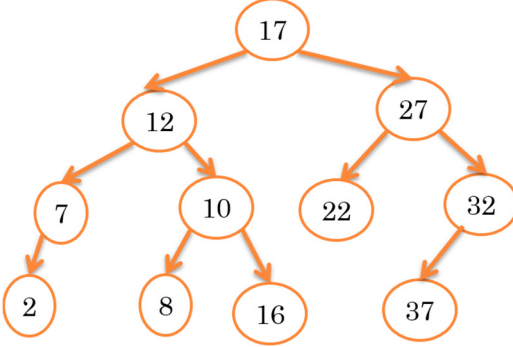


Examen (1h30mn)

Documents et Téléphones portables Interdits

Exercice 1 (8 points): Soient les arbres binaires suivants :

Arbre 1	Arbre 2	Arbre 3																																																																																																																																																						
Représentation « Dynamique »	« Statique standard »	« Statique séquentielle »																																																																																																																																																						
TYPE Tnoeud1= STRUCTURE Info, Bal: entier Père, FG, FD : *Tnoeud1 FIN R : *Tnoeud1	TYPE Tnoeud2= STRUCTURE vide: booléen Père, FG, Bal, Info, FD : entier FIN R : Tableau [MAX] de Tnoeud2	TYPE Tnoeud3= STRUCTURE vide: booléen ; Bal, Info: entier ; FIN R = Tableau [MAX] de Tnoeud3																																																																																																																																																						
	<table><tr><th>Vide</th><th>Père</th><th>FG</th><th>Bal</th><th>Info</th><th>FD</th></tr><tr><td>F</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>12</td><td>5</td></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>7</td><td>-1</td><td>7</td><td>6</td></tr><tr><td>F</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>17</td><td>4</td></tr><tr><td>F</td><td>3</td><td>11</td><td>1</td><td>32</td><td>8</td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>-1</td><td>0</td><td>16</td><td>-1</td></tr><tr><td>F</td><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td><td>10</td><td>13</td></tr><tr><td>F</td><td>2</td><td>-1</td><td>0</td><td>2</td><td>-1</td></tr><tr><td>F</td><td>4</td><td>-1</td><td>0</td><td>37</td><td>-1</td></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>4</td><td>-1</td><td>-1</td><td>22</td><td>12</td></tr><tr><td>F</td><td>11</td><td>-1</td><td>0</td><td>27</td><td>-1</td></tr><tr><td>F</td><td>6</td><td>-1</td><td>0</td><td>8</td><td>-1</td></tr><tr><td>V</td><td>.....</td><td>....</td><td>....</td><td>...</td><td>....</td></tr></table>	Vide	Père	FG	Bal	Info	FD	F	3	2	2	12	5	V						F	0	7	-1	7	6	F	-1	0	1	17	4	F	3	11	1	32	8	F	0	-1	0	16	-1	F	2	-1	-1	10	13	F	2	-1	0	2	-1	F	4	-1	0	37	-1	V						V						F	4	-1	-1	22	12	F	11	-1	0	27	-1	F	6	-1	0	8	-1	V	<table><tr><th>Vide</th><th>Bal</th><th>Info</th></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>12</td></tr><tr><td>F</td><td>-1</td><td>7</td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>22</td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>F</td><td>1</td><td>10</td></tr><tr><td>F</td><td>1</td><td>17</td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>32</td></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>8</td></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>16</td></tr><tr><td>V</td><td></td><td></td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>27</td></tr><tr><td>F</td><td>0</td><td>37</td></tr><tr><td>V</td><td></td><td>.....</td></tr></table>	Vide	Bal	Info	V			F	0	12	F	-1	7	F	0	22	F	0	2	F	1	10	F	1	17	F	0	32	V			V			F	0	8	V			F	0	16	V			F	0	27	F	0	37	V	
Vide	Père	FG	Bal	Info	FD																																																																																																																																																			
F	3	2	2	12	5																																																																																																																																																			
V																																																																																																																																																								
F	0	7	-1	7	6																																																																																																																																																			
F	-1	0	1	17	4																																																																																																																																																			
F	3	11	1	32	8																																																																																																																																																			
F	0	-1	0	16	-1																																																																																																																																																			
F	2	-1	-1	10	13																																																																																																																																																			
F	2	-1	0	2	-1																																																																																																																																																			
F	4	-1	0	37	-1																																																																																																																																																			
V																																																																																																																																																								
V																																																																																																																																																								
F	4	-1	-1	22	12																																																																																																																																																			
F	11	-1	0	27	-1																																																																																																																																																			
F	6	-1	0	8	-1																																																																																																																																																			
V																																																																																																																																																			
Vide	Bal	Info																																																																																																																																																						
V																																																																																																																																																								
F	0	12																																																																																																																																																						
F	-1	7																																																																																																																																																						
F	0	22																																																																																																																																																						
F	0	2																																																																																																																																																						
F	1	10																																																																																																																																																						
F	1	17																																																																																																																																																						
F	0	32																																																																																																																																																						
V																																																																																																																																																								
V																																																																																																																																																								
F	0	8																																																																																																																																																						
V																																																																																																																																																								
F	0	16																																																																																																																																																						
V																																																																																																																																																								
F	0	27																																																																																																																																																						
F	0	37																																																																																																																																																						
V																																																																																																																																																							

1. Dessiner l'arbre 2 et l'arbre 3 sous forme graphique (comme l'arbre 1)

Indication :

- La racine ne possède pas un père (Nil ou -1)
- Dans la représentation statique séquentielle :
 - La case d'indice 0 est toujours vide
 - La case d'indice 1 est toujours réservée au nœud racine de l'arbre,
 - La case d'indice 2 est toujours réservée au FG de la racine,
 - La case d'indice 3 est toujours réservée au FD de la racine,
 - En général, le FG de la case i se trouve toujours à l'indice 2i et le FD de la case i se trouve toujours à l'indice 2i+1, alors que le père de la case i il est toujours positionné à la case i div 2.

2. Préciser le type de chaque arbre (ABR, AVL ou quelconque).

Rappel :

- Un arbre AVL est un ABR équilibré dont tous les nœuds possèdent une balance (Bal) entre -1 et 1 où $Bal = Profondeur(FG(R)) - Profondeur(FD(R))$

3. Ecrire la fonction récursive « TypeAB(R : *Tnoeud1) : entier » qui permet de retourner le type de l'arbre (0 : quelconque, 1 : AVL ou x (x > 1) : ABR)
4. Sans utiliser une pile, écrire la fonction itérative « insererAVL (R : *Tnoeud1) : *Tnoeud1 » qui permet d'insérer une valeur donnée dans l'arbre AVL « R » de type « Tnoeud1 ».
5. Donner le résultat de la suppression du maximum de l'arbre AVL de la question 2 (répéter l'opération trois fois consécutives).
6. Ecrire la fonction récursive « SupprimerMax (R : *Tnoeud1) : *Tnoeud1 » qui permet de supprimer le maximum de l'arbre AVL « R ».

Remarques :

- Pour l'écriture des algorithmes, vous devez utiliser les opérations du modèle d'AVL suivantes :

<ul style="list-style-type: none"> • Procédure CreerNoeud (Var R : *Tnoeud1, x :entier) • Procédure LibererNoeud (Var R : *Tnoeud1) • Fonction Info (R : * Tnoeud1) : entier • Procédure Aff_info (Var R : * Tnoeud1, x :entier) • Fonction Bal (R : * Tnoeud1) : entier • Procédure Aff_Bal (Var R : * Tnoeud1, x :entier) 	<ul style="list-style-type: none"> • Fonction Pere (R : * Tnoeud1) : *Tnoeud1 • Procédure Aff_Pere (Var R : * Tnoeud1, P : * Tnoeud1) • Fonction FG (R : * Tnoeud1) : *Tnoeud1 • Procédure Aff_FG (Var R : * Tnoeud1, P : * Tnoeud1) • Fonction FD (R : * Tnoeud1) : *Tnoeud1 • Procédure Aff_FD (Var R : * Tnoeud1, P : * Tnoeud1)
---	---
- Vous pouvez utiliser directement les fonctions suivantes :
 - « profondeur (R : *Tnoeud1) : entier » qui retourne la profondeur de l'arbre R
 - « reequiliber (R : *Tnoeud1) : *Tnoeud1 » qui permet de rééquilibrer l'arbre R.

Exercice 2 (9 points):

I. Soit « sommet » une pile implémentée sous forme d'une LLC définie comme suit :

TYPE type1= STRUCTURE // à compléter (Question III.2) FIN	TYPE maillon= STRUCTURE Val : type1; suiv : * maillon Fin	sommet : *maillon;
---	---	--------------------

C'est une pile **prioritaire** où l'élément le plus prioritaire est au sommet. La priorité est un entier positive donné par la « fonction prio (val : type1) : entier » ; ainsi :

- L'élément le plus prioritaire est celui ayant le nombre le plus grand.
- Si deux éléments ont la même priorité, on applique le principe LIFO (dernier arrivé, premier servi).

Question I : Ecrire les opérations du modèle de ce type de pile.

II. Soit F une file d'attente définie comme suit :

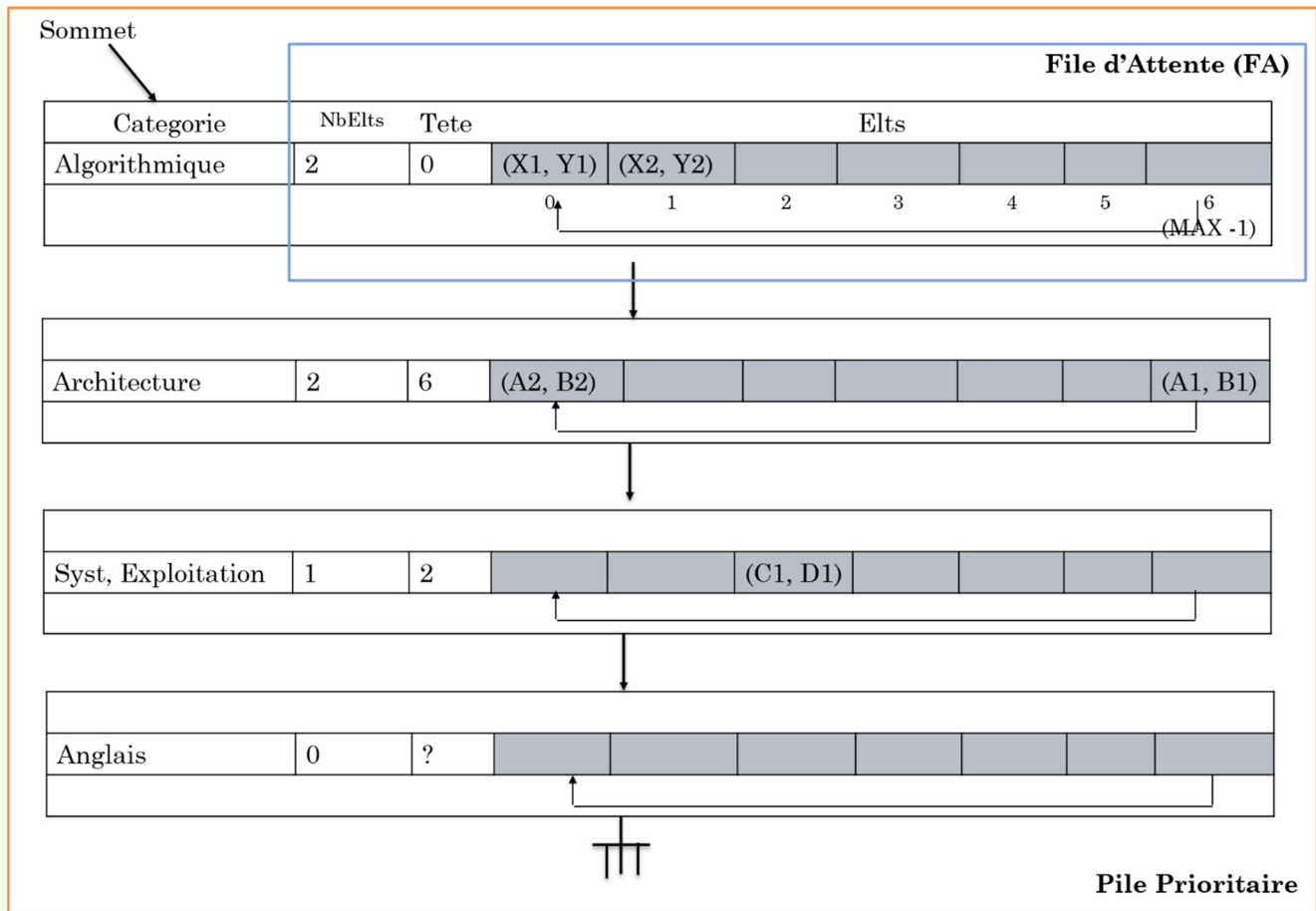
const MAX = 100 ;	TYPE type2 = STRUCTURE // à compléter (Question III.1) FIN	TYPE FA = STRUCTURE Elts: Tableau [MAX] de type2; tete, NbElt : entier; FIN
-------------------	--	---

Les trois champs du type FA ont la signification suivante :

- Elts : tableau devant contenir les éléments de la file ; la capacité de la file est définie par MAX.
- tete : indice du premier élément de la file.
- NbElts : nombre d'éléments dans la file.

Question II : La file est gérée comme un tableau circulaire. Ecrire les opérations du modèle de cette file.

III. On veut représenter une bibliothèque en utilisant « Pile de File » comme illustrée dans la figure suivante :



1. Les files contiennent les titres des livres avec leurs auteurs dans chaque catégorie. Ces files sont de type « FA » (question II). Ecrire la structure de données « type 2 ».
2. La pile contient les catégories des livres et l'ensemble de livres dans chacune. C'est une pile prioritaire de même type que la pile de la question I où la catégorie la plus prioritaire est au sommet. La priorité est définie en fonction de nombre de livres. Ecrire :
 - a. La structure de données « type1 ».
 - b. La fonction « prio (val : type1) : entier »
3. En utilisant seulement les structures de données et les modèles définies dans les questions précédentes, écrire les modules suivants qui permettent de :
 - a. Calculer le nombre total de livre dans la bibliothèque.
 - b. Ajouter un nouveau livre d'une catégorie donnée.
 - c. Afficher les titres des livres d'une catégorie donnée.

Exercice 3 (3 points + 2 points bonus)

I. Soit L une Liste linéaire Chaînée bidirectionnelle.

<pre>type MaillonBD = Structure val : typeqq ; suiv, prec: * MaillonBD ; fin</pre>	<pre>type ListeBD= Structure Tête, Queue: * MaillonBD ; fin</pre>
--	---

En utilisant les structure de données (MaillonBD et ListeBD) ci-dessus et le modèle défini en cours, écrire :

1. La procédure itérative « InsérerFin (Var L : ListeBD, Q : *MaillonBD) » qui permet d'insérer le maillon Q à la fin de la liste L.
2. La procédure itérative Eclater (Var L, Li, Ls : ListeBD, x : entier) qui permet d'éclater la liste L en deux listes Li et Ls de telle sorte que Li contient tous les maillons de valeur inférieure à x et Ls contient tous les maillons de valeur supérieure ou égale à x.
Par exemple, pour la liste L [20⇔ 15⇔ 10⇔ 35⇔ 19⇔ 13⇔ 5⇔ 3⇔ 12⇔ 7⇔ 16⇔ 40⇔ 25⇔ 38] et x = 20 la procédure retourne la liste L vide, la liste Li [15⇔ 10⇔ 19⇔ 13⇔ 5⇔ 3⇔ 12⇔ 7⇔ 16] et la liste Ls [20⇔ 35⇔ 40⇔ 25⇔ 38].
3. La fonction itérative Concatener (Li, Ls : ListeBD) : ListeBD qui permet de retourner le résultat de concaténation de Li avec Ls.

II. Question Bonus (2 points)

Le tri rapide consiste à choisir une valeur dans la liste appelée « pivot » (par exemple la première valeur de la liste) et de déplacer avant elle toutes celles qui lui sont inférieures et après elle toutes celles qui lui sont supérieures. Réitérer le procédé avec la tranche de la liste inférieure (Li) et la tranche de la liste supérieure (Ls) à ce pivot tant que les listes (Li ou Ls) ne sont pas vides. Par exemple : pour la liste L = [20⇔ 15⇔ 10⇔ 35⇔ 19⇔ 13⇔ 5⇔ 3⇔ 12⇔ 7⇔ 16⇔ 40⇔ 25⇔ 38]. Si on choisit le pivot comme la première valeur de la liste, donc on aura :

15⇔	10⇔	19⇔	13⇔	5⇔	3⇔	12⇔	7⇔	16⇔	20⇔	35⇔	40⇔	25⇔	38
La liste « Li » à trier par le tri rapide									pivot	La liste « Ls » à trier			

Le tableau suivant résume le déroulement de ce principe de tri :

20⇔	15⇔	10⇔	35⇔	19⇔	13⇔	5⇔	3⇔	12⇔	7⇔	16⇔	40⇔	25⇔	38
15⇔	10⇔	19⇔	13⇔	5⇔	3⇔	12⇔	7⇔	16⇔	20⇔	35⇔	40⇔	25⇔	38
10⇔	13⇔	5⇔	3⇔	12⇔	7⇔	15⇔	19⇔	16⇔	20⇔	25⇔	35⇔	40⇔	38
5⇔	3⇔	7⇔	10⇔	13⇔	12⇔	15⇔	16⇔	19⇔	20⇔	25⇔	35⇔	38⇔	40
3⇔	5⇔	7⇔	10⇔	12⇔	13⇔	15⇔	16⇔	19⇔	20⇔	25⇔	35⇔	38⇔	40
3⇔	5⇔	7⇔	10⇔	12⇔	13⇔	15⇔	16⇔	19⇔	20⇔	25⇔	35⇔	38⇔	40

2. Le principe de tri rapide correspond au paradigme « diviser pour régner », expliquer comment ?
3. En utilisant les procédures de la partie I, écrire la procédure récursive TriRapide (Var L : * ListeBD).

Solution de l'Examen

Exercice 1 (8 points): Soient les arbres binaires suivants :

Arbre 1	Arbre 2	Arbre 3
Représentation « Dynamique »	« Statique standard » (0.5 point)	« Statique séquentielle » (0.5 point)
Quelconque (0.25 point)	Quelconque (0.25 point)	AVL (0.25 point)

3. Fonction TypeAB(R : *Tnoeud1) : entier (2 points)

Si (R = Nil) alors retourner (1)

Sinon

Si FG(R) = FD(R) = Nil alors

retourner (1)

Sinon

Si (info(R) >= info(FG(R)) ou (info(R) < info(FD(R)) alors retourner (0)

Sinon

Si |bal(R)| > 1 alors retourner (2)

Sinon

retourner (TypeAB(FG(R)) * TypeAB(FD(R)))

4. Fonction insererAVL (R : *Tnoeud1) : *Tnoeud1 (2 points)

P ← CreerNoeud(x)

Si R = Nil alors Aff_pere (P, Nil)

Sinon

Inserer ← faux

TQ (non inserer) faire

DTQ

Si (info (R) > x) alors

Si (FG (R) = Nil) alors

Aff_FG(R, P) ; Aff_pere(P, R); Inserer ← vrai

Sinon

R ← FG (R)

Sinon

Si FD(R) = Nil alors

<p>Aff_FD(R, P); Aff_pere(P, R); Insérer \leftarrow vrai</p> <p>Sinon</p> <p>R \leftarrow FD (R)</p> <p>FTQ</p> <p>TQ (père (R) \neq Nil) faire</p> <p>DTQ</p> <p>Reequilibrer (R) ; R \leftarrow père (R)</p> <p>FTQ</p> <p>Retourner (R)</p>
--

5. Donner le résultat de la suppression du maximum de l'arbre AVL de la question 2 (répéter l'opération trois fois consécutives).

Suppression de 37 (0.25 point)	Suppression de 32 (0.25 point)	Suppression de 27 (0.5 point)

6. Fonction SupprimerMax (R : *Tnoeud1) : *Tnoeud1 (1.25 points)
<p>Si R = Nil alors retourner (Nil)</p> <p>Sinon</p> <p>Si FD (R) \neq Nil alors</p> <p>Aff_FD (R, supprimerMax(FD(R)) ; Retourner (reequilibrer (R))</p> <p>Sinon</p> <p>Si FG(R) = Nil alors</p> <p>Libérer (R) ; Retourner (Nil)</p> <p>Sinon</p> <p>G \leftarrow FG (R) ; Aff_père (G, père (R)) ; Libérer (R) ; Retourner (G)</p>

Exercice 2 (9 points):

I. Ecrire les opérations du modèle de pile prioritaire (2.5 points).

Modèle	Implémentation
Initpile(Sommet)	Sommet \leftarrow Nil
Pilevide(Sommet)	Retourner (Sommet = Nil)
Empiler(Sommet, X) (1.75 points)	<p>Allouer (P) ; Aff_Val(P, X) ;</p> <p>Si (Pilevide (Sommet)) ou (Prio(valeur(Sommet)) \leq Prio (X)) alors</p> <p>Aff_suiv (P, Sommet) ; Sommet \leftarrow P</p>

	Sinon $Q \leftarrow \text{Sommet}$ TQ (suivant (Q) \neq Nil) et (Prio(valeur(Q)) > Prio (X)) faire $Q \leftarrow \text{suivant (Q)}$ Aff_suiv (P, suivant(Q)) ; Aff_suiv (Q, P)
Depiler(Sommet, X) (0.5 point)	Si NON Pilevide(Sommet) $X \leftarrow \text{Valeur(Sommet)}$; $Q \leftarrow \text{Sommet}$; $\text{Sommet} \leftarrow \text{Suivant(Sommet)}$ Liberer(Q) Fsi

II. Ecrire les opérations du modèle de file circulaire (en utilisant le nombre des éléments du tableau nbElt pour calculer l'indice de la dernière case (indice queue)). **(2 points)**

Modèle	Implémentation
Initfile(F)	$F.\text{Tête} \leftarrow \text{Max}$; $F.\text{NbElt} \leftarrow 0$
Filevide(F)	Retourner ($F.\text{NbElt} = 0$)
Filepleine(F)	Retourner ($F.\text{NbElt} = \text{Max} - 1$)
Enfiler(F,X) (0.75 point)	SI (NON Filepleine(F)) $\text{Queue} \leftarrow (F.\text{Tete} + F.\text{NbElt} + 1) \text{ Mod Max}$ $F.\text{elements}[\text{Queue}] \leftarrow X$ $F.\text{NbElt} ++$
Defiler(F,X) (0.75 point)	SI (NON Filevide(F)) $F.\text{Tete} \leftarrow (F.\text{Tete} + 1) \text{ Mod Max}$ $X \leftarrow F.\text{elements}[F.\text{Tete}]$

III.

III.1. (0.25 point)	III.2. a (0.5 point)	III.2.b (0.25 point)
Type type 2 = structure Titre : chaîne de caractères Auteur : chaîne de caractères Fin	Type type 1 = structure Categorie : chaîne de caractères File : FA Fin	Fonction prio (val : type 1) : entier Retourner (val.File.NbElt)

III. 3. A. Procedure Nbre_Total_Livres (Sommet : * Maillon, Var Cpt : entier) (1 point)
Var P : * Maillon ; x : type 1 Debut Cpt $\leftarrow 0$ TQ non Pilevide (Sommet) faire DTQ Depiler (Sommet, x) ; Cpt \leftarrow Cpt + Prio(x) ; Empiler (P,x) FTQ TQ non Pilevide (P) faire

DTQ Depiler (P, x) ; Empiler (Sommet, x) FTQ Fin
III. 3. B. Procedure Ajouter_Livre (Sommet : * Maillon, cat : chaîne de caractère, livre : type2) (1 point)
Var P : * Maillon ; x : type 1 Debut TQ non Pilevide (Sommet) faire DTQ Depiler (Sommet, x) Si (x.categorie = cat) alors enfiler (x.File, livre) Empiler (P,x) FTQ TQ non Pilevide (P) faire DTQ Depiler (P, x) ; Empiler (Sommet, x) FTQ Fin
III. 3. C. Procedure Afficher_Livres (Sommet : * Maillon, cat : chaîne de caractère) (1.5 point)
Var P : * Maillon ; x : type 1 ; F : FA, y : type 2 Debut TQ non Pilevide (Sommet) faire DTQ Depiler (Sommet, x) Si (x.categorie = cat) alors DSI TQ non Filevide (x.File) faire DTQ Defiler (x.File, y) ; Ecrire (y) ; Enfiler (F, y) FTQ x.File ← F FSI Empiler (P,x) FTQ TQ non Pilevide (P) faire DTQ Depiler (P, x) ; Empiler (Sommet, x) FTQ Fin

Exercice 3 (3 points + 2 points bonus)

I.1. Procédure InsérerFin (Var L : ListeBD, Q : *MaillonBD) (0.75 point)	I.2. Procédure Eclater (Var L, Li, Ls : ListeBD, x : entier) (1.25 points)	I.3. Fonction Concatener (Li, Ls : ListeBD) : ListeBD (1 point)
Si L.Tete = Nil alors L.Tete ← Q Aff_suiv(Q, Nil) Aff_prec(Q, Nil) Sinon Aff_suiv(L.Queue, Q) Aff_prec(Q, L.Queue) Aff_suiv(Q, Nil) L.Queue ← Q	Li.Tete ← Nil, Li.Queue ← Nil Ls.Tete ← Nil, Ls.Queue ← Nil TQ (L.tete ≠ Nil) faire DTQ P ← L.Tete L.Tete ← suivant (L.Tete) Si Valeur (P) < x alors InsérerFin (Li, P) Sinon InsérerFin (Ls, P) FTQ Fin	Si (Li ≠ Nil) et (Ls ≠ Nil) alors L.Tete ← Li.Tete aff_suiv(Li.Queue, Ls.Tete) L.Queue ← Ls.Queue Sinon Si (Li ≠ Nil) alors (Ls = Nil) alors L.Tete ← Li.Tete L.Queue ← Li.Queue Sinon L.Tete ← Ls.Tete L.Queue ← Ls.Queue FSI FSI Retourner (L)

II.

1. : paradigme diviser pour régner (0.75 point)

- DIVISER: Eclater la liste en deux listes selon la valeur du pivot : Li et Ls
- REGNER: trier (par trie rapide) les deux listes Li et Ls
- COMBINER: concaténer les deux listes

II.2. TriRapide (Var L : * ListeBD) (1.25 point)
SI (L.Tete ≠ Nil) faire DSI Eclater (L, Li, Ls, valeur (L.Tete)) TriRapide (Li) TriRapide (Ls) L ← Concatener (Li, Ls) ; FSI