination du point de contrainte résiduelle nulle (pt R)

Ce point a est situé sous le point D à une distance ‘a’ telle que :
. $\sigma_{a\,(a)} = \sigma_{p(a)}$ ou 3.33 a +74.955= 30.0 a ce qui donne **a = 2.81 m** **(1 pt)**

Remarque

$\sigma_{a\,(R)}$ = 13.333 z_2 +34.965=13.333 (3+2.81) +34.965=**112.43 kPa**

3. Diagramme des contraintes résiduelle ($\sigma'_h = \sigma'_p - \sigma'_a$) et valeur de σ'_h (O) a

Contrainte nette au point O : $\sigma_{(O)} = \sigma_{p\,(O)} - \sigma_{a\,(O)}$ = 3.33 (a+b) +74.955 - 30.0 (a+b) =(3.33 a +74.955 -30.0 a) +3.33 b – 30. b = **26.67 b** **(0.5 pts)**

Le diagramme de la figure 2 montre le diagramme demandé et les 2 poutres isostatiques de la théorie de Blum modifiée, soit les poutres BR et RO

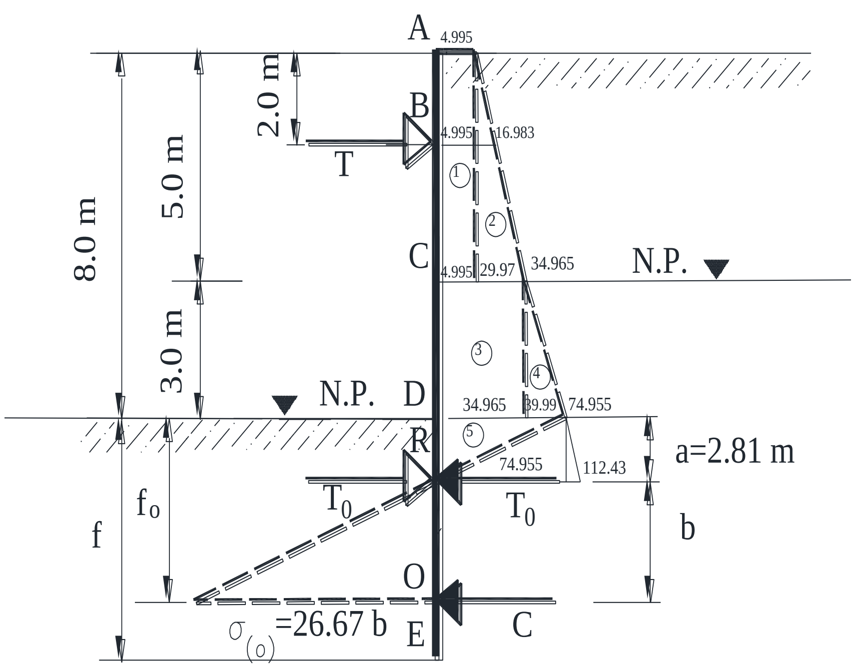


Figure 2 **(0.5 pt)**

4. Calcul de l’effort d’ancrage T dans le tirant et la réaction T_0 au point R

L’équilibre de la poutre isostatique BR permet d’écrire : **SM/(R)= 0** (1) et **SF$_h$= 0** (2)

Désignation	**Force par ml (kN)**		Bras de levier /R (m)	Moment F_i par ml/R (kNm)
1	4,995*5=	24,975	8,31	207,54
2	0,5*29,97*5=	74,925	7,48	560,19
3	34,965*3=	104,895	4,31	452,10
4	0,5*39,99*3=	59,985	3,81	228,54

5	.5*2,81*74,955= 105,31178	1,87	197,28
	SFi= 370,09	SM/$_{R(Fi)}$=	1645,66

(0.5 pts)

M/$_{R(Fi)}$= T x 8.81 d'où **T** =1645.66/8.81 = **186,79 kN/ml** **(0.5 pts)**
L'équation (2) donne : **SF$_h$= SF$_i$ –T-T$_o$=** 370,09 -186.79-**T$_o$**= 0
d'où **T$_o$= 183,30 kN/ml** **(0.5 pts)**

5. Détermination de la longueur b, de la fiche 'f' et de la contre butée C

Pour cela on étudiera comme indiqué la poutre isostatique RO. L'équilibre de la poutre isostatique BR permet d'écrire : **SM/(O)= 0** (1) et **SF$_h$= 0** (2)
Comme on le voit à la figure 2, cette poutre est soumise à un chargement triangulaire de hauteur $\sigma_{(O)}$ = **26.67 b** et de coté égale à 'b'. La force de chargement est alors :
F_b=0.5*(26.67 b)*b= 13.335b²; les réactions d'appuis à cette charge sont T_o et C

SM/(O)= 0 ou T_o *b –F_b*b/3=0 ou 183.3*b – 13.335b²*b/3=0,
ce qui donne **b= 6.42 m** **(0.5 pts)**

Soit f_o=a + b = 2.81 + 6.42 = **9.23 m** ou **f**=1.2 f_o**= 11.1m** **(0.5 pts)**

F_b = 13.335b² = 13.335*6.42 ² = 549.62 kN/ml;

(2) donne: **SF$_h$= 0** soit T_0+C - F_b =0 d'où
C= F_b - T_0 = 549.62 – 183.3 = **366.32 kN/ml** **(0.5 pts)**

Remarque : $\sigma_{(O)}$ =**26.67 b = 26.67*6.42 = 171.22 kPa**

6. Calcul des moments fléchissant M1, M2 et M3 et choix de la palplanche

6.a) Calcul M_1au droit du point B

En se référant à la figure 2 on a :
M_1= M/$_B$ = (4.995*2)*1+(0.5*11.988*2)*2/3= **17.982 kN.m/ml** **(0.5 pt)**

6.b) Calcul M_2 entre les appuis B et R

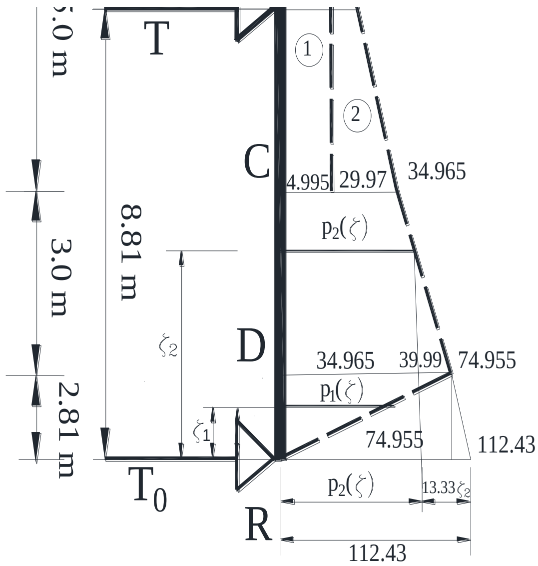


figure 3

On cherchera M_2 successivement dans les segments RD, DC et CB..

i) $0 < \xi 1 < 2.81$

D'après les règles de la RDM M_2 est un moment max à l'endroit où l'effort tranchant V(ξ_1) est nul. En se référant à la figure 3 on a : $p(\xi 1)/74.955 = \xi 1/2.81$ d'où $p(\xi 1) = 26.67\ \xi_1$

L'effort tranchant à la distance ξ_1 vaut :

$$V(\mathrm{x}) \quad = T_0 - \int_0^x 26.67\ d\xi_1 = 183.3 - 13.34\ x^2$$

V(x) = 0 donne x= 3.70 m > 2.81 donc M_2 est à chercher plus haut !

ii) $2.81 < \xi 2 < 5.81$ (segment CD)

En se référant à la figure 3 on a : $p(\xi_2) = 112.43 - 13.33\ \xi_2$

L'effort tranchant à la distance ξ_2 vaut :

$$V(\mathrm{x}) \quad = T_0 - \int_0^{2.81} 26.67\ \xi_1 d\xi_1 - \int_{2.81}^{x} (112.43 - 13.33\ \xi_2) d\xi_2$$

Tout calculs fait, on trouve :

$V(x) = 6.665\ x^2 - 112.43\ x + 341.31$

V(x) = 0 donne $\mathbf{x_1 = 3.97}$ **m** < 5.81m acceptable et $x_2 = 12.9$ m > 5.81m rejetée

$p(\xi_2) = 112.43 - 13.33 * 3.97 = 59.51$ kPa

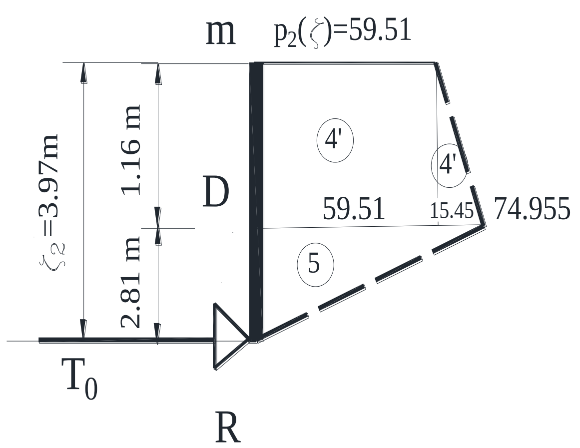


figure 4

A partir de la figure 4, on a : $F'_3 = 59.51*1.16 = 69.03$ kN/ml et $F'_4 = 0.5*15.45*1.16 = 8.96$ kN/ml

$\mathbf{M_2}$ =SM/(m)= 183.3*3.97-105.31*(2.81/3+1.16)-69.03*1.16/2-8.96*2*1.16/3= **459.93 kN.m/ml**
(1 pt)

6.c) Calcul M_3 entre les appuis R et O

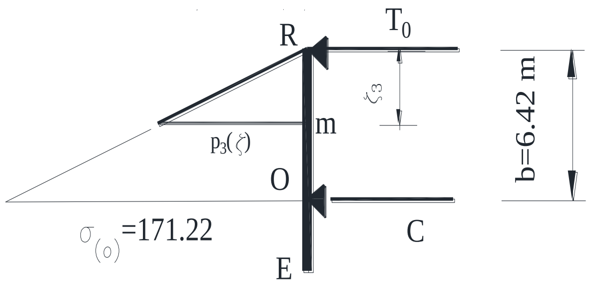


figure 5

De la même façon qu'avec M_2, on cherchera M_3 dans le segment RO . En coupant la poutre à la distance ξ_3 , on calcul l'effort tranchant au point m. De plus, à partir de la figure 5 on a : $p(\xi_3)/171.22 = \xi1/6.42$ d'où $p(\xi3)= 26.67\ \xi_3$

$$V(x) \quad = T_0 - \int_0^x 26.67\ d\xi_3 = 183.3 - 13.33\ x^2$$

V(x) = 0 donne x= 3.71 m < 6.42 ok
d'où $p(\xi3)= 26.67 * 3.71 = 98.95$ kPa et le moment M_3 sera égale à :

M_3 =M/(m) = 183.3 *3.71-(0.5*98.95*3.71)*3.71/3= **453.1 kN.m/ml** **(1 pt)**

Pour le calcul du module de résistance W on a
W= $M_{max}/\ \sigma_{adm}$ =max(21.31 ; 459.93; 453.1)/1.6 x 10^5
W =459.93/1.6 x 10^5 =0.002875 m^3=**2875 cm^3**

Exo 2 (8pts)

1. **Calcul de la capacité portante limite (q_u) ainsi que la charge limite (Qu)**
La capacité portante limite d'une semelle rectangulaire est donnée par :

$$q_u = \frac{1}{2}\gamma_2 \quad BN_\gamma\left[1 - 0.2 * \frac{B}{L}\right] + cN_C\left[1 + 0.2 * \frac{B}{L}\right] + q_0 N_q \qquad (1)$$

Avec B= 2.0 m ; L=3.0 m **;** $\gamma_2 = \gamma_1 = 18.0\ kN/m^3$; $q_0 = \gamma_1\ D \quad = 18D$; c= 0
$N_\gamma = 43; N_q = 41\ et\ N_c = 58$

Soit $q_u = \frac{1}{2} * 18 * 2 * 43 * \left[1 - 0.2 * \frac{2}{3}\right] + 0 * N_C\left[1 + 0.2 * \frac{B}{L}\right] + 18D * 41$

$\mathbf{q_u = 670.8 + 738D}$ **(1 pt)**

Ce qui donne:

$$\mathbf{Q_u} = q_u * B * L = (670.8 + 738D) * 2 * 3 = \mathbf{4024.8 + 4428D}$$

(1 pt)

2. **Calcul de Q_{app} à la base de la fondation**

Q_{app} = Q + W –E avec
Q= surcharge apportée par la superstructure **;**
W= poids de la fondation et
E=effet de l'excavation.

Q = 2000 kN
W= $g_{bét}$ x $V_{bét}$ = 23 * (2*3*0.65) = 89.7 kN **(1 pt)**
E = g_{sol} x V_{sol} = 18 x (2*3*D) = 108 D kN/ml **(1 pt)**
D'où **Q_{app}** = 2000 + 89.7 – 108D = **2089.7 – 108D**

3. **Calcul de D pour que FS= 3**

Le facteur de sécurité vis-à-vis du poinçonnement est défini par :
FS=Q_u/Q_{app} soit $FS = \frac{Qu}{Qapp} = \frac{4024.8+4428D}{2089.7 - 108D} = 3$, ce qui donne **D=0.47 m** **(1 pts)**

4. Calcul de q_{adm} pour différentes situations

a) *La nappe phréatique (N.P.) affleure avec le terrain naturel (T.N.)*

$$q_{adm} = q'_0 + \frac{[q_u - q'_0]}{3} = \gamma_1 D + \frac{[q_u - \gamma'_1 D]}{3}$$

$$q_u - \gamma'_1 D = \frac{1}{2}\gamma'_2 \; BN_\gamma \left[1 - 0.2 * \frac{B}{L}\right] + 0 * N_C \left[1 + 0.2 * \frac{B}{L}\right] + \gamma'_1 D(N_q - 1)$$

$avec\ \gamma'_1 = \gamma'_2 = \gamma_{sat} - \gamma_w$ et $\gamma_{sat} = \frac{G_s + e}{1+e}\ \gamma_w$ où $e = \frac{G_s * \gamma_w}{\gamma_d} = \frac{2.71*10}{18.0} = 0.506$

$\gamma_{sat} = \frac{2.71 + 0.506}{1 + 0.506} * 10 = 21.35 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$ et $\gamma'_1 = \gamma'_2 = 21.35 - 10 = 11.35 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

$$q_u - \gamma'_1 D = \frac{1}{2} * 11.35 * 2 * 43 \left[1 - 0.2 * \frac{2}{3}\right] + 0 + 11.35 * 1 * (41 - 1) = 876.98\ kPa$$

Finalement

$$\mathbf{q_{adm}} = 11.35 * 1 + \frac{[876.98]}{3} = \mathbf{303.7\ kPa}$$

(1 pt)

b) Le *niveau de la N.P. coïncide avec le niveau de la fondation*

$$q_{adm} = q_0 + \frac{[q_u - q_0]}{3} = \gamma_1 D + \frac{[q_u - \gamma_1 D]}{3}$$

$$q_u - \gamma_1 D = \frac{1}{2}\gamma'_2 \; BN_\gamma \left[1 - 0.2 * \frac{B}{L}\right] + 0 + \gamma_1 D(N_q - 1)$$

$$q_u - 18 * 1 = \frac{1}{2} * 11.35 * 2 * 43 * \left[1 - 0.2 * \frac{2}{3}\right] + 18 * 1 * (41 - 1) = 1142.98\ kPa$$

Et $\mathbf{q_{adm}} = 18 * 1 + \frac{[1142.98]}{3} = \mathbf{3399.0\ kPa}$

(1 pt)

c) Le *niveau de la N.P. se trouve à 0.30 m sous le niveau du terrain naturel*

$$q_{adm} = q_0 + \frac{[q_u - q_0]}{3}$$

$q_0 = 0.3 * 18 + 0.7 * 11.35 = 13.35\ kPa$

$$q_u - q_0 = \frac{1}{2} * 11.35 * 2 * 43 \left[1 - 0.2 * \frac{2}{3}\right] + 0 + 13.35 * (41 - 1) = 956.98\ kPa$$

Enfin $\mathbf{q_{adm}} = 13.35 + \frac{[956.98]}{3} = \mathbf{332.34\ kPa}$

(1 pt)