

**Exercice n°1 :**

A) Réduire les deux expressions logiques suivantes :

$$(1) \left( p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \right) \Rightarrow \left( (p \wedge q) \Rightarrow r \right)$$

$$(2) \left( (p \wedge q) \Rightarrow r \right) \Rightarrow \left( p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \right)$$

B) Donner la négation de l'expression suivante (sous une forme la plus simple possible) :

$$\left( (p \wedge q) \Rightarrow r \right) \Rightarrow \left( p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \right)$$

**Exercice n°2 :**

Le raisonnement suivant est-il valide ?

J'aime les tomates à la provençale, ou je suis né un 10 février, ou je sais jouer du cornet à piston. Si je sais jouer du cornet à piston, alors je suis né un 10 février ou j'aime les tomates à la provençale. Si je n'aime pas les tomates à la provençale et si je suis né un 10 février, alors je ne sais pas jouer du cornet à piston. Je n'aime pas les tomates à la provençale ou je ne sais pas jouer du cornet à piston. Par conséquent, j'aime les tomates à la provençale ou je suis né un 10 février, et je ne sais pas jouer du cornet à piston.

**Exercice n°3 :**

En utilisant les 2 méthodes 1 ou 2, écrire sous forme prénexe, puis sous forme de clauses la formule suivante :

$$\forall X \left[ P(X) \Rightarrow \left[ \forall Y \left[ P(Y) \Rightarrow P(f(X, Y)) \right] \wedge \forall Y \left[ Q(X, Y) \Rightarrow P(Y) \right] \right] \right]$$

**Exercice n°4 :**

Ecrire sous forme logique des prédicats du premier ordre, les expressions suivantes :

- A1 : Toutes les étoiles sont des objets brillants.
- A2 : Certains objets brillants ne sont pas des étoiles.
- A3 : Le soleil est une étoile.
- A4 : Venus est une planète.
- A5 : Les étoiles sont plus brillantes que les planètes.
- A6 : Les garagistes réparent les voitures.
- A7 : Des garagistes réparent les voitures.
- A8 : Tout homme a un père dont il est le fils.
- A9 : Un fournisseur est préféré quand tout ce qui fournit arrive à temps.
- A10 : Pour tout crime, il y a quelqu'un qui l'a commis.
- A11 : Seuls les gens malhonnêtes commettent des crimes.